

- 15 IV 1996

ГИДРАВЛИКА

23

сом вещества описывается уравнениями фильтрации, материального баланса и кинетики поглощения вещества, имеющими вид

$$a \frac{\partial^2 h_i}{\partial x^2} = \frac{\partial h_i}{\partial t}, \quad a = \frac{k h_{cp}}{n_0}, \quad (1)$$

$$v \frac{\partial c_i'}{\partial x} + n_{0i} \frac{\partial c_i'}{\partial t} + \frac{\partial b_i'}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial b_i'}{\partial t} = a_i h_{0i} c_i'. \quad (3)$$

Здесь $i = 1, 2$ и $j = 1, 2$ — номера слоев и стадий фильтрации, h_i — напор воды, a, k — коэффициенты пьезопроводности и фильтрации, $c_i'(x, t)$ — концентрация жидкой фазы, $b_i'(x, t)$ — насыщенность пористой среды веществами, b_{0i}, n_{0i} — предельная насыщенность и начальная гидродинамическая пористость i -ого слоя, a_i — коэффициент скорости массообмена, x и t — координата и время.

Если не учитывать явление колыматива и процесс фильтрации считать стационарным, то при условии $h_i(0, t) = h_0$, $h_i(l_i, t) = h_2(l_i, t)$, $h_2(l_2, t) = h_{02}$ и $k_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} = k_2 \frac{\partial h_2}{\partial x}$ для первого и второго слоев пористой среды имеем

$$h_1 = h_0 - \frac{k_2(h_0 - h_{02})}{k_1 l_2 + (k_2 - k_1) l_1} x, \quad (4)$$

$$h_2 = h_{02} + \frac{k_1(h_0 - h_{02})}{k_1 l_2 + (k_2 - k_1) l_1} (l_2 - x), \quad (5)$$

а скорость фильтрации определяется по формуле

$$v = k_1 \frac{k_2(h_0 - h_{02})}{k_1 l_2 + (k_2 - k_1) l_1}. \quad (6)$$

Для первого слоя задача решается при следующих краевых условиях:

первая стадия фильтрации ($i = 1, 0 \leq t \leq t_{01}$) —

$$c_1'(0, t) = c_0, \quad b_1'(x, 0) = 0, \quad b_1'(0, t_{01}) = b_{01}; \quad (7)$$

вторая стадия фильтрации ($i = 2, t \geq t_{01}$) —

$$c_1^2(x, t_{01}) = c_1^1(x, t_{01}); \quad b_1^2(x, t_{01}) = b_1^1(x, t_{01}); \quad (8)$$

$$c_1^2(x_{01}, t) = c_0, \quad b_1^2(x_{01}, t) = b_{01},$$

где t_{01}, x_{01} — продолжительность первой стадии и координата фронта предельного насыщения веществами i -го слоя.

Из решения задачи для первой стадии получаем

$$c_1^1 = c_0 \exp \left(-\alpha_1 \frac{b_{01}}{v} x \right), \quad b_1^1 = b_{01} \frac{t}{t_0} \exp \left(-\alpha_1 \frac{b_{01}}{v} x \right), \\ t_{01} = (\alpha_1 c_0)^{-1}. \quad (9)$$

Решая уравнения (2), (3) при условии (8), для второй стадии фильтрации первого слоя находим

$$c_1^2 = \begin{cases} c_0, & 0 \leq x \leq x_{01}, \\ c_0 \exp \left[-\alpha_1 \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{v} (x - x_{01}) \right], & x_{01} \leq x \leq x_*, \end{cases} \quad (10)$$

$$b_1^2 = \begin{cases} b_{01}, & 0 \leq x \leq x_{01}, \\ b_{01} \exp \left[-\alpha_1 \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{v} (x - x_{01}) \right], & x_{01} \leq x \leq x_*, \end{cases} \quad (11)$$

где x_* — координата фронта промачивания пористой среды. Координата движущегося фронта насыщения определяется из условия $b_1^2(x_{01}, t) = b_{01}$:

$$x_{01} = \frac{c_0 v}{b_{01} + c_0 n_{01}} (t - t_{01}).$$

Во втором слое фильтрация начинается с момента времени $t = \frac{n_{01} L_1}{v}$.

а краевые условия имеют вид:

первая стадия фильтрации ($j = 1$, $\frac{n_{01} L_1}{v} \leq t \leq t_{02}$, $L_1 \leq x \leq L_2$) —

$$c_1^1(L_1, t) =$$

$$\begin{cases} c_0 \exp \left[-\alpha_1 \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{v} (L_1 - x_{01}) \right], & \frac{n_{01} L_1}{v} \leq t \leq t_{01} + \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{c_0 v} L_1; \\ c_0, & t_{01} + \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{c_0 v} L_1 \leq t \leq t_{02}; \end{cases}$$

$$b_1^1 \left(x, \frac{n_{01} L_1}{v} \right) = 0; \quad b_1^1(L_1, t_{02}) = b_{02}; \quad (12)$$

вторая стадия фильтрации —

$$c_1^2(x, t_{02}) = c_1^1(x, t_{02}); \quad b_1^2(x, t_{02}) = b_1^1(x, t_{02});$$

$$b_1^2(x_{02}, t) = b_{02}; \quad c_1^2(x_{02}, t) = c_0. \quad (13)$$

Из решения задачи для первой стадии второго слоя получим:

$$c_2^1 =$$

$$\begin{cases} c_0 \exp \left[-\left(\alpha_1 \frac{c_0 n_{02}}{v} + \alpha_2 \frac{b_{02}}{v} \right) (x - L_1) - \alpha_1 \frac{b_{02} + c_0 n_{02}}{v} (L_1 - x_{01}) \right], \\ \frac{n_{01} L_1}{v} \leq t \leq t_{01} + \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{c_0 v} L_1, \\ c_0 \exp \left[-\alpha_2 \frac{b_{02}}{v} (x - L_1) \right], & t_{01} + \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{c_0 v} L_1 \leq t \leq t_{02}; \end{cases} \quad (14)$$

$$b_2^1 = \begin{cases} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} b_{02} \exp \left[- \left(\alpha_1 \frac{c_0 n_{02}}{v} + \alpha_2 \frac{b_{02}}{v} \right) (x - l_1) \right] \left\{ \exp \left[- \alpha_1 \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{v} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (l_1 - x_{01}) \right] - \exp \left[- \left(1 + \alpha_1 \frac{b_{01}}{v} l_1 \right) \right] \right\}, \\ \frac{n_{01} l_1}{v} \leq t \leq t_{01} + \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{c_0 v} l_1, \\ \frac{\alpha_2}{\alpha_1} b_{02} \left\{ \exp \left[- \left(\alpha_1 \frac{c_0 n_{02}}{v} + \alpha_2 \frac{b_{02}}{v} \right) (x - l_1) \right] \left[1 - \exp \left(- 1 - \alpha_1 \times \right. \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{b_{01}}{v} l_1 \right) \right] + \left(\alpha_1 c_0 l - 1 - \alpha_1 \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{v} l_1 \right) \exp \left[- \alpha_2 \frac{b_{02}}{v} (x - l_1) \right] \right\}, \\ t_{01} + \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{c_0 v} l_1 \leq t \leq t_{02}. \end{cases} \quad (15)$$

Продолжительность первой стадии фильтрации второго слоя определяется по формуле

$$t_{02} = \frac{1}{\alpha_2 c_0} + \frac{1}{\alpha_1 c_0 \exp \left(1 + \frac{b_{01}}{v} l_1 \right)} + \frac{b_{01} + c_0 n_{01}}{c_0 v} l_1.$$

Решение задачи для второй стадии второго слоя дает

$$c_2^2 = \begin{cases} c_2 \exp \left[- \alpha_2 \frac{b_{02}}{v (1 - \eta_{02})} (x - x_{02}) \right], & x_{02} \leq x \leq x_2, \\ c_{02}, & l_1 \leq x \leq x_{02}, \end{cases} \quad (16)$$

$$b_2^2 = \begin{cases} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} b_{02} \left\{ \exp \left[- \left(\alpha_1 \frac{c_0 n_{02}}{v} + \alpha_2 \frac{b_{02}}{v} \right) (x - l_1) \right] \left[1 - \exp \left(- 1 - \alpha_1 \times \right. \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{b_{01}}{v} l_1 \right) \right] + \exp \left(- 1 - \alpha_1 \frac{b_{01}}{v} l_1 \right) \exp \left[- \alpha_2 \frac{b_{02}}{v} (x - l_1) \right] \right\} + \\ + \frac{c_0 (1 - \eta_{02})}{\alpha_2} \left\{ \exp \left[- \alpha_2 \frac{b_{02}}{v (1 - \eta_{02})} (x - x_{02}) \right] - \exp \left[- \alpha_2 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{b_{02}}{v (1 - \eta_{02})} (x - l_1) \right] \right\}, & x_{02} \leq x \leq x_2, \\ b_{02}, & l_1 \leq x \leq x_{02}, \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{где } \eta = \frac{l_1}{v (t - t_{01})} + \frac{c_0}{b_0 + c_0 n_{01}}.$$

Для определения координаты фронта насыщения веществам: во втором слое можно использовать кинематические условия Н. Н. Верчгина

$$\frac{dx_{02}}{dt} (c_0 n_{02} + b_{02}) = c_0 v, \quad (21)$$

откуда при условии $x_{02}(t_{02}) = l_1$ получается

$$x_{02} = l_1 + \frac{c_0 v}{c_0 n_{02} + b_{02}} (t - t_{02}). \quad (22)$$

Вторая стадия фильтрации может начинаться сначала в первом слое, либо во втором и либо вместе в двух слоях. Но практически, если не имеет место $\alpha_1 \ll \alpha_2$ и $l_1 \ll l_2$, вторая стадия фильтрации начинается в первом слое, а потом во втором.

Для прогноза изменения функций c_1 и b_1 необходимо знать параметры, характеризующие перенос и поглощение веществ — α_1 , α_2 , b_{01} , b_{02} , n_{01} , n_{02} , k_1 и k_2 , которые определяются из эксперимента. Методика определения k_1 , k_2 , n_{01} и n_{02} освещена в [2]. Параметры α_1 и b_{01} можно определить из решения (10) при известных значениях $c_1^{(1)}$ и $c_1^{(2)}$ для моментов времени t_1 и t_2 в сечении I^1 , а параметры α_2 и b_{02} — из решения (16) при известных значениях $c_2^{(1)}$ и $c_2^{(2)}$ для моментов времени t_2 и t_1 в сечении I^2 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Варшан Н. Н., Коммунар Г. М., Удберов А. С. — Коэффициент фильтрации и проницаемость фильтровых зон поглощающих скважин // Труды ТННМССХ. — Ташкент, 1976 — Вып. 82. — С. 129—137.
2. Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород / Н. Н. Версигин, С. В. Васильев, В. С. Саркисян и др. — М.: Недра, 1977. — 270 с.

АриНИИВПИ

5 III 1987

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLIII, № 1, 1989, с. 27—31

ГИДРАВЛИКА

УДК 532.529 + 621.867.82

Р. Е. АКОПЯН, И. Г. КРИСТОСТУРЬЯН, В. С. САКОЯН

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРО- И ПНЕВМОТРАНСПОРТА В НАПОРНЫХ СИСТЕМАХ

Используя уравнения гидромеханики двухкомпонентной турбулентной среды, выведены одномерные уравнения движения взвешенносухого газа в напорных и безнапорных системах. Решение последних применительно к напорным трубам приводит к математическим моделям гидротранспорта (когда несущий и переносимый компоненты несжимаемые) и пневмотранспорта (когда несущий компонент — газ).

Ил. 1. Табл. 1. Библиогр.: 2 назв.