Следуя основным принципам метода оптимального распределения [3], была построена математическая модель эффективности функционирования производства винилацетата в виде интеграла

$$I = \int_{16}^{61} \varphi(y)\, b(y)\, dx \longrightarrow \max, \tag{3}$$

где $b(y)$—функция, характеризующая зависимость качества винилацетата от его активности.

Полученная модель эффективности учитывает реальную форму закона распределения вероятностей активности винилацетата, является адекватной и может быть использована в качестве критерия оптимизации технологического процесса производства винилацетата на Ереванском заводе «Поливинилацетат».

ЕрГУ

14. I. 1987

## ЛИТЕРАТУРА


1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей—М.: Наука, 1961—576 с.
2. *Щиголев Б. М.* Математическая обработка наблюдения.—М.: Наука, 1969—344 с.
3. *Арешян Г. Л., Захарян С. С., Налчаджян Т. А.* Два метода повышения эффективности сложных технологических процессов.—Ереван: Айастан, 1983.—161 с.


Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLI, № 3, 1988

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

В. О. ТОКМАДЖЯН, Р. Г. МАРТИРОСЯН

# НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В КАНАЛАХ С КРИВОЛИНЕЙНЫМ ОЧЕРТАНИЕМ ПРОФИЛЯ ДНА

Гидравлический расчет каналов с криволинейным очертанием профиля дна построен на расчетной схеме и законе распределения давления, приведенных в [1]. Давление в произвольной точке потока с учетом отклонения от гидростатического согласно [1] определяется:

$$p = p_{атм} + \rho g (h - y) \cos \varphi \pm \rho \int_{y}^{h} \frac{u^2}{R_0 + t}\, dt. \tag{1}$$

Давление на дне канала, выраженное высотою жидкостного столба будет:

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{p_{атм}}{\rho g} + h \cos \varphi \pm \Phi_1 \left(\frac{h}{R_0}\right) \frac{v^2}{2g}, \tag{2}$$

где

$$\Phi_1 \left(\frac{h}{R_0}\right) = \frac{\int_{0}^{h} \frac{u^2}{R_0 + y}\, dy}{v^2}; \tag{3}$$

$p$ и $p_{атм}$ — полное и атмосферное давления; $\rho$ — плотность жидкости; $g$ — ускорение силы тяжести; $h$ — глубина потока по нормали; $y$ — расстояние произвольной точки от дна по нормали; $\varphi$ — угол касательной дна с горизонтом; $u$ — скорость в произвольной точке; $t$ — переменное расстояние, изменяющееся от $y$ до $h$; $R_0$ — радиус кривизны дна; $v$ — средняя скорость потока. Здесь и далее положительный знак соответствует вогнутым, а отрицательный — выпуклым профилям.

Полный напор сечения согласно (1) будет:

$$H = z + h\cos\varphi + \frac{\alpha v^2}{2g} \pm \frac{I(l)}{gQ}, \tag{4}$$

где $I(l) = \int\limits_0^h \left( \int\limits_y^h \frac{u^2}{R_0 + t} dt \right) ub\,dy$; $z$ — высота произвольной точки от некоторой плоскости отсчета; $\alpha$ — коэффициент кинетической энергии; $Q$ — расход жидкости; $b$ — ширина канала; $l$ — длина пути.

В общем случае скорость в произвольной точке $u$ и ширина канала $b$ являются функцией высоты $t$ и пути $l$, а в пределе: $u = u(y, l)$ и $b = b(y, l)$.

Выражение (4) можно представить в виде:

$$H = z + h\cos\varphi + \frac{v^2}{2g}\left[\alpha \pm \Phi_2\left(\frac{h}{R_0}\right)\right], \tag{5}$$

где

$$\Phi_2\left(\frac{h}{R_0}\right) = \frac{2I(l)}{Qv^2}. \tag{6}$$

Для вывода дифференциального уравнения движения жидкости в каналах с криволинейным очертанием профиля дна в общем случае продифференцируем выражение полного напора (4) по пути. После некоторых преобразований получим:

$$\frac{dH}{dl} = \frac{dz}{dl} + \cos\varphi\frac{dh}{dl} - h\sin\varphi\frac{d\varphi}{dl} - \frac{\alpha Q^2}{gA^3}\left(\frac{\partial A}{\partial l} + \frac{\partial A}{\partial h}\cdot\frac{dh}{dl}\right) \pm \frac{I'(l)}{gQ}, \tag{7}$$

где $\frac{dH}{dl} = -i_f$ — гидравлический уклон; $\frac{dz}{dl} = -i_0$ — геометрический уклон;

$$I'(l) = \int\limits_0^h [u(y, l)\; b(y, l)]'_l \left| \int\limits_y^h \frac{u^2(t, l)}{R_0 + t} dt \right| dy +$$

$$+ \int\limits_0^h \left| u(y, l)\; b(y, l) \int\limits_y^h \frac{2u(t, l)}{R_0 + t} u'(t, l)\, dt \right| dy +$$

$$+ \int\limits_0^h \left| u(y, l)\; b(y, l) \frac{u^2(h, l)}{R_0 + h} \cdot \frac{dh}{dl} \right| dy. \tag{8}$$

| № | Закон изменения скоростей | $\Phi_1\left(\frac{h}{R_0}\right)$ |
|---|---|---|
| I | $u = \frac{Q}{A}$ | $\ln\left(1 + \frac{h}{R_0}\right)$ |
| II | $u=\omega(R_0+t)$, $\omega = \text{const}$, $\omega$ — угловая скорость вращения частиц живого сечения вокруг центра кривизны | $\dfrac{\frac{h}{R_0}}{1+\frac{h}{2R_0}}$ |
| III | $u\,(R_0 + t) = \text{const}$ | $\dfrac{\frac{h}{R_0}\left(1+\frac{h}{2R_0}\right)}{\ln^2\left(1+\frac{h}{R_0}\right)\left(\frac{R_0}{h}+1\right)^2}$ |

$$\Phi_3^{III}\left(\frac{h}{R_0}\right) = \frac{1}{2\ln^2\left(1+\frac{h}{R_0}\right)}\left\{\frac{1+\frac{R_0}{h}\left[1+2\ln\left(1+\frac{h}{R_0}\right)\right]}{\left(\frac{R_0}{h}+1\right)^3} - \frac{1+2\ln\left(1+\frac{h}{R_0}\right.}{\left(\frac{R_0}{h}+1\right)^2}\right.$$

*Таблица*

| $\Phi_2\left(\frac{h}{R_0}\right)$ | $\Phi_3\left(\frac{h}{R_0}\right)$ |
|---|---|
| $2\left[1-\frac{R_0}{h}\ln\left(1+\frac{h}{R_0}\right)\right]$ | $2-3\frac{R_0}{h}\ln\left(1+\frac{h}{R_0}\right)+\frac{1}{1+\frac{h}{R_0}}$ |
| $\frac{1}{\frac{R_0}{h}+0.5}$ | $\frac{\frac{R_0}{2h}+0.5}{\left(\frac{R_0}{h}+0,5\right)^2}$ |
| $\frac{\frac{h^2}{R_0^2}-\frac{1+2\ln\left(1+\frac{h}{R_0}\right)}{\left(\frac{R_0}{h}+1\right)^2}}{2\ln^3\left(1+\frac{h}{R_0}\right)}$ | значение функции приводится ниже |

$$\ldots+\frac{3}{2}\cdot\frac{h^3}{R_0^3\left(1+\frac{h}{R_0}\right)\ln\left(1+\frac{h}{R_0}\right)}-\frac{1{,}5\frac{h}{R_0}\left[1+2\ln\left(1+\frac{h}{R_0}\right)\right]}{\left(1+\frac{h}{R_0}\right)\left(\frac{R_0}{h}+1\right)^2\ln\left(1+\frac{h}{R_0}\right)}\right\}$$

Отметим, что в общем случае из (9) выделить $dh/dl$ невозможно, т. к. $dh/dl$ содержится и в других производных $u$ в (10).

Определяя гидравлический уклон по формуле Шези

$$I_f = \frac{Q^2}{A^2C^2R}, \tag{9}$$

где $A$ — площадь живого сечения; $C$ — коэффициент Шези, определяемый по формуле: $C = R^y/n$; $n$ — коэффициент шероховатости; $y$ — показатель Павловского; $R$ — гидравлический радиус, дифференциальное уравнение движения жидкости в призматических каналах прямоугольного поперечного сечения с криволинейным очертанием профиля дна можно записать в удобном для интегрирования на ЭВМ виде:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{\left(1 + h\dfrac{d\varphi}{dl}\right)\sin\varphi - \dfrac{q^2n^2}{h^2}\left(\dfrac{1}{h} + \dfrac{2}{b}\right)^{1+2y}}{\cos\varphi - \dfrac{q^2}{gh^3}\left[\alpha \pm \Phi_3\left(\dfrac{h}{R_0}\right)\right]}, \tag{10}$$

где $q = \dfrac{Q}{b}$ — удельный расход.

В общем виде выделение функции $\Phi_3\left(\dfrac{h}{R_0}\right)$ не представляется возможным, а для частных случаев изменения скоростей ее значения приводятся в таблице. Все три безразмерные функции $\Phi_1\left(\dfrac{h}{R_0}\right)$, $\Phi_2\left(\dfrac{h}{R_0}\right)$ и $\Phi_3\left(\dfrac{h}{R_0}\right)$ зависят только от отношения $h/R_0$.

Решая уравнение (10) на ЭВМ, получаем функцию $h = h(l)$, т. е. кривую свободной поверхности, имея которую, а также законы $u = u(y, l)$, $b = b(y, l)$, можем построить эпюры скоростей и давления.

При заданной форме русла легко определить $b = b(y, l)$, а что касается зависимости $u = u(y, l)$, то получить ее теоретически пока не представляется возможным. В практических целях можно получить цифровые решения приближенным численным интегрированием, на ЭВМ для частных случаев из общего дифференциального уравнения (8), либо дифференцированием выражения полного напора (4).

ЕрПИ им. К. Маркса — 27. XI. 1985

## ЛИТЕРАТУРА

*Токмаджян В. О., Мартиросян Р. Г.* Распределение давления на участках канала с криволинейным очертанием профиля дна // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН.— 1987.—Т. XL, № 2.—с. 34—39.