

УДК 539.374

А. А. ГРИГОРЯН

СОВМЕСТНЫЙ ИЗГИБ И РАСТЯЖЕНИЕ ПЛАСТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОГО КОНИЧЕСКОГО ЛИСТА

Исследуется предельное состояние пластически-неоднородного жестко-пластического конического листа при совместном изгибе и растяжении. Материал листа несжимаем и подчиняется соотношениям теории пластического течения и условию пластичности Губера-Мизеса.

Получены соотношения для определения предельных растягивающих усилий и изгибающих моментов. Проведен численный расчет для неоднородности. Показано, что для приведения материала неоднородного конического листа в предельное состояние требуется сравнительно большие предельный изгибающий момент и растягивающее усилие, чем в однородном случае.

Ил. 2. Библиогр.: 8 назв.

Հետազոտվում է պլաստիկորեն անհոմաձև կոնյ ալուստիկ հոկուկան շերտի սահմանային վիճակը համասեղ ծավալ և ձգման դեպքում: Ենթադրվում է, որ նյութը կոնյուր անսխալելի է և բաղադրում է Հյուբեր-Միզեսի պլաստիկության պլաստիկության պայմանումներին: Ստացված են արտահայտություններ սահմանային մոմենտը և ձիգը որոշելու համար: Իրադրվում է թվային նախապես անհոմաձևության դեպքում: Ընդդ լարված, որ անհոմաձև հոկուկան շերտը սահմանային վիճակի բերելու համար պահանջվում են համեմատաբար ավելի մեծ սահմանային մոմենտ և ձիգ, քան հոմոմաձևի դեպքում:

Пластическое течение неоднородных тел рассмотрено в [1, 2]. В работе [3] исследовано влияние неоднородности на несущую способность жестко-пластической цилиндрической оболочки при различной геометрии. В [4-6] рассмотрены задачи упруго-пластической полый сферы. Осесимметричная задача диска, где плотность, толщина и неоднородность переменны, приведена в [7]. Задача об изгибе и растяжении пластически однородного конического листа рассмотрена в [8].

В настоящей статье рассматривается задача об изгибе и растяжении пластически неоднородного, жестко-пластического конического листа из несжимаемого материала, подчиняющегося условию текучести Губера-Мизеса. Исследуется предельное состояние пластически неоднородного конического листа в виде сектора длиной конической трубы под совместным действием распределенных изгибающих моментов и растягивающих сил. Усилия действуют нормально к поверхности сечения (рис. 1).

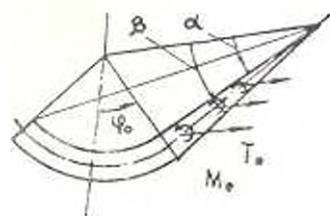


Рис. 1

Соотношения теории идеального жестко-пластического течения в сферических координатах в обычных обозначениях имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (2\epsilon_r - \epsilon_\theta - \epsilon_\varphi + \tau_{r\theta} \operatorname{ctg} \theta) = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} [(\epsilon_\theta - \epsilon_r) \operatorname{ctg} \theta - 3\tau_{r\theta}] = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} (3\tau_{r\varphi} + 2\tau_{r\theta} \operatorname{ctg} \theta) = 0.$$

Зависимости между компонентами скоростей деформаций, напряжений и скоростей перемещений следующие:

$$\epsilon_{ij} = \Lambda (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij}^0); \quad \epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta};$$

$$\epsilon_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{u}{r} + \frac{v}{r} \operatorname{ctg} \theta; \quad 2\tau_{r\theta} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r}; \quad (2)$$

$$2\tau_{r\varphi} = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}; \quad 2\tau_{\theta\varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{w}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial v}{\partial \varphi}.$$

Условие пластичности Губера—Мизеса:

$$(\epsilon_r - \epsilon_\theta)^2 + (\epsilon_\theta - \epsilon_\varphi)^2 + (\epsilon_\varphi - \epsilon_r)^2 + 6(\tau_{r\theta}^2 + \tau_{\theta\varphi}^2 + \tau_{r\varphi}^2) = 6K^2(r, \theta), \quad (3)$$

где $K(r, \theta)$ — функция, характеризующая неоднородность пластических свойств материала трубы.

Компоненты напряжений представим в виде

$$\sigma_r = \sigma_0 + \frac{K(r, \theta)}{\Omega_0} (\epsilon_r - \epsilon_\theta), \quad \sigma_\theta = \sigma_0 - \frac{K(r, \theta)}{\Omega_0} (\epsilon_r + 2\epsilon_\theta), \quad (4)$$

$$\tau_{ij} = \frac{K(r, \theta)}{\Omega_0} \tau_{ij}, \quad \Omega_0 = 1 + \frac{3}{2}(\epsilon_r^2 + \epsilon_\theta^2 + \epsilon_\varphi^2 + \tau_{r\theta}^2 + \tau_{\theta\varphi}^2 + \tau_{r\varphi}^2).$$

где Ω_0 — выражение, полученное исключением Λ из (2), учитывая условие несжимаемости материала.

Поле скоростей перемещений ищем в виде

$$u = 0, \quad v = 3r \left(A \operatorname{ctg} \theta - \frac{B}{\sin \theta} - C \cos \varphi \right),$$

$$w = 3r (A \epsilon \sin \theta - C \cos \theta \sin \varphi). \quad (5)$$

Отличные от нуля компоненты скоростей деформации будут

$$\epsilon_\varphi = -\epsilon_r - \frac{3}{\sin^2 \theta} (A - B \cos \varphi), \quad (6)$$

Соответствующие компоненты напряжения определяются из [1], [3]:

$$\begin{aligned} \tau_r = \tau_\theta = \nu K(r, \theta), \quad \sigma_\theta = -2\nu \int_0^\theta K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta - H, \\ \sigma_r = \tau_\theta - 2\nu K(r, \theta), \quad \nu = \operatorname{sign} \tau_\theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Из условия отсутствия нагрузки на внутренней поверхности $\theta = \alpha$ следует

$$\begin{aligned} \tau_r = -2 \int_0^\alpha K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta - K(r, \alpha), \quad \sigma_\theta = -2 \int_0^\alpha K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta, \\ \tau_\theta = -2 \int_0^\alpha K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta - 2K(r, \alpha), \quad \alpha < \theta < \gamma. \end{aligned} \quad (8)$$

где $\theta = \gamma$ — нейтральная поверхность слоя.

Учитывая условия на внешней поверхности $\theta = \beta$, получаем

$$\begin{aligned} \tau_r = -2 \int_0^\beta K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta - K(r, \beta), \\ \tau_\theta = -2 \int_0^\beta k(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta - 2k(r, \beta), \\ \tau_\theta = -2 \int_0^\beta k(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta, \quad \gamma < \theta < \beta. \end{aligned} \quad (9)$$

Из условия непрерывности напряжения τ_θ на нейтральной поверхности $\theta = \gamma$ получим соотношения для определения γ

$$\int_0^\gamma K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta = \int_\gamma^\beta K(r, \theta) \operatorname{ctg} \theta d\theta. \quad (10)$$

Предельный изгибающий момент относительно оси $\theta = 0$, приходящийся на единицу длины, будет

$$\begin{aligned} M_x = r^2 \int_0^\beta \tau_\theta \sin \theta d\theta = 2r^2 \left[\int_0^\gamma \frac{k(r, \theta)}{\sin \theta} (1 - \cos \gamma \cos \theta) d\theta - \right. \\ \left. - \int_\gamma^\beta \frac{k(r, \theta)}{\sin \theta} (1 - \cos \gamma \cos \theta) d\theta \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Изгибающие моменты относительно осей, перпендикулярных оси $\theta=0$ и лежащих в торцовых сечениях $\varphi = \pm\varphi_0$, равны нулю. Первое уравнение для рассматриваемого случая представится в виде

$$\frac{d\sigma_\theta}{d\theta} + (\sigma_\theta - \sigma_\varphi) \operatorname{ctg} \theta = 0,$$

тогда

$$M^\theta = r^2 \int_a^{\beta} \sigma_\theta \cos \theta d\theta = r^2 \sigma_\theta \sin \theta \Big|_a^\beta = 0.$$

Подставляя выражение σ_θ из (8), (9) и произведя преобразования, получаем

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= r \int_a^\beta \sigma_\theta d\theta = \int_a^\beta [(\gamma - \theta) \operatorname{ctg} \theta + 1] k(r, \theta) d\theta - \\ &= \int_a^\beta [(\gamma - \theta) \operatorname{ctg} \theta + 1] k(r, \theta) d\theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Принимая $\sigma_\theta = 0$ на поверхности $\theta = \gamma$ и закрепляя линию $\varphi = 0$, $\theta = \gamma$, находим

$$\begin{aligned} v_\varphi = -\varepsilon_\varphi &= \frac{3b}{\sin^2 \theta} (\cos \gamma - \cos \theta), \quad \frac{v}{3br} = \sin \gamma \cos \varphi - \frac{1 - \cos \gamma \cos \theta}{\sin \theta}, \\ \frac{w}{3br} &= \varphi \cos \gamma \sin \theta - \sin \gamma \cos \theta \sin \varphi, \quad u = 0. \end{aligned}$$

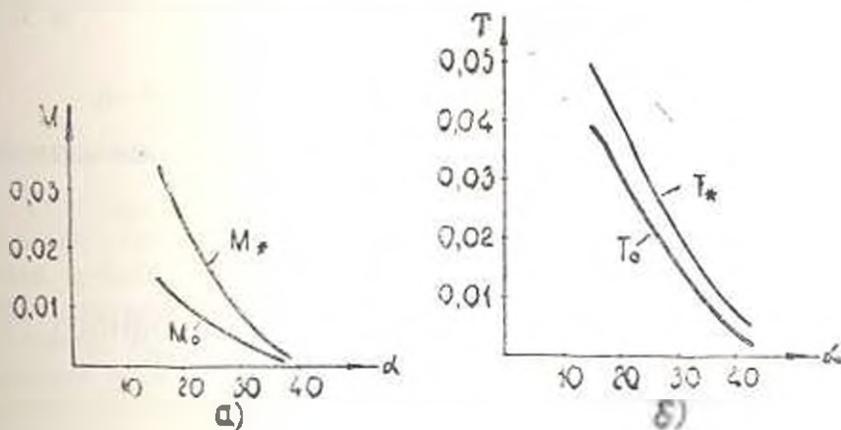


Рис. 2.

Рассмотрим численный пример при $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\mu = 0,2$ для неоднородности $K(\theta) = e^{0,2\theta}$. Из (11) и (12) получим

$$\frac{m_\theta}{2r^2} = \int_a^\beta \frac{e^{0,2\theta}}{\sin \theta} (1 - \cos \gamma \cos \theta) d\theta - \int_a^\beta \frac{e^{0,2\theta}}{\sin \theta} (1 - \cos \gamma \cos \theta) d\theta,$$

$$\frac{t_2}{2r} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} [(\gamma - b) \operatorname{ctg} \theta - 1] e^{b \cdot \theta} d\theta - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\beta} [(\gamma - b) \operatorname{ctg} \theta + 1] e^{b \cdot \theta} d\theta.$$

Из графиков m_{θ} и t_{θ} , приведенных на рис. 2а, б, следует, что в результате неоднородности, вызванной, например, нейтронным облучением, температурным градиентом и др., предельные усилия и момент возрастают, а m_0 и t_0 соответствуют однородному случаю.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Olszak W., Urbanowski W. Non homogeneous thick-walled elastic-plastic spherical shell subjected to internal and external pressures // *Kozpr.* — 1956 — Inz., 4, № 11 — P. 23—56.
2. Ольшак В., Рыкленский Я., Урбановский В. Теория пластичности неоднородных тел.—М.: Мир, 1961.—156 с.
3. Гордон В. А. Несущая способность неоднородной оболочки // *Работы по механике сплошных сред: Сб. науч. тр.*—Тула 1975.—С. 12—16.
4. Плыущин А. А., Огаболов П. М. О прочности оболочек толстостенного цилиндра и шара, подвергнутых облучению // *Инж. сб.*—1960.—№ 28.—С. 86—92.
5. Rogozinski M. Some problems of thermo-plasticity of a spherical shell // *Proc IUTAM Symposium.* — Warsaw, 1958. — P. 17—32.
6. Дорофеева В. М., Курчанова М. В. Напряжения в многослойном неоднородном упругопластическом шаре // *Прикл. пробл. прочности и пластичности.*—1978.— № 8.—С. 75—83.
7. Gurushankar G. A. A note on the yielding of an accelerating non-homogeneous disc of varying thickness and density with radial loading // *J. Strain Anal.* — 1978. — 13, № 1. — P. 59—63.
8. Задоян М. А. Пластическое течение конусообразных тел // *ПММ*—1983. № 2—С. 209—218.

И-т мех. АН АрмССР

28, XI 1986

Изв. АН АрмССР (сер. III), т. XLII № 2, 1989, с. 60—63.

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.317.754

СИМОНЯН Р. А., ШАШКЯН С. А.

АВТОМАТИЧЕСКИЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ ВЫХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПИТАНИЯ

Описано устройство, позволяющее измерить выходное сопротивление лабораторных источников питания, работающих в режимах стабилизации напряжения и тока. Устройство работает по принципу переключаемой нагрузки измеряемого источника питания с одновременным измерением изменения выходного тока напряжения при помощи запоминающего элемента. Устройство обеспечивает измерение выходного сопротивления источников напряжения или тока с точностью 1,5% при напряжениях источников 0—50 В и при токах до 5 А.

Ил. 3. Библиогр.: 2 назв.