ЛИТЕРАТУРА

1. *Орлов А. П., Пузановский В. А., Сапожников В. В.* Перспективы создания дизель-электрических установок с переменной частотой вращения //Судостроение.—1976.—№ 10.—С. 28—29.
2. *Еременко Б. Г.* Система синхронный генератор—преобразователь частоты—асинхронизированный синхронный генератор //Электротехника.—1966.—№ 6.—С. 37—39.
3. *Шакарян Ю. Г.* Асинхронизированные синхронные машины.—М.:Энергоатомиздат, 1981.—193 с.
4. *Shekarian Dj., Chitchian V., Safarian A.* Doubleded machines in autonomus power System //ICEM.—1981.—P III.—P. 1668—1672.
5. *Джюджи Л., Пелли Б.* Силовые полупроводниковые преобразователи частоты.—М.: Энергоатомиздат, 1983.—400 с.

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLI, № 1, 1988

ГИДРОТЕХНИКА

Р. М. БАРСЕГЯН, В. А. САГАТЕЛЯН

ЗАДАЧА ФИЛЬТРАЦИИ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ ГРУНТАХ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ СООТНОШЕНИЙ МЕЖДУ ФАЗАМИ ГРУНТА

Основные уравнения фильтрации в деформируемых водонасыщенных грунтах с учетом изменения соотношений между жидкой и твердой фазами грунта в процессе фильтрации даны в работе [1]. При выводе основных уравнений использовано уравнение равновесия для нестабилизированного состояния, которое позволяет учитывать изменение соотношений между фазами грунта для любого момента времени.

Одно из уравнений, приведенных в [1], имеет вид

$$\left(1+\frac{e_{cp}}{aE_{в}}\right)\frac{\partial H}{\partial t}=$$

$$=\frac{(\gamma-\gamma_s)k}{\gamma(1+e_{cp})}\frac{\partial H}{\partial z}\Big|_{S(t)}+\frac{(1+e_{cp})k}{\gamma a}\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}-S'(t)\frac{\gamma e_{cp}+\gamma_s}{\gamma(1+e_{cp})}, \qquad (1)$$

где $H=H(z,t)$—искомый напор; e_{cp}—осредненный коэффициент пористости грунта; a—коэффициент уплотнения грунта (грунт не обладает структурной прочностью); $E_в$—модуль объемного сжатия воды; γ—объемный вес воды; γ_s—удельный вес скелета грунта; k—коэффициент фильтрации. $S(t)$—осадка слоя грунта в момент времени t.

Если движущуюся в порах грунта жидкость (воду) считать несжимаемой, то $E_в = \infty$ и для несильносжимаемых грунтов из (1) получим

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \bar{a}_0 \frac{\partial H}{\partial z} + a^2 \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}, \tag{2}$$

где

$$\bar{a}_0 = \frac{(\gamma - \gamma_1) k}{\gamma (1 + e_{ср})}, \quad a^2 = \frac{(1 + e_{ср}) k}{\gamma a}.$$

В настоящей работе рассматривается задача неустановившейся фильтрации несжимаемой воды в деформируемом водонасыщенном грунте мощности T. На верхнем основании грунта мгновенно накладывается равномерно распределенная нагрузка интенсивности q. Подошва флютбета (штампа, сооружения и т. д.) водонепроницаемая. Под рассматриваемым слоем залегается недеформируемый водонасыщенный грунт с напором $H_1 = const$. Начало координат поместим на подошве флютбета (на верхней границе слоя грунта), а положительное направление оси oz выберем вниз. Тогда вышеуказанная задача математически сформулируется так: требуется найти функцию $H(z,t)$, удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \bar{a}_0 \frac{\partial H}{\partial z} + a^2 \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \tag{3}$$

и следующим условиям:

$$\left.\frac{\partial H}{\partial z}\right|_{z=0} = 0, \quad H|_{z=T} = H_1; \quad H(z, 0) = \frac{q}{\gamma} = H_0. \tag{4}$$

При переходе из (2) к уравнению (3) было учтено, что верхняя граница слоя грунта (плоскость $z = O$) является водонепроницаемой.

С помощью замены искомой функции

$$H(z, t) = h(z, t)\, e^{-\frac{a}{2} z},$$

где $a = \bar{a}_0 / a^2$, задача (3) — (4) заменяется задачей (5) — (6):

$$\frac{\partial h}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} - \frac{a^2}{4} h \right), \tag{5}$$

$$\left.\left(\frac{\partial h}{\partial z} - \frac{a}{2} h \right)\right|_{z=0} = 0, \quad h|_{z=T} = H_1 e^{\frac{a}{2} T}, \quad h(z, 0) = H_0 e^{\frac{a}{2} z}. \tag{6}$$

Применим к задаче (5) — (6) преобразование Лапласа относительно переменной t. Полагая, что

$$\bar{h}(z, p) = \int_0^\infty e^{-pt} h(z, t)\, dt,$$

приходим к задаче (7)—(8):

$$a^2 \frac{d^2\bar{h}}{dz^2} - (\alpha + p)\bar{h} = -H_0 e^{\frac{a}{2}z}. \tag{7}$$

$$\left(\frac{d\bar{h}}{dz} - \frac{a}{2}\bar{h}\right)\Big|_{z=0} = 0; \quad \bar{h}\Big|_{z=T} = \frac{H_1}{p} e^{\frac{a}{2}T}, \tag{8}$$

где $\alpha = \frac{1}{4} a^* a^2$.

Решения задачи (7)—(8) найдено методом Лагранжа. Оно имеет вид:

$$\bar{h}(z, p) = \frac{H_0}{p} e^{\frac{a}{2}z} + \frac{H_1 - H_0}{p} \times$$

$$\times e^{\frac{a}{2}T} \frac{\sqrt{\frac{\alpha + p}{a^*}} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{\alpha + p}{a^*}} z + \frac{a}{2} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{\alpha + p}{a^*}} z}{\sqrt{\frac{\alpha + p}{a^*}} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{\alpha + p}{a^*}} T + \frac{a}{2} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{\alpha + p}{a^*}} T}. \tag{9}$$

Переход от $\bar{h}(z,p)$ к искомой функции $h(z,t)$ осуществим по формуле обращения Римана-Мелина, согласно которой

$$h(z, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c - i\infty}^{c + i\infty} \bar{h}(z, p) e^{pt} dp. \tag{10}$$

В (10) интегрирование производится по произвольной прямой $c=$ const ($c>0$), параллельной мнимой оси. Все особые точки подынтегральной функции находятся с левой стороны пути интегрирования.

Особые точки подынтегральной функции—простые полюсы

$$p = 0, \quad p_n = -\alpha - a^* \mu_n^2 T^{-2} \quad (n = 1, 2, \ldots),$$

где p_n — корни уравнения

$$\sqrt{\frac{\alpha + p}{a^*}} T \operatorname{ch} \sqrt{\frac{\alpha + p}{a^*}} T + \frac{Ta}{2} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{\alpha + p}{a^*}} T = 0,$$

а μ_n — уравнения

$$\operatorname{tg} \mu = -\frac{2\mu}{aT}, \tag{11}$$

следующего из предыдущего.

Все условия леммы Жордана выполнены, поэтому для вычисления интеграла в (10) достаточно найти сумму вычетов подынтегральной функции в вышеуказанных полюсах. После вычислений и некоторых преобразований из (10) получим

$$h(z,t) = H_1 e^{-\frac{a}{2}z} + 2a_0 T (H_1 - H_0) \times$$

$$\times e^{\frac{a}{2}T} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n R_n(z) \exp[-(\alpha + a^* \mu_n^2 T^{-2}) t]}{(\alpha T^2 + a^* \mu_n^2)(4\mu_n^2 + T^2 a^2 + 2Ta) \cos \mu_n}, \tag{12}$$

где $R_n(z) = 2\mu_n \cos \frac{z}{T} \mu_n + Ta \sin \frac{z}{T} \mu_n$.

Таким образом, окончательное решение поставленной задачи (3)—(4) дается формулой

$$H(z,t) = H_1 + 2a_0 T (H_1 - H_0) \times$$

$$\times e^{\frac{a}{2}(T-z)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n R_n(z) \exp[-(\alpha + a^* \mu_n^2 T^{-2}) t]}{(\alpha T^2 + a^* \mu_n^2)(4\mu_n^2 + T^2 a^2 + 2Ta) \cos \mu_n}. \tag{13}$$

Корни μ_n характеристического уравнения (11) возрастают с возрастанием индекса n: $\mu_1 < \mu_2 < \ldots < \mu_n < \ldots$, причем для достаточно больших N: $\mu_{N+1} - \mu_N \approx \pi$. При достаточно больших Ta корни характеристического уравнения (11) мало отличаются от значений $n\pi$, а для малых Ta — $\mu_n \approx (2n-1)\frac{\pi}{2}$. Корни μ_n можно найти графически. При необходимости обеспечения большой точности следует решить характеристическое уравнение численными методами с применением ЭВМ. Ниже в таблице приведены первые семь корней уравнения (11) для достаточно обширных значений безразмерного выражения $\delta = -\frac{2}{aT}$.

Представляет интерес рассмотрение одного из предельных случаев поставленной задачи, а именно — нахождение решения для малых значений времени. С этой целью представим решение (9) для изображения в виде

$$\bar{h}(z,p) = \frac{H_0 e^{-\frac{a}{2}z}}{p} + \frac{(H_1 - H_0)}{p} \times$$

$$\times e^{\frac{a}{2}T} \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{\alpha+p}{a^*}}\, z \left(\sqrt{\frac{\alpha+p}{a^*}} + \frac{a}{2} \operatorname{th} \sqrt{\frac{\alpha+p}{a^*}}\, z \right)}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{\alpha+p}{a^*}}\, T \left(\sqrt{\frac{\alpha+p}{a^*}} + \frac{a}{2} \operatorname{th} \sqrt{\frac{\alpha+p}{a^*}}\, T \right)}.$$

Таблица

Корни характеристического уравнения

δ	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7
0,1	2,8628	5,7606	8,7083	11,7027	14,7335	17,79[illegible]8	20,8672
0,2	2,6537	5,4543	8,3913	11,4086	14,4699	17,5562	20,6578
0,3	2.4934	5,2759	8,2385	11,2828	14,3652	17,4673	20,5809
0,4	2,3896	5,1633	8,1516	11,2149	14,3101	17,4213	20,5415
0,5	2,2889	5,087	8,0962	11,1727	14,2764	17,3932	20,5175
0,6	2,2157	5,0322	8,053	11,144	14,2536	17,3744	20,5015
0,7	2,156	4,9912	8,03	11,1233	14,2372	17,3609	20,49
0,8	2,1064	4.9593	8.0088	11,1076	14.2248	17,3507	20,4813
0,9	2,0645	4,9339	7.9921	11,0954	14,2152	17,3427	20,4746
1	2.0288	4.9132	7,9787	11,0855	14.2074	17,3364	20,4692
1,5	1,9071	4.849	7,9378	11,0558	14,1841	17,3172	20,4529
2	1,8366	4,8158	7,9[illegible]	11,0408	14.1728	17,3076	20,4448
2,5	1,7906	4,79[illegible]	7,9045	11,0318	14.1654	17,3019	20.44
3	1,7582	4,782	7.8962	11,0258	14.1607	17,298	20,4367
4	1,7155	4,7618	7,8857	11,0183	14,1545	17,2932	20,4326
5	1,6987	4,7511	7,8794	11,0137	14,1513	17,2903	20.4301
10	1,632	4,7335	7,8667	11,0047	14.1442	17,2846	20,4253
15	1,6121	3,7265	7,8625	11,0016	14,1419	17,2826	20,4236
25	1,5959	4,7209	7,8591	10,9992	14.14	17.2811	20,4223
35	1,5888	4,7184	7,8576	10,9982	14,1392	17,2804	20,4218
50	1,5834	4,7166	7,8565	10,9974	14,1386	17,2799	20,4213
80	1,5787	4,715	7,8556	10,9967	14,1381	17,2795	20,421
100	1,5771	4,7145	7,8553	10,9965	14,1379	17.2793	20,4208

Для больших p функцию $\bar{h}(z, p)$ можно заменить выражением

$$\bar{h}(z, p) = \frac{H_0}{p} \exp\left(\frac{a}{2} z\right) + (H_1 - H_0) \exp\left(\frac{a}{2} T\right) \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{\alpha + p}{a^2}}\, z}{p \operatorname{ch} \sqrt{\frac{\alpha + p}{a^2}}\, T}. \quad (14)$$

Переход от изображения (14) к оригиналу производится по формуле обращения Римана-Мелина. Искомая функция напоров $H(z,t)$ определяется формулой

$$H(z, t) = 4a^2\pi (H_1 - H_0) e^{\frac{a}{2}(T - z)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1) \cos \frac{(2n-1)\pi z}{2T}}{4\alpha T^2 + \pi^2 a^4 (2n-1)^2} \times$$

$$\times \exp\left[-\alpha t - \frac{\pi^2 a^4 (2n-1)^2}{4T^2} t\right] +$$

$$+ H_0 + (H_1 - H_0) \exp\left[\frac{a}{2}(T - z)\right] \frac{\operatorname{ch} \frac{a}{2} z}{\operatorname{ch} \frac{a}{2} T}.$$

Так как освобождение воды происходит за счет уменьшения пор, то имеет место равенство для сечения z [2] в момент времени t

$$-k\int_0^t \frac{\partial H}{\partial z}\,dt = s(z,\,t),$$

где под $s(z,t)$ подразумевается осадка части слоя грунта до глубины z. Осадка же всего слоя грунта $s(t)$ в момент времени t определяется формулой

$$s(t) = -k\int_0^t \left.\frac{\partial H}{\partial z}\right|_{z=T} dt. \tag{15}$$

Найдем выражение удельного расхода воды в сечении $z=T$ для момента времени t по формуле (13):

$$k\left.\frac{\partial H}{\partial z}\right|_{z=T} = 2k\,(H_1-H_0)\,a^*\,T^{-3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mu_n^2\exp(-\bar{\mu}_n t)}{\bar{\mu}_n+\dfrac{a_0}{2T}},$$

где

$$\bar{\mu}_n = \frac{(a_0T)^2+(2a^*\mu_n)^2}{4a^*T^2}.$$

Согласно (15), осадку слоя грунта можно определить по формуле:

$$s(t) = 2k\,(H_0-H_1)\,a^*T^{-1}\sum_{n=1}^{\infty}[1-\exp(-\bar{\mu}_n t)]\,\mu_n^2\,\bar{\mu}_n^{-1}\left(\bar{\mu}_n+\frac{a_0}{2T}\right)^{-1}.$$

Конечная осадка слоя грунта $s_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} s(t)$, поэтому

$$s_\infty\ 2k\,(H_0-H_1)\,a^*\,T^{-3}\sum_{n=1}^{\infty}\mu_n^2\,\bar{\mu}_n^{-1}\left(\bar{\mu}_n+\frac{a_0}{2T}\right)^{-1}.$$

Полученные результаты можно использовать при проектировании и строительстве гидротехнических сооружений.

ЕрПИ им. К. Маркса 11. IV. 1986

Ռ. Մ. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ, Վ. Ա. ՍԱՂԱԹԵԼՅԱՆ

ԾԾԱՆՑՄԱՆ ԽՆԴԻՐԸ ՍԵՂՄՎՈՂ ԲՆԱՀՈՂԵՐՈՒՄ ՆՐԱՆՑ ՓՈՒԼԵՐԻ ՄԻՋԵՎ ՀԱՐԱԲԵՐԱԿՑՈՒԹՅԱՆ ՓՈՓՈԽՄԱՆ ՀԱՇՎԱՌՄԱՄԲ

Ամփոփում

Տրված է սեղմելի ջրահագեցված բնահողերում ծծանցման մի եզրային խնդրի լուծում։ Ծծանցումը կատարվում է բնահողի շերտի եզրին կիրառված արտաքին բեռի ազդեցության տակ. այդ ընթացքում փոփոխվում է բնահողի հեղուկ և կարծր փուլերի փոխհարաբերությունը, որը հաշվի է առնված հա-

կետային համապարման մեջ. Տրված է ծծանցման ընթացքում բնահողի շերտի նստվածքը ժամանակի ցանկացած պահին, որը մեծ նշանակություն ունի սեղմելի բնահողերի վրա կառույցների նախագծման ժամանակ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Барсегян Р. М.* Основные уравнения фильтрации в деформируемых грунтах // ДАН СССР. 1980.—Т. 252, № 4.—С. 817—820.
2. *Барсегян Р. М.* Методы решения задач теории фильтрации в неоднородных средах.—Ереван: Изд-во ЕГУ, 1977.—303 с.

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLI, № 1, 1988

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

В. М. МИРЗОЯН, А. А. МИРЗОЯН

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРИНЦИПИАЛЬНЫХ СХЕМ ОБРАБОТКИ НАРУЖНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

В последние годы существенное развитие получили принципиально новые методы обработки, основанные на сочетании двух элементарных движений, лежащих в одной плоскости [1]. Кинематические схемы резания этих методов включают два вращательных или вращательное и поступательное движения. В них при простоте получения требуемых движений заложены возможности многолезвийной обработки сложных поверхностей при автоматической смене режущих кромок и незначительных холостых ходов. Кинематические исследования этих методов обработки достаточно полно выполнены в [2, 3].

На рис. 1 приведена схема обработки тела вращения, где для формообразования детали достаточно только два вращательных движения. Если в обобщенной схеме принять радиус инструмента за переменную величину, оставляя неизменными радиус заготовки $r_з$ и глубину резания t, то получим различные схемы обработки. Положение оси инструмента в точке O_1 соответствует тангенциальной обработке по схеме внешнего касания, когда центры вращения заготовки и инструмента расположены по разные стороны от точки их касания K. Увеличивая радиус инструмента, получаем случай II—II, принципиально не отличающийся от случая I—I. Можно представить случай, когда радиус инструмента увеличивается до бесконечности.

Схемы обработки, приведенные на рис. 2, внешне различны. Меняя величины A, $R_и$ и $r_з$, можно перейти от одной схемы к другой. Например, при $R_и < A < r_з$ имеем схему обработки внутренней поверхности, а при $r \to \infty$ — прямолинейной поверхности вращающим инструментом.