

ՆԵՂՈՒԿԱՑՎԱԾ ԳԱԶԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ՄԱՏԱԿԱՐԱՐՄԱՆ ՆԱԽԱԳԾՎՈՂ  
 ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈՒԻԵԼԸ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Մշակված է մաթեմատիկական մոդելի գաղաղցիչ կաշտենների և կետերի հզորությունների օպտիմալ բաշխման համար, նվազագույն տրանսպորտային ծախսերի հաշվառմամբ:

Հարցի լուծման արդյունքով որոշվում է օպտիմալ տարրերակ սպառիչներին հեղուկացված գազով ապահովելու համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Берхман Е. Н. Экономика систем газоснабжения.—Л.: Наука, 1975—253 с.
2. Ласдон Л. С. Оптимизация больших систем.—М.: Наука, 1977—431 с.

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 4, 1988

АВТОМАГИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

А. А. МАРКОВ, М. В. МАРКОСЯН, А. С. СЛЯДЯН, С. С. ТОРКОСЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
 МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Исследование многофазных систем массового обслуживания (СМО) по частям дает возможность намного сократить временные затраты формализованного представления модели СМО и получать выходные характеристики ее отдельных частей, представленных в виде узлов.

В данной статье приведены аналитические выражения для расчета начальных моментов функции распределения времени пребывания в выделенном участке многофазной СМО или во всей СМО, методика преобразований модели и краткое описание программных средств, позволяющих выделять части многофазной СМО, обобщать по отношению к ней входные потоки и получать выходные результаты.

Рассматривается система, имеющая  $m$  входов и  $n$  выходов. Сообщение, поступившее на вход, проходит некоторый маршрут, его обработка осуществляется узлами и носит случайный характер. Общее число узлов в системе —  $N$ . Считаем заданными функции распределения времени пребывания требования, вошедшего через  $i$ -й вход ( $i = 1, \dots, m$ ) в  $j$ -м узле  $F_{ij}(x) = P\{\text{время пребывания} \leq x\}$ , т. е. требования, вошедшие через вход  $i$ , обладают одинаковыми вероятностными характеристиками  $E_i$ , и с вероятностью  $\pi_{ij}^k$  могут перейти в  $k$ -й узел ( $k = 1, \dots, N$ ), причем, эта вероятность не зависит от предыдущего маршрута обработки. Кроме того, с вероятностью  $\pi_{i, n+1}^k$  ( $i = 1, \dots, m$ ) тре-

бование может покинуть систему через любой из  $l$  выходов. Очевидно, что  $\sum_{k=1}^{N+n} \pi_{jk}^l = 1$ , поскольку эти переходы образуют полную группу событий. Вероятности  $\pi_{jk}^l$  считаем заданными.

Определим время пребывания требования на маршруте  $l-J$ , где  $J, l$  — номера входа и выхода, и будем считать, что  $l$  задан. Для сокращения записи далее верхний индекс и обозначения  $\pi_{jk}^l$  будем опускать. Присвоим рассматриваемому входу  $l$  номер 0 и расширим пространство состояний

$$\{0, 1, \dots, N, N+1, \dots, n+N\}.$$

Рассмотрим нулевую строку матрицы  $\pi$ . Элемент  $\pi_{0k}$  есть вероятность того, что в момент входа требование попадает в  $k$ -й узел ( $k=1, \dots, N+n$ ). Начальным состоянием всегда является нулевое, а конечным —  $N+J$  — вопрос связности этих состояний будем считать решенным.

Некоторую проблему представляет наличие состояний, соответствующих другим выходам. При определении времени пребывания на маршруте заранее считаем условие о выходе требования через  $J$ -выход выполненным. Следовательно, от безусловных вероятностей  $\pi_{ij}$  необходимо перейти к условным —  $\pi_{ij}^*$ :

$$\pi_{ij}^* = \begin{cases} 0, & \text{если } \{i \leq N \wedge j > N+1 \wedge j \neq J \wedge i \neq J\}, \\ \pi_{ij} / \left(1 - \sum_{l=N+1}^{N+n} \pi_{il}\right), & \text{если } \{i \leq N \wedge j \leq N\}, \\ 1, & \text{если } \{i=j \wedge i > N\}. \end{cases}$$

При таком определении из матрицы  $\pi = [\pi_{ij}]_{i=0, N+1}^{N+n}$  вычеркнем строки, соответствующие выходам, с номерами, не равными  $J$ , и столбцы с соответствующими вероятностями перехода в состояние с номерами  $N+1$  ( $l \neq J, l=1, \dots, n$ ). Состоянию, соответствующему  $J$  выходу в матрице  $\pi^* = [\pi_{ij}^*]$ , присвоим номер  $N+1$ . В результате проведенных преобразований получаем квадратную матрицу  $\pi^*$  размером  $(N+2) \times (N+2)$ .

Распределение времени пребывания на маршруте  $l-J$  найдем с простейшего случая, когда оно в каждом блоке одинаково:  $F_{l,J}(x) = F(x)$ . Установим, что время, затраченное на переход за один шаг из одного состояния в другое, имеет распределение  $F(x)$  и время, проведенное в системе за  $k$  шагов, задается распределением  $f_k(x)$ . Тождественно положим:  $f^0(x) = \delta_{00}^1$ .

Введем в рассмотрение два вектора, имеющие  $N+1$  составляющих:  $r_n = |1, 0 \dots 0|$ ;  $r_{N+1}^T = |0, 0 \dots 1|$  ( $T$  обозначает операцию транспонирования). Нетрудно заметить, что закон распределения времени пребывания на участке  $l-J$  задается суммой

$$P\{x \leq \text{вр. преб.} \leq x + \Delta x\} = W\{x\} = \sum_{k=0}^{\infty} r_0 \pi^{*k} r_{N+1}^T f_{(k)}^{(x)} \quad (1)$$

Перейдем к преобразованию Лапласа  $W(x)$ :

$$\bar{W}(s) = \sum_{k=0}^{\infty} r_0 \pi^{*k} r_{N+1}^T \hat{f}_{(k)}^{(s)} \quad (2)$$

и окончательно получим

$$\bar{W}(s) = r_0 (E - \pi^* \hat{f}(s))^{-1} r_{N+1}^T \quad (3)$$

где  $E$  — единичная, а  $(E - \pi^* \hat{f}(s))^{-1}$  — обратная по отношению к  $(E - \pi^* \hat{f}(s))$  матрицы.

Соотношение (3) использовано для вычисления моментов времени пребывания. Для первых двух моментов получаем

$$\bar{W}_1 = r_0 (E - \pi^*)^{-1} [(E - \pi^*)^{-1} M \pi^* + M] \pi r_0,$$

$$\bar{W}_2 = r_0 [2(E - \pi^*)^{-2} (M \pi^*)^2 + (E - \pi^*)^{-2} (E_2 \pi^* + 2M \pi^* M) + (E - \pi^*)^{-1} E_2] \pi r_0.$$

Аналогично можно получить формулы для высших моментов. Рассмотрим случай различных  $f_{ij}(x)$ . Предварительно определим класс рассматриваемых распределений, которые могут быть аппроксимированы взвешенной суммой эрланговских распределений

$$f_{ij}(x) = \sum_{k=1}^M C_k \frac{\lambda_k (\lambda_k x)^{n_k-1}}{n_k!} e^{-\lambda_k x} \quad (\sum C_k = 1, C_k \geq 0, k = 1, M). \quad (4)$$

Форма записи (4) представляет собой обобщенный прибор, который может быть заменен последовательно-параллельными эрланговскими этапами [1] (рис. 1).

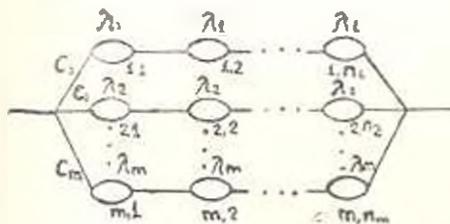


Рис. 1. Представление процесса массового обслуживания последовательно-параллельными эрланговскими этапами

Элементы  $C_1, C_2, \dots, C_m$  в этом представлении трактуются как вероятности выбора соответствующей цепи, а этапы  $(i, k)$  ( $i=1, M, k=1, n$ ) — дополнительные состояния. Введение последних увеличивает размерность решаемой задачи, но не сужает общность получен-



**ՔԱՋՄԵԿՓՈՒԸ ԶԱՆԳՎԱԾԱՅԻՆ ՍՊԱՍԱՐԿՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ  
ՐԱԴՉԱՆՐԱՅՎԱԾ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ**

**Ա մ փ ո փ ու ռ**

Առաջարկվում է առանձին բլոկների ժամանակային բնութագրերի կամայական բաշխման միջադասյությունը դանդաղացման սպասարկման բազմափուլ համակարգի հետաքրքրող կառուցվածքի բնականացված բնութագրերի ստացման մեթոդիկա: Բերված են առանձնացված տեղամասում կամ ամբողջ կառուցվածքում չայցի գոտիկու մամանակի բաշխման ֆունկցիայի սկզբնական մոմենտների հաշվառման համար ստացված վերլուծական արտահայտությունները: Բերված է այդ մեթոդիկան իրականացնող ծրագրի համառոտ նկարագրությունը:

**Л И Т Е Р А Т У Р А**

1. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания.—М.: Машиностроение, 1979.—100 с.

Изв. АН АрмССР (сер. III), т. XLI, № 4, 1988

**НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ**

Г. У. ТЕН, В. Н. ТЕН

**Օ ՎԼԻՅԱՆՈՒ ՖԱԿՏՈՐՈՎ ՎՈՅԴԵՅՏՎԻՅԱ  
ԷԽՍՔԼՍՏԱՑԻՈՆՆՅԱՆ ԱՍԼՈՎԻՅ ՈՒ ՈՒԴԵՅՈՒՄՆԵՐ  
ՍՈՒՄՈՒՆԻԿՈՎՅԱՆ ԱՅԼՈՎ ԱԴՄՄ**

Факторы условий окружающей эксплуатационной среды, воздействующих при реальной работе трехфазных асинхронных двигателей малой мощности (АДММ), оказывают значительное влияние на срок службы и показатели надежности их подшипниковых узлов (ПУ). Однако расчеты надежности ПУ этих машин, производимые по существующим моделям надежности, ввиду неполноты в них влияющих на вероятность безотказной работы (ВБР) параметров-критериев воздействия эксплуатационных условий не дают достаточно достоверных результатов, приемлемых для общей оценки количественных показателей надежности (КНН) машин.

Анализ опыта эксплуатации АДММ показывает, что эксплуатационные условия определяются в основном воздействием механических и климатических факторов внешней среды. Вибрационные нагрузки, многократные и одиночные удары, содержащиеся в ГОСТ 17516-72, определяют параметры воздействия механических факторов внешней эксплуатационной среды. Их влияние на надежность ПУ электриче-