

1. Максимович М. Г. Линейные электрические цепи и их преобразование. — М.: Госэнергоиздат, 1961. — 265 с.
2. Маркушевич А. И., Маркушевич Л. А. Введение в теорию аналитических функций. — М.: Просвещение, 1977. — 320 с.

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XL, № 2, 1987

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

А. М. КАРАПЕТЯН, Ф. И. ФИНАЕВ, М. Ф. САРИМАХМУДОВ

ВОЗМОЖНОСТЬ ПРЕДСТАВИМОСТИ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОГО КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В ВИДЕ ВЕРОЯТНОГО АВТОМАТА

Общезвестным моделям каналов передачи дискретной информации (КПДИ) присущи существенные недостатки, связанные с детерминистическим подходом, а именно: введение искусственных коэффициентов; невозможность учета медленно меняющихся параметров канала; абстрагирование от реальной помеховой обстановки. Устранить эти недостатки моделей возможно при статистическом подходе и построении модели КПДИ, формально описываемой вероятностным автоматом (ВА).

В настоящее время известен широкий класс представлений ВА [1] для задач моделирования, причем универсальная модель КПДИ может быть реализована на ВА Мура с детерминированными выходами, который функционирует в дискретном времени.

Утверждение 1. Инициальный ВА Мура с детерминированными выходами

$$A = \langle I, Y, \bar{A}, A(I), a_0, \varphi(a) \rangle, \quad (1)$$

где $I, Y, \bar{A}$ — входной, выходной и внутренний алфавиты; $A(I)$ — матрица переходных вероятностей; a_0 — начальное состояние; $\varphi(a)$ — функция выходов, является универсальной автоматной моделью дискретного канала связи.

Доказательство. Утверждать, что ВА является универсальной моделью КПДИ возможно, если: существует идентификация геометрических картин преобразований, осуществляемых КПДИ и ВА; КПДИ описывается полностью стохастическими матрицами, как и ВА; КПДИ эквивалентен и гомоморфен ВА по принципу функционирования.

Рассмотрим геометрическую картину функционирования ВА, которую возможно описать следующим образом:

$$\bar{r}(p) = r(e) L(p), \quad p \in F_L, \quad (2)$$

где $\bar{r}(p) = r(a_i/p)$, $a_i \in \bar{A}$ — вектор состояний;

$\bar{r}(e) = r(a_i)$, $a_i \in \bar{A}$ — стохастический вектор строки.

Некоторый фиксированный стохастический вектор строки $\bar{\mu}_0 = \bar{\mu}(e) \in T^n$ в процессе функционирования подвергается полугруппе стохастических преобразований с системой образующих $L(I_1), \dots, L(I_n)$, $I_i \in L$, индуцирующей счетную систему векторов Σ_L , полностью принадлежащую комплексу T^n :

$$\Sigma_L = \{\bar{\mu}(p) = \bar{\mu}(e) L(p), p \in F_L\}, T^n: \Sigma_L \in T^n.$$

Покажем, что стохастический процесс в КПДИ описывается стохастическими матрицами, как и ВА. На вход канала подается случайная входная последовательность таких кодовых комбинаций $l(t) = \{l(t_0), l(t_1), l(t_2), \dots\}$, что $l(t) \in L^T$, а при каждом фиксированном $t \in T$ — множество значений параметра времени ($T = \{t_0, t_1, t_2, \dots\}$, $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 \dots$) $l(t) \in L$. Таким образом, L^T — множество входных кодовых комбинаций является входным алфавитом модели КПДИ. Кодовые комбинации на выходе КПДИ: $y(t) = \{y(t_i)\}$, причем, $y(t) \in Y^T$ при фиксированных $t \in T$, $y(t) \in Y$, где Y — множество выходных кодовых комбинаций, являющееся выходным алфавитом КПДИ.

Процесс передачи кодовых комбинаций по КПДИ является марковским, поэтому, как и для ВА возможно задать семейство случайных процессов $a(t/t)$ на пространстве элементарных событий $(\omega, N, \mu(I))$. Здесь $\omega = \bar{A}^T$; $\bar{A}$ — числовое множество, определяющее стохастический процесс трансформации кодовых комбинаций при передаче их по каналу; $N = V^T$, где $V = G$ алгебра, заданная на множестве $\bar{A}$; $\mu(e)$ — условная вероятностная мера, заданная на σ -алгебре N .

Процесс $a(t/t)$ в КПДИ имеет в этом случае известную для ВА переходную функцию

$$\mu(a/a(t), l(t)), a \in V, a(t) \in \bar{A}, l(t) \in L.$$

Функционирование КПДИ возможно описать также функцией (2), и геометрическая картина преобразований при функционировании КПДИ будет заключаться в том, что с некоторым фиксированным стохастическим вектором строкой $\bar{\mu}_0 = \bar{\mu}(l) \in T^n$, отображающим стохастический набор переходных вероятностей в процессе функционирования, принадлежит полугруппа стохастических преобразований с системой образующих $L(I_1), \dots, L(I_n)$, $I_i \in L$, индуцирующая счетную систему векторов

$$\Sigma_A = \{\bar{\mu}(p) = \bar{\mu}(e) L(p), \bar{p} \in F_L\},$$

которая входит в симплекс $T^n: \Sigma_A \in T^n$.

Рассмотрим эквивалентность и гомоморфность КПДИ и ВА по способу функционирования на основе принципов, изложенных в [2, 3].

Определение 1. Вектор состояний $\bar{\mu}$, КПДИ и вектор состояний $\bar{\mu}$, ВА называются эквивалентными при совпадении многотактных ка-

валов специального вида, индуцированных КПДИ и ВА соответственно при векторах состояний $\bar{p}_1 = \bar{p}_{\text{КПДИ}}(e)$ и $\bar{p}_2 = \bar{p}_{\text{ВА}}(e)$, как начальных

$$J_{\text{КПДИ}}^{p,q}(q/p) = J_{\text{ВА}}^{p,q}(q/p), \quad p \in F_L, \quad q \in F_Y, \quad |p| = |q|,$$

где p, q — слова на входе и выходе, а многотактным каналом специального вида при условии, что вероятностная мера $\mu(q/p)$ определена при любых $p \in F_L$ и $q \in F_Y$, называется объект

$$I \mid L, Y, F_L, F_Y, \mu(q/p).$$

Из определения 1 вытекают определения 2 и 3.

Определение 2. Если КПДИ и моделирующий его функционирование ВА имеют одинаковые множества входных и выходных алфавитов, а также одинаковые допустимые множества векторов состояний $Z_{\text{КПДИ}}$ и $Z_{\text{ВА}}$, то КПДИ и ВА эквивалентны, если для каждого вектора состояний $\bar{p}_1 \in Z_{\text{КПДИ}}$ имеется эквивалентный ему вектор состояний $\bar{p}_2 \in Z_{\text{ВА}}$ и обратно — для каждого вектора состояний $\bar{p}_2 \in Z_{\text{ВА}}$ имеется эквивалентный ему вектор состояний $\bar{p}_1 \in Z_{\text{КПДИ}}$, где допустимым множеством векторов состояний Z называется множество векторов состояний $Z \in T^n$, если выполнено условие [3]:

$$ZL(p) \in Z, \quad p \in F_L. \quad (3)$$

Определение 3. КПДИ, описываемый как ВА в виде

$$\text{КПДИ}_{\text{ВА}} < L, Y, A_1, A_1(I), a_0, \varphi_a >$$

с допустимым множеством векторов состояний $Z_{\text{КПДИ}}$, гомоморфно отображается на ВА, моделирующий функционирование КПДИ и описываемый как

$$\text{ВА} < L, Y, \bar{A}_1, A_2(I), a_0, \varphi_a >$$

с допустимым множеством векторов состояний $Z_{\text{ВА}}$, если существует прямоугольная матрица $H = (h_{ij})$ полного ранга с числом строк, равным числу состояний $\text{КПДИ}_{\text{ВА}}$ и с числом столбцов, равным числу состояний ВА, такая, что

$$Z_{\text{ВА}} = Z_{\text{КПДИ}} H \quad (4)$$

и для любых $l \in L, y \in Y$

$$A_1(y/l) H = H A_2(y/l). \quad (5)$$

Имея определения 1, 2 и 3, докажем следующее утверждение.

Утверждение 2. Если КПДИ, описываемый как $\text{КПДИ}_{\text{ВА}} < L, Y, \bar{A}_1, A_1(I), a_0, \varphi_a >$ с допустимым множеством векторов состояний $Z_{\text{КПДИ}}$ гомоморфно отображается на ВА, описываемый как $\text{ВА} < L, Y, A_2, A_2(I), a_0, \varphi_a >$ с допустимым множеством векторов состояний $Z_{\text{ВА}}$



согласно условиям (4) и (5), то КПДИ и ВА, моделирующие его функционирование, эквивалентны, причем начальному вектору состояний $\bar{\mu}_{\text{КПДИ}}(e)$ эквивалентен начальный вектор состояний $\bar{\mu}_{\text{ВА}}(e)$.

Доказательство. Если для КПДИ и ВА, моделирующего его функционирование, выполнены условия (4) и (5), то тогда

$$A_1(q/p)H = HA_2(q/p), \quad p \in F_L, \quad q \in F_Y, \quad |p| = |q|. \quad (6)$$

Из условия (4) следует, что в матрице $A_1(I)$ сумма элементов по строкам равна единице. Тогда:

$$\begin{aligned} J_{\text{КПДИ}}^{\text{КПДИ}}(q/p) &= \bar{\mu}_{\text{КПДИ}}(e) A_1(q/p) I_{\text{КПДИ}} = \\ &= \bar{\mu}_{\text{КПДИ}}(e) A_1(q/p) H I_{\text{ВА}} = \bar{\mu}_{\text{КПДИ}}(e) H A_2(q/p) I_{\text{ВА}} = \\ &= \bar{\mu}_{\text{ВА}} A_2(q/p), \end{aligned}$$

при условии

$$\bar{\mu}_{\text{ВА}}(e) = \bar{\mu}_{\text{КПДИ}}(e) H. \quad (7)$$

Таким образом показано, что каждое допустимое распределение $\bar{\mu}_{\text{КПДИ}}(e)$ имеет эквивалентное себе допустимое распределение $\bar{\mu}_{\text{ВА}}(e)$.

Определение 4. КПДИ и ВА, моделирующие процесс функционирования КПДИ, с одинаковыми множествами входных и выходных букв изначально эквивалентны, если для каждого состояния КПДИ найдется эквивалентное ему состояние ВА и обратно — для каждого состояния ВА найдется эквивалентное ему состояние КПДИ.

Определение 5. КПДИ, описываемый как ВА и заданный в виде

$$\text{КПДИ}_{\text{ВА}} < L, Y, A_1, \mu_1(a'_1, y/a_1, e) >$$

гомоморфно отображается на ВА, заданный в виде:

$$\text{ВА} < L, Y, A_2, \mu_2(a'_2, y/a_2, e) >, \quad \text{если}$$

существует такое однозначное отображение $\bar{A}_1^* \rightarrow A_2$, $a_2 = \varphi(a_1)$, при котором выполняются соотношения:

$$\sum_{a'_2 = \varphi(a'_1)} \mu_1(a'_1, y/a_1, l) = \mu_2(a'_2, y/\varphi(a_2), l); \quad (8)$$

$$\sum \mu_1(a'_1, y/a_1, l) = \sum \mu_2(a'_2, y/a_2, l), \quad \text{если } \varphi(a_1) = \varphi(a_2). \quad (9)$$

Следствие. Пусть КПДИ по принципу функционирования гомоморфно отображается на ВА, моделирующий состояния КПДИ, в смысле определены.

Доказательство. Множество допустимых состояний Z должно совпадать с множествами $Z_{\text{КПДИ}}$ и $Z_{\text{ВА}}$. Пусть в условии (7) $\bar{\mu}_{\text{КПДИ}}(e)$ вырождено и матрица H состоит из нулей и единиц. Тогда $\bar{\mu}_{\text{ВА}}(l)$ может быть только вырожденным. Аналогично, если распределение

$r_{BA}(e)$ вырождено, то имеется всегда вырожденное $r_{КПДИ}(e)$ такое, что выполняется условие (7). Далее доказательство строится по плану доказательства утверждения 2.

Из инициальной эквивалентности $КПДИ_{BA}$ и BA , в силу линейности операторов A_1H и HA_2 следует эквивалентность $КПДИ$ и BA .

Таким образом доказано, что BA является универсальной формальной моделью $КПДИ$, что в свою очередь дает возможность решить задачи функциональной надежности $КПДИ$. Данная модель использована при оценке надежности информационных центров и каналов передачи информации.

20. X. 1985

Ա. Մ. ՆԱՐԿԵՅԱՆ, Վ. Ի. ՅԻՆԿՅՈՒՆ, Մ. Յ. ՍԱՐԻՍԱՆՅԱՆԻՐՈՎ

ԻՆՏՐԱՅԻԱՅԻ ՀԱՎՈՐԴՄԱՆ ԸՆԴՀԱՆ ԿԱՆԱԼԻ ՄՈԴԵԼԻ ՆԵՐԿԱՅԱՑՄԱՆ ՀԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆ ԱՎՏՈՄԱՏԻ ՏԵՍԵՐՈՎ

Ռ. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Դիտարկվում է ինֆորմացիայի հաղորդման ընդհատ կանալի (ԻՀԴԿ) հավանական ավտոմատի (ՀԱ) ձևական նկարագրության ներառվողությունը:

Ապացուցվում է, որ գոյություն ունի երկրաչափական պատկերների փոխակերպման նույնացում, իրականացվում է ԻՀԴԿ-ում և ՀԱ-ում կանալի համարժեք և համարժեք ընդհատ հաղորդման ֆունկցիոնալ հավանական ավտոմատի սկզբունքով:

ЛИТЕРАТУРА

1. Парняков Н. Я. Декомпозиционная модель вероятностного автомата.— В кн. Построение управляющих устройств и систем.— М.: Наука, 1974, с. 125--136.
2. Бухарин Р. Г. Вероятностные автоматы.— Казань. КГУ, 1970.— 374 с.
3. Бухарин Р. Г. Некоторые эквивалентности в теории вероятностных автоматов.— В кн.: Вероятностные методы в кибернетике, — Казань. КГУ, 1966, вып. 3, с. 96—101.