

Ю. Л. САРКИСЯН, К. Г. СТЕПАНИН, С. С. АРУТЮНЯН

БЛОЧНО-МОДУЛЬНЫЙ СИНТЕЗ ЗУБЧАТО-РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В настоящей статье предлагается унифицированный метод синтеза зубчато-рычажных механизмов (ЗРМ) по блочно-модульному принципу, который приводит задачи синтеза передаточных, направляющих и перемещающих ЗРМ любой структуры к синтезу их составных зубчато-рычажных модулей.

Методика синтеза ЗРМ. Сущность предлагаемой методики, основанной на изложенном в [1] модульном принципе синтеза механизмов, проиллюстрируем на примере синтеза ЗРМ (рис. 1) для управления перемещениями твердотельного объекта e . Пусть задан закон движения тела e и требуется спроектировать ЗРМ (рис. 1), который обеспечивает это движение с определенным приближением. Разъединив кинематические пары E и F , образуем независимые подцепи в виде планетарных механизмов ABE и DCF и выходного звена e . Это позволяет перемещать тело e по заданной программе. Далее, синтез механизма осуществляется в следующей последовательности:

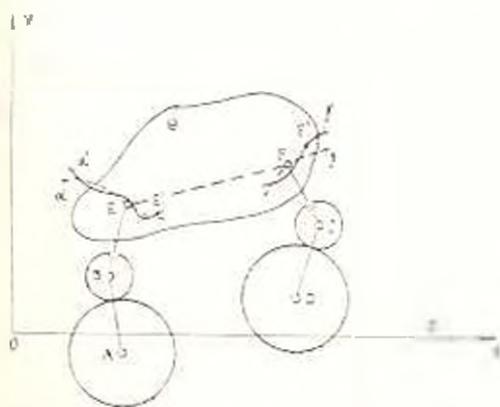


Рис. 1.

1. Задаемся начальными положениями точек E' и F' на теле e и, перемещая его по заданной программе, определяем траектории α' и β' (рис. 1) этих точек.

2. Определяем параметры планетарных механизмов ABE и DCF так, чтобы траектории α и β сателлитных точек E и F возможно мало отличались соответственно от кривых α' и β' .

3. На движущемся по заданной программе теле ϵ находим новые положения точек E' и F' , траектории которых возможно мало отличаются соответственно от кривых α и β .

4. Найденные новые положения точек E' и F' принимаем как начальные и осуществляем переход к п. 1.

Описанный цикл итерационного процесса синтеза повторяется до тех пор пока изменения искомых параметров не станут меньше погрешности вычислений. Этот процесс генерирует некоторую последовательность векторов искомых параметров, предельный вектор которой определяет искомый ЗРМ. Задачи синтеза направляющих и передаточных ЗРМ решаются как частные случаи рассмотренной выше задачи.

Синтез зубчато-рычажных модулей по заданной траектории их концевых точек. Анализ показывает, что в наиболее общем случае синтезируемые зубчато-рычажные модули кинематически эквивалентны открытым m -звенным цепям $A_1A_2 \dots A_{m+1}$ (рис. 2), в которых обобщенные координаты φ_i ($i=1, 2, \dots, m$) линейно связаны между собой следующей зависимостью:

$$\sum_{i=1}^m a_{ri}(u_1, u_2, \dots, u_r) \varphi_i = 0 \quad (r = 1, 2, \dots, r \leq m). \quad (1)$$

где a_{ri} — либо постоянные числа, либо известные функции от передаточных отношений зубчатых колес, находящихся в зацеплении. Эти связи описывают те ограничения, которые накладывают на относительные движения звеньев цепи $A_1A_2 \dots A_{m+1}$ зубчатые колеса, входящие в состав синтезируемых цепей.

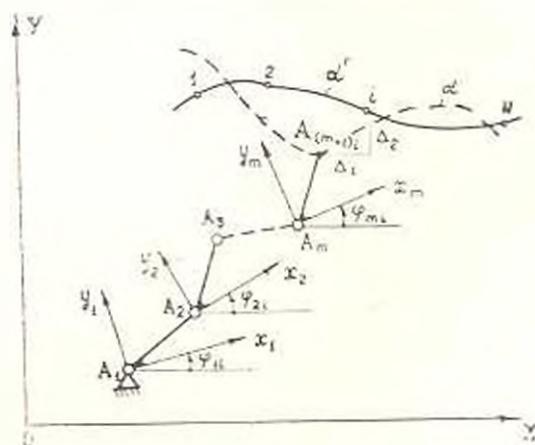


Рис. 2

Для нас представляет интерес случай $r=m-1$, когда степень подвижности кинематической цепи $A_1A_2 \dots A_{m+1}$ равна единице и концевая точка A_{m+1} получает принужденное движение по траектории α , которая должна быть приближена к заданной α' (рис. 2). Эту аппроксимационную задачу было бы естественно решить на базе уравнения кривой α , описывающего зависимость координат точки A_{m+1} от постоянных па-

раметров синтезируемой цепи. Однако вывод этого уравнения в общем случае не представляется возможным, т. к. не удастся исключить все углы, определяющие конфигурацию цепи $A_1 A_2 \dots A_{m+1}$. Поэтому используем косвенный способ решения задачи, включив в число искомых параметров синтеза указанные переменные углы.

По известным формулам преобразования координат определяем координаты точки A_{m+1} в неподвижной системе OXY :

$$X = P_1 + \sum_{i=1}^m (p_{2i+1} \cos \varphi_i - p_{2i,2} \sin \varphi_i); \quad (2)$$

$$Y = P_2 + \sum_{i=1}^m (p_{2i,1} \sin \varphi_i + p_{2i,2} \cos \varphi_i),$$

где p_1 и p_2 — координаты опорного шарнира A_1 в системе OXY , а p_{2l+1} и $p_{2l,2}$ ($l = 1, 2, \dots, m$) — координаты шарниров A_l в подвижных системах $A_l x_l y_l$, жестко связанных со звеньями $A_l A_{l+1}$ ($l = 1, 2, \dots, m$). Далее, решая линейную систему (1) относительно произвольных $m-1$ углов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_p$, находим функции

$$\varphi_l = \varphi_l(\varphi_1, u_1, u_2, \dots, u_p) \quad (l = 2, 3, \dots, m) \quad (3)$$

от независимой обобщенной координаты φ_1 и постоянных параметров u_1, u_2, \dots, u_p .

Подставив (3) в (2), координаты точки A_{m+1} выразим через компоненты векторов постоянных параметров $P = (p_1, p_2, \dots, p_{2m+2})$, $u = (u_1, u_2, \dots, u_p)$ и переменный параметр φ_1 :

$$X(P, U, \varphi_1) = \sum_{j=1}^{2m+2} f_j^{(1)}(u, \varphi_1) p_j, \quad Y(P, U, \varphi_1) = \sum_{j=1}^{2m+2} f_j^{(2)}(u, \varphi_1) p_j. \quad (4)$$

Если уравнение заданной кривой α' дано в параметрическом виде $X'(t), Y'(t)$ ($t \in [t_1, t_2]$), то в качестве функций отклонения, характеризующих отклонение траектории точки A_{m+1} от кривой α' , можно взять разности между координатами (4) точки A_{m+1} и точками кривой α'

$$\Delta_1(P, U, \varphi_1, t) = \sum_{j=1}^{2m+2} f_j^{(1)}(U, \varphi_1) p_j - X'(t),$$

$$\Delta_2(P, U, \varphi_1, t) = \sum_{j=1}^{2m+2} f_j^{(2)}(U, \varphi_1) p_j - Y'(t).$$

Тогда задача синтеза зубчато-рычажной цепи формулируется следующим образом: определить векторы $P^* = (p_1^*, p_2^*, \dots, p_{2m+2}^*)$, $U^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_p^*)$ и функцию $\varphi_1^*(t)$, для которых

$$S[P^*, U^*, \varphi_1^*(t)] = \min S[P, U, \varphi_1(t)], \quad (5)$$

$$P \in E^{2m+2}$$

где $U \in E^p$; $\varphi_1(t) \in G$.

$$S\{P, U, \varphi_1(t)\} = \int_t^{t+N} |\Delta_1^2(P, U, \varphi_1, t) + \Delta_2^2(P, U, \varphi_1, t)| dt. \quad (6)$$

Поскольку функционал (6) содержит неизвестную функцию $\varphi_1(t)$, то уравнение (5), соответствующее классической вариационной задаче, может быть решено методом Эйлера-Лагранжа [2]. Однако этот метод приводит к трудоемким вычислениям, что делает его малоэффективным.

При решении практических задач часто применяются прямые методы вариационного исчисления, заключающиеся в дискретизации задачи (5). В этом случае вместо непрерывной функции $\varphi_1(t)$ определяют ее дискретные значения φ_{1i} ($i = 1, 2, \dots, N$), а задача (5) превращается в обычную задачу квадратического приближения. Ниже описывается итерационный алгоритм решения дискретного случая задачи (5), которая при заданном векторе постоянных параметров $U = (u_1, u_2, \dots, u_r)$ формулируется следующим образом: определить вектор искомых постоянных параметров $P^* = (p_1^*, p_2^*, \dots, p_{2m+2}^*)$ и вектор $\varphi_1^* = (\varphi_{11}^*, \varphi_{12}^*, \dots, \varphi_{1N}^*)$ дискретных значений обобщенной координаты так, чтобы

$$S\{P^*, \varphi_1^*\} = \min S\{P, \varphi_1\}, \quad (7)$$

$$P \in E^{2m+2}$$

где

$$\varphi \in E^N$$

$$S\{P, \varphi\} = \sum_{i=1}^N |\Delta_{1i}^2(P, \varphi_{1i}) + \Delta_{2i}^2(P, \varphi_{1i})|, \quad \Delta_{1i} = \sum_{j=1}^{2m+2} f_{1j}^{(1)} p_j - X_i;$$

$$f_{1j}^{(1)} = f_{1j}^{(1)}(U, \varphi_{1i}); \quad X_i = X(t_i); \quad \Delta_{2i} = \sum_{j=1}^{2m+2} f_{2j}^{(2)} p_j - Y_i;$$

$$f_{2j}^{(2)} = f_{2j}^{(2)}(U, \varphi_{1i}); \quad Y_i = Y(t_i).$$

Алгоритм решения задачи (7) включает следующие операции:

1. Задаемся начальными значениями искомых параметров $\varphi_{11}, \varphi_{12}, \dots, \varphi_{1N}$;
2. Устанавливаем $k = 1$;
3. Определяем $\varphi_{11}^{(k)} = \varphi_{11}, \varphi_{12}^{(k)} = \varphi_{12}, \dots, \varphi_{1N}^{(k)} = \varphi_{1N}$;
4. Рассматриваем функционал

$$S\{P, \varphi^{(k)}\} = \sum_{i=1}^N |\Delta_{1i}^2(P, \varphi_{1i}^{(k)}) + \Delta_{2i}^2(P, \varphi_{1i}^{(k)})| \quad (8)$$

и решением линейной системы

$$\sum_{j=1}^{2m+2} c_{ij} p_j = d_i, \quad i = 1, 2, \dots, 2m+2,$$

$$c_{ij} = \sum_{l=1}^N (f_{1j}^{(1)} f_{1l}^{(1)} + f_{2j}^{(2)} f_{2l}^{(2)}), \quad d_i = \sum_{l=1}^N (X_l f_{1i}^{(1)} + Y_l f_{2i}^{(2)}).$$

вытекающей из необходимых условий минимума функционала (8) ($\partial S / \partial p_j = 0, j = 1, 2, \dots, 2m + 2$), определяем значения параметров $p_1^{(k)}, p_2^{(k)}, \dots, p_{2m+2}^{(k)}$.

5. Для каждого значения $i = 1, 2, \dots, N$ из условий минимума функции одной переменной $S_i |p^{(k)}, \varphi_i|$ определяем φ_i^* ($i = 1, 2, \dots, N$);

6. Проверяем $|\varphi_{iN}^* - \varphi_{i1}^*| \leq \epsilon$ ($i = 1, 2, \dots, N$), где ϵ — заданная точность вычислений. Если условия выполняются, то итерационный процесс прекращаем, в противном случае осуществляем переход к п. 7;

7. Устанавливаем $\varphi_{11} = \varphi_{11}^*, \varphi_{12} = \varphi_{12}^*, \dots, \varphi_{iN} = \varphi_{iN}^*$;

8. Устанавливаем $k = k + 1$ и переходим к п. 3.

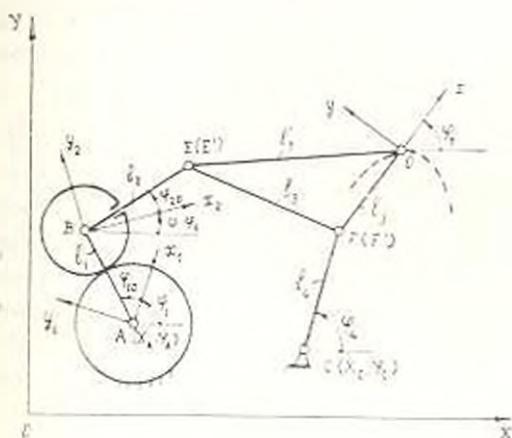


Рис. 3.

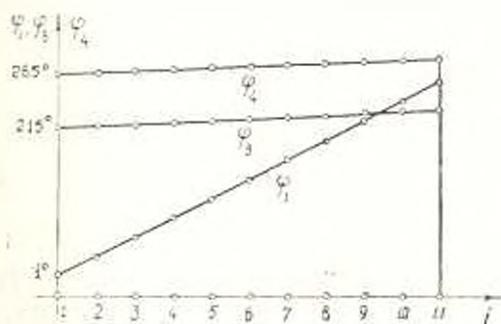


Рис. 4.

Пример. Спроектировать направляющий ЗРМ (рис. 3) для воспроизведения параболы $Y_0 = X_0^2 - 9,6 - 4X_{01} = 0,15(i-1), i = 1, 2, \dots, 11$.

В результате синтеза по представленной методике при $\varphi_2 = 4\varphi_1$ получены следующие значения постоянных параметров механизма:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 3.815661, & I_2 &= 0.732388, & I_3 &= 0.517812, \\
 I_4 &= 1.447175, & I_5 &= 1.04651, & I_6 &= 3.513279, \\
 X_1 &= 0.082885, & Y_1 &= 1.482137, & X_2 &= 0.000146, \\
 Y_2 &= 0.00037, & \varphi_{10} &= 276.30793, & \varphi_{20} &= 298.60984^\circ.
 \end{aligned}$$

Графики изменения функций φ_1 , φ_2 и φ_3 приведены на рис. 4. Максимальное отклонение чертящей точки o от заданной параболы по оси OY составляет $\max |\Delta_i Y| = 0,738 \cdot 10^{-2}$.

Երևանի Կ. Մարքս

11.1.1987

ՅՈՒՆ. Լ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Կ. Ֆ. ԱՍԵՓՅԱՆԻ, Ս. Ս. ՉԼՈՐԻՔՅԱՆԻԱՆ

ՓԻՆԿ ԵՎԱՐՄԵՆԻ ՏԵԿՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ԿԱՌԱՎԱՐՈՎ ԱՏԱՄԵՆԱԿԱՆԱԿԱՆ
ՄԵՆՆԱՆԵՐԿՆԵՐԻ ԲԼՈՎ-ՄՈԴՈՒԼԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿՐՈՒԹՅՈՒՆ

Ս Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Վ

Հողի անոթային առաջարկում է պինդ մարմնի կամայական թվով դիրքեր վերադարձնող առամնա-լծակային մեխանիզմների համադրման բնագիտական մեթոդ: Յուրյ է տրվում, որ կամայական կառուցվածքի առամնա-լծակային մեխանիզմի համադրությունը հանդում է վերջինիս կառուցվածքային ավելի պարզ տարրերի՝ մոդուլների համադրմանը ըստ արբանյակային կետերի տված հետադի, իսկ այն ներկայացվում է կապված փոփոխականներով ֆունկցիաների մոտարկման խնդրի տեսքով: Առաջարկվում է այս մոտարկման խնդրի լուծման պարզեցված թվային մեթոդ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Саркисян Ю. В. Аппроксимационный синтез механизмов.—М.: Наука, 1982.—304 с.
2. Гельфанд И. М., Фомин С. В. Вариационное исчисление.—М.: Физматгиз.—1961.—228 с.

Изв. АН АрмССР (сер. 1Н), т. ХLI, № 1, 1988

МАШИНОСТРОЕНИЕ

А. Г. ХАРАТЯН

СИНТЕЗ СФЕРИЧЕСКИХ И ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МНОГОЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ МЕТОДОМ ПЛОСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В статье [1] свойство кинематической аналогии плоских и сферических четырехзвездников перенесено на многозвенные пространственные механизмы, образуемые последовательным соединением четырехзвездников. В настоящей статье использованием результатов [1] разработаны новые алгоритмы синтеза сферических и пространственных многозвенных механизмов.