

Ю. А. ЕДИГАРЯН

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КАРДАНОВА
ПОДВЕСА В КАЧЕСТВЕ МЕХАНИЗМА ОРИЕНТАЦИИ

Карданов подвес в своем классическом исполнении широко применяется для двух- и трехосной ориентации оптических и гироскопических приборов [1, 2]. При этом, по каждой управляемой координате подвес снабжается приводом и отчетно-измерительным органом, расположенными как на основании, так и на подвижных звеньях механизма. Однако, подвижная установка приводных и измерительных органов в ряде случаев может привести к снижению технических и эксплуатационных характеристик механизма подвеса, в частности, к ухудшению точностных и динамических характеристик вследствие увеличения моментов инерции подвижных частей.

В работе [3] предложена кинематическая схема, обеспечивающая возможность неподвижной установки приводов по обеим осям поворота на неподвижном основании. При высокой точности воспроизведения заданных тактов движения выходного звена упомянутый механизм обладает только двумя степенями подвижности выходного звена, управляемыми со стороны основания, и помимо вращательных кинематических пар содержит также сферические шарниры. Кроме того, свойство «развязки» движений приводов этого механизма сохраняется в пределах малых углов движения входных звеньев, определяемых условиями синтеза.

Настоящая статья посвящена кинематическому анализу механизма тройного карданова подвеса, обладающего тремя степенями подвижности выходного звена, управляемыми со стороны основания [4]. Кинематическая схема этого механизма в исходном положении его звеньев приведена на рис. 1. Выходное звено 7, несущее на себе ориентированный объект (не показан на чертеже), связано с основанием посредством трех идентичных кинематических цепей, каждая из которых включает одну пару шарнирно-сопряженных между собой звеньев 1,5, 2,6 и 3,4. Рычажные звенья 1, 2 и 3, сопряженные с основанием посредством трех вращательных пар с пересекающимися под прямым углом осями, кинематически связаны соответственно с приводами 8, 10, 12 и отчетно-измерительными устройствами 9, 11 и 13, расположенными на основании. Промежуточные звенья 4, 5 и 6 шарнирно сопряжены с выходным звеном 7 также посредством трех вращательных пар с пересекающимися под прямым углом осями. Поскольку оси всех указанных вращательных пар пересекаются в одной общей точке 0, описанный механизм является сферическим. Ориентирование выходного звена относительно неподвижной системы координат осуществляется по-

воротами входных звеньев 1, 2, 3 соответственно на углы $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ посредством приводов 8, 10, 12 и контролируется отчетно-измерительными органами 9, 11, 13.

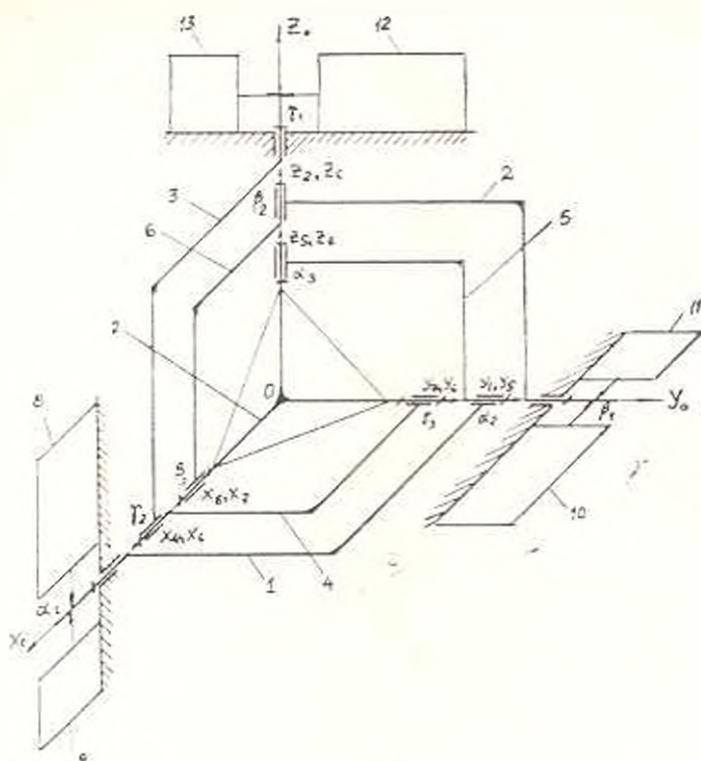


Рис. 1.

Для вывода кинематических соотношений механизма и определения пространственной ориентации выходного звена в зависимости от значений углов поворота α_1, β_1 и γ_1 входных звеньев 1, 2 и 3, свяжем с основанием неподвижную систему координат $OX_0Y_0Z_0$, а с i -ым подвижным звеном — подвижную систему $OX_iY_iZ_i$ ($i = 1, \dots, 7$).

Звенья 1, 2 и 3 имеют одну степень подвижности (поворот вокруг осей OX_1, OY_1, OZ_1 соответственно на углы $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$), а звенья 4, 5 и 6 — две степени (повороты соответственно вокруг осей OZ_1 и OX_2 на углы $\gamma_1, \alpha_2, OX_0, OY_1, OZ_1$ — α_1, β_1, OY_1 и OZ_2 — β_1, β_2). Выходное звено 7 может вращаться вокруг осей OX_2, OY_2 и OZ_2 соответственно на углы β_2, γ_2 и α_2 . Матрицы поворотов $A_4 - A_7$, описывающие вращение подвижных звеньев 4, 5, 6 и 7 вокруг соответствующих осей, приведены ниже:

$$A_4 = \begin{vmatrix} \cos \gamma_1 & \sin \gamma_1 \cos \gamma_2 & \sin \gamma_1 \sin \gamma_2 \\ -\sin \gamma_1 & \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 & \cos \gamma_1 \sin \gamma_2 \\ 0 & -\sin \gamma_2 & \cos \gamma_2 \end{vmatrix};$$

$$A5 = \begin{vmatrix} \cos \alpha_1 & 0 & -\sin \alpha_2 \\ \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 & \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 & -\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{vmatrix};$$

$$A6 = \begin{vmatrix} \cos \beta_1 \cos \beta_2 & \cos \beta_1 \sin \beta_2 & -\sin \beta_1 \\ -\sin \beta_2 & \cos \beta_2 & 0 \\ \sin \beta_1 \cos \beta_2 & \sin \beta_1 \sin \beta_2 & \cos \beta_1 \end{vmatrix};$$

$$A7 = \begin{vmatrix} \cos \gamma_3 \cos \alpha_3 & \cos \gamma_3 \sin \alpha_3 & -\sin \gamma_3 \\ -\cos \beta_3 \sin \alpha_3 + & \cos \beta_3 \cos \alpha_3 + \\ + \sin \beta_3 \sin \gamma_3 \cos \alpha_3 & + \sin \gamma_3 \sin \beta_3 \sin \alpha_3 & \sin \beta_3 \cos \gamma_3 \\ \sin \beta_3 \sin \alpha_3 + & -\sin \beta_3 \cos \alpha_3 + \\ + \cos \beta_3 \sin \gamma_3 \cos \alpha_3 & + \cos \beta_3 \sin \gamma_3 \sin \alpha_3 & \cos \beta_3 \cos \gamma_3 \end{vmatrix}.$$

где элементами матриц служат проекции единичных векторов (ортов) $\bar{X}_i, \bar{Y}_i, \bar{Z}_i$ осей соответствующей подвижной системы координат на оси неподвижной системы $OX_0Y_0Z_0$. Углы относительных поворотов $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ между звеньями 1,5, 2,6 и 3,4 определим из условия взаимной перпендикулярности ортов координатных осей OY_4, OZ_5 и OY_6 , используя соответствующие элементы матриц A4—A6:

$$\cos \widehat{Y_4 Z_5} = -\sin \alpha_2 \cos \beta_1 \cos \beta_2 - \sin \beta_2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + \\ + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \sin \beta_1 \cos \beta_2 = 0;$$

$$\cos \widehat{Z_5 X_6} = -\sin \alpha_2 \sin \gamma_1 \cos \gamma_2 + \\ + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 - \sin \gamma_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 = 0; \quad (1)$$

$$\cos \widehat{X_6 Y_6} = \sin \gamma_1 \cos \gamma_2 - \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \sin \beta_2 - \\ - \sin \gamma_2 \sin \beta_1 \cos \beta_2 = 0.$$

После элементарных преобразований представим уравнения (1) в матричной форме:

$$\begin{vmatrix} \cos \beta_1 \sin \alpha_1 & 1 \\ \sin \gamma_1 & 0 & \cos \alpha_1 \\ 0 & \cos \gamma_1 & \sin \beta_1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \operatorname{tg} \alpha_2 \\ \operatorname{tg} \beta_2 \\ \operatorname{tg} \gamma_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \alpha_1 \sin \beta_1 \\ \cos \gamma_1 \sin \alpha_1 \\ \cos \beta_1 \sin \gamma_1 \end{vmatrix}. \quad (2)$$

откуда тангенсы искомых углов определятся по правилу Крамера:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = (\operatorname{tg} \beta_1 - \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \operatorname{tg} \gamma_1) / \cos \alpha_1 (1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \beta_1 \operatorname{tg} \gamma_1); \\ \operatorname{tg} \beta_2 = (\operatorname{tg} \gamma_1 - \sin \beta_1 \cos \beta_1 \operatorname{tg} \alpha_1) / \cos \beta_1 (1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \beta_1 \operatorname{tg} \gamma_1); \\ \operatorname{tg} \gamma_2 = (\operatorname{tg} \alpha_1 - \sin \gamma_1 \cos \gamma_1 \operatorname{tg} \beta_1) / \cos \gamma_1 (1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \beta_1 \operatorname{tg} \gamma_1). \quad (3)$$

Для вывода выражений, связывающих углы поворота выходного звена $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ с входными углами $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$, воспользуемся условиями равенства между собой ортов Z_1 и Z_2, Y_1 и Y_2, X_1 и X_2 на осях OZ_0, OY_0 и OX_0 , т. е. равенства элементов, стоящих на главной диагонали матрицы $A7$ и соответствующих диагональным элементам матриц $A4 - A6$:

$$\begin{cases} \cos \beta_2 \cos \alpha_2 = \cos \alpha_1 \cos \beta_1; \\ \cos \beta_2 \cos \alpha_2 + \sin \gamma_2 \sin \beta_2 \sin \alpha_2 = \cos \gamma_1 \cos \alpha_1; \\ \cos \gamma_2 \cos \alpha_2 = \cos \beta_1 \cos \beta_2. \end{cases} \quad (4)$$

откуда

$$\cos \gamma_2 = \frac{\cos \gamma_1}{\sqrt{1+a^2+b^2-c^2} - \sqrt{(1+a^2+b^2-c^2)^2 - 4(a^2-b^2-a^2b^2-2abc)}} \quad (5)$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{b \sqrt{2}}{\sqrt{1+a^2+b^2-c^2} - \sqrt{(1+a^2+b^2-c^2)^2 - 4(a^2+b^2+a^2b^2-2abc)}} \quad (6)$$

$$\cos \beta_2 = \frac{a \sqrt{2}}{\sqrt{1+a^2+b^2-c^2} - \sqrt{(1+a^2+b^2-c^2)^2 - 4(a^2+b^2+a^2b^2-2abc)}} \quad (7)$$

где $a = \cos \alpha_1 \cos \alpha_1, b = \cos \beta_1 \cos \beta_2, c = \cos \gamma_1 \cos \gamma_2$.

Выражениями (5), (6) и (7) определяется пространственная ориентация выходного звена рассматриваемого механизма.

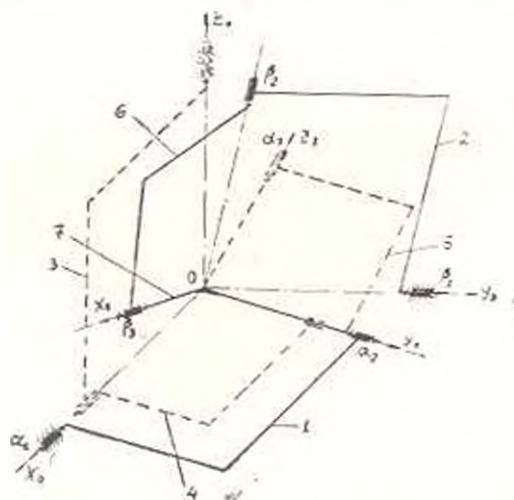


Рис. 2.

При фиксированном положении одного из входных звеньев, например, звена 3, когда $\gamma_1 = 0$, выражения (5), (6) — (7) дают следующие результаты: $\gamma_2 = \gamma_1 = \beta_2$; $\alpha_2 = \gamma_1$; $\alpha_2 = 0$. При этом звенья 3, 4 и 5 становятся лишними и их можно отбросить (рис. 2), в результате че-

го трехступенной тройной карданов подвес преобразуется в двухступенной двойной [5] (рис. 3), с выходными α_2, β_2 и входными α_1, β_1 углами. Из (3) при $\gamma_1 = 0$ получим:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \beta_1 / \cos \alpha_1; \quad \operatorname{tg} \beta_2 = -\sin \beta_1 \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (8)$$

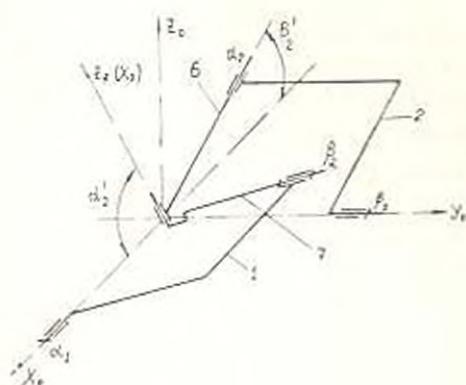


Рис. 3.

Если в выражении (8) отсчет углов β_1 и α_2 вести не от оси OZ_0 , а от OX_0 и OY_0 , т. е. заменить их углами $\beta'_1 = -(90^\circ - \beta_1)$ и $\alpha'_2 = -(90^\circ - \alpha_2)$, получим известные формулы для обычных карданных передач:

$$\operatorname{tg} \alpha'_2 = \operatorname{tg} \beta'_1 \cos \alpha_1; \quad \operatorname{tg} \beta'_2 = \operatorname{tg} \alpha_1 \cos \beta_1.$$

Аналогичные результаты получим и для случаев, когда $\alpha_1 = 0$, $\beta_1 = 0$. Соответствующие выражения для углов $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \alpha_3, \beta_3$ и γ_3 приведены в таблице.

Таблица

	$\alpha_1 = 0$	$\beta_1 = 0$	$\gamma_1 = 0$
$\operatorname{tg} \alpha_2$	$\operatorname{tg} \beta_1$	$-\sin \alpha_1 \operatorname{tg} \gamma_1$	$\operatorname{tg} \beta_1 / \cos \alpha_1$
$\operatorname{tg} \beta_2$	$\operatorname{tg} \gamma_1 \cos \beta_1$	$\operatorname{tg} \beta_1$	$-\sin \beta_1 \operatorname{tg} \alpha_1$
$\operatorname{tg} \gamma_2$	$-\sin \gamma_1 \operatorname{tg} \beta_1$	$\operatorname{tg} \alpha_1 \cos \gamma_1$	$\operatorname{tg} \alpha_1$
$\operatorname{tg} \alpha_3$	$\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \beta_2 = \operatorname{tg} \gamma_1 \cos \beta_1$	$\operatorname{tg} \gamma_1$	0
$\operatorname{tg} \beta_3$	0	$\operatorname{tg} \beta_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \alpha_1 \cos \beta_1$	$\operatorname{tg} \alpha_1$
$\operatorname{tg} \gamma_3$	$\operatorname{tg} \beta_1$	0	$\operatorname{tg} \gamma_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \beta_1 \cos \alpha_1$

**ԿԱՐԳԱՆԱՅԻՆ ԿԱՆՈՑԻ ՈՐՊԵՍ ԿՈՂՄԵՈՐՈՇԻՄԱՆ ՄԵԽԱՆԵԶՄԻ
ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՆ ՄԻ ԳԵՊՔԻ ՄԱՍԻՆ**

Ա մ փ ո փ ս ւ մ

Աշխատանքը նվիրված է սպորտիկական և զիրոսկոպիկ սարքերի եռառանցք կողմնորոշման համար նախատեսված երեք ազատության աստիճան ունեցող կարգանային մեխանիզմի կինեմատիկական վերլուծությանը: Առաջարկվող մեխանիզմի կինեմատիկական սխեման ապահովում է նրանում օդաազորովող բոլոր շարժարևրների և շափի: միջոցների անշարժ կերպով նեխարանի վրա տեղադրելու հնարավորություն, որը նպաստում է նրա զինամիկական բնութագրի լավագույնը և սարքի հուսալիության բարձրացմանը:

Մեխանիզմի կինեմատիկական վերլուծությունը կատարված է վեկտորական երկրաչափության կիրառմամբ: Դիտարկվող մեխանիզմի կլբի օդակի տարածական կողմնորոշումը նկարագրելու համար զուրս են բերված բնդանբացված ֆուկցիոնալ կապեր, որոնցից որպես մասնավոր զնպքեր ստացված են համապատասխան արտահայտություններ երկառանցք երկակի և սովորական կարգանային մեխանիզմների համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ишлинский А. Ю. Гиродинамометрические системы.— М. Наука, 1970.— 832 с.
2. Астролокационные системы // Изв. вузов. В. К. Гиродинамометрия.— М.: Машиностроение, 1977.— 236 с.
3. Каримов В. Д., Левинский Н. П., Сирсаян Ю. Г. Синтез двухподвижного пятизвенного генератора функции одного переменного жоргоном квадратичного приближения // Машиностроение.— 1973.— № 4.— С. 12—15.
4. А. № 1312287 СССР, МКН F 16 H 21/30 Механизм усталости координатных перемещений // Ю. А. Едигарян (СССР)— № 3907274/25, Заявл. 19.04.45; Опубл. 23.05.87; Бюл. № 19.— 3 с.
5. Лиска Д. Двухстепенной силовой гиробазис для точного управления ориентацией // Ракетная техника и космонавтика.— 1978.— № 3.— С. 191—194.

Изд. АН АрмССР (сер. ТИ), т. XL, № 6, 1987

МАШИНОСТРОЕНИЕ

М. Г. СТАКЯН, Л. Г. ОГАНЕСЯН, И. С. ИСАХАНЫАН

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕЖИМА НАГРУЖЕНИЯ
ШПОНОЧНЫХ СОЕДИНЕНИЙ**

Изучение сопротивления усталости соединений типа «вал—ступица» при переменном сложно-напряженном состоянии представляет определенный интерес, т. к. в большинстве случаев в опасном сечении этих тяжело нагруженных сборочных единиц в зависимости от харак-