

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

Б. Е. САФАРОВ

ОПТИМАЛЬНОЕ НОРМИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНО
ПОПОЛНЯЕМЫХ ЗАПАСНЫХ ЧАСТЕЙ
С ПОМОЩЬЮ НОМОГРАММЫ

Надежность эксплуатации различных технических средств (ТС) во многом зависит от их обеспеченности в процессе технического обслуживания запасными частями, чему в условиях экономии материальных ресурсов может способствовать развитие и внедрение научно обоснованных методов управления ресурсами запасных частей. В работе [1] была предложена номограмма установления норматива запаса регионального склада, полученная на основе экономико-математического моделирования процесса обеспечения ТС запасными частями в условиях периодического пополнения запасов склада.

В данной работе рассматривается аналогичная номограмма расчета для непрерывного пополнения ресурсов запасных частей. Предполагается, что региональный склад на начало планового периода обеспечивается запасными частями в количестве x_{in} для i -го типа запасных частей ($i = 1, n$), а от обслуживаемых ТС на склад поступает пуассоновский поток требований с постоянной интенсивностью λ_i на выдачу i -го типа запасных частей. При поступлении требования от ТС на выдачу определенной запасной части последняя выдается из наличных запасов склада, а поступившая с требованием неисправная запасная часть передается на ремонт. Время восстановления распределено по показательному закону с постоянной интенсивностью μ_i . После восстановления запасной части она в исправном состоянии возвращается на региональный склад. Если при поступлении требования на складе необходимой запасной части нет в наличии, происходит отказ системы снабжения. Тогда производится экстренная (аварийная) поставка необходимой запасной части со склада вышестоящего уровня, в течение которой данное ТС простаивает.

В терминах системы массового обслуживания (СМО) считается, что число запасных частей на складе в начальный момент x_{in} есть число каналов обслуживания, а величина λ_i — плотность потока требований, причем $\mu_i = \frac{1}{t_{oi}}$ — параметр обслуживания, где t_{oi} — среднее время обслуживания требования. Данная схема пополнения запасов склада

соответствует модели СМО /М/М/∞/ с «потерянными требованиями», где образование очереди требований запрещено. Для этой схемы справедливо выражение [2, 3]:

$$p_{ik} = \frac{\lambda_i^k / k!}{\sum_{k=0}^{x_{ni}} \lambda_i^k / k!}, \quad (1)$$

где

$$p_i = \frac{\lambda_i}{\nu_i}. \quad (2)$$

Здесь p_{ik} — вероятность того, что в произвольный момент времени из начального количества x_{ni} запасных частей, k запасных частей находятся в ремонте (обслуживании заняты k каналов). С помощью выражения (1) можно получить математическое ожидание числа запасных частей i -го типа, которые будут немедленно выданы по поступающим требованиям за плановое время t_n :

$$E[x_{yn,i}] = a_i (1 - p_{x_{ni}}), \quad (3)$$

где a_i — математическое ожидание числа требований на выдачу запасных частей i -го типа, поступивших на склад в течение времени t_n , а $p_{x_{ni}}$ — стационарная вероятность получения отказа в выдаче со склада запасной части i -го типа.

Величина $p_{x_{ni}}$ получается из выражения (1) при $k = x_{ni}$, т. е. условии, что все запасные части находятся на восстановлении.

Аналогичным образом математическое ожидание числа требований, немедленно не удовлетворяемых складом за время t_n (ожидаемое число экстренных поставок), равно:

$$D[x_{ni}] = a_i - E[x_{yn,i}]. \quad (4)$$

Выражения (3) и (4) с учетом (1) приводятся к виду [3]:

$$E[x_{yn,i}] = \begin{cases} 0 & \text{при } x_{ni} = 0, \\ a_i \frac{p_{x_{ni}-1}}{p_{x_{ni}}} & \text{при } x_{ni} > 0; \end{cases} \quad (5)$$

$$D[x_{ni}] = a_i \frac{p_{x_{ni}}}{p_{x_{ni}}}, \quad (6)$$

где $p_{x_{ni}}$ и $P_{x_{ni}}$ — табличные функции распределения Пуассона:

$$p_{x_{ni}} = \frac{\nu_i^{x_{ni}}}{x_{ni}!} e^{-\nu_i}, \quad (7)$$

$$P_{x_{ni}} = \sum_{k=0}^{x_{ni}} \frac{\nu_i^k}{k!} e^{-\nu_i}, \quad (8)$$

Перейдем к получению экономико-математической модели определения оптимальной нормы запаса склада по критерию минимума суммарных издержек системы ТС-ЗИП. Постановка задачи сводится к отысканию оптимального плана целочисленных значений вектора

$$x_{ii}^0 = [x_{ii}^0], \quad x_{ii}^0 \geq 0, \quad \forall i, \quad (9)$$

минимизирующего выражение И годовых суммарных издержек системы ТС-ЗИП

$$H = \sum_{i=1}^n H_i, \quad (10)$$

$$H_i = H_{xi} + H_{ii} + H_{ei}. \quad (11)$$

Здесь x_{ii}^0 — оптимальный норматив (начальный запас) запасных частей i -го типа; H_i — годовые суммарные издержки системы по i -му типу запасных частей; H_{xi} , H_{ii} , H_{ei} — издержки по хранению на складе экстренным поставкам и простоям обслуживаемых ТС для i -го типа запасных частей за год.

Отдельные слагаемые выражения (11) представим в виде:

$$H_{xi} = \beta c_i x_{ii}; \quad (12)$$

$$H_{ii} = \alpha_i D[x_{ii}]; \quad (13)$$

$$H_{ei} = \kappa \tau_{xi} D[x_{ii}], \quad (14)$$

где β — коэффициент удельных затрат хранения запаса в течение года на складе (издержки иммобилизации средств в запасе, $\beta = 0,15$); c_i — стоимость одной запасной части i -го типа, руб.; α_i — стоимость экстренной поставки запасной части i -го типа (оформление заказа и транспортные расходы), руб.; κ — ущерб, вызванный простоем одного ТС за единицу времени, руб/ч; τ_{xi} — время экстренной поставки i -ой запасной части, ч.

Выражение (11) с учетом (12—14) принимает вид:

$$H_i = \beta c_i x_{ii} + (\alpha_i + \kappa \tau_{xi}) D[x_{ii}]. \quad (15)$$

Можно показать, что функция H_i по параметру x_{ii} является вогнутой унимодальной, а минимизация сепарабельной функции (10) равносильна минимизации функции (11) $\forall i$. Для нахождения оптимального значения аргумента x_{ii}^0 функции (15) определим разности первого порядка этой функции:

$$\begin{cases} H_{x_{ii}+1} - H_{x_{ii}} \geq 0; \\ H_{x_{ii}} - H_{x_{ii}-1} \leq 0. \end{cases} \quad (16)$$

Из (16) с учетом (6) и (15) получим условие

$$\frac{1}{\frac{p_{x_{ni}}-1}{p_{x_{ni}}-1} - \frac{p_{x_{ni}}}{p_{x_{ni}}}} > G_i > \frac{1}{\frac{p_{x_{ni}}}{p_{x_{ni}}} - \frac{p_{x_{ni}+1}}{p_{x_{ni}+1}}}, \quad (17)$$

где

$$G_i = 6,67 a_i B_i; \quad (18)$$

$$B_i = \frac{a_i + x_{ni}}{c_i}, \quad (19)$$

Выражение (17) позволяет с помощью табличных данных распределения Пуассона [5] построить графическую зависимость

$$x_{ni}^0 = x_{ni}^0(G_i, p_i), \quad (20)$$

имеющую характер номограммы. Для этого, задаваясь определенными значениями x_{ni} и p_i , по выражению (17) находят соответствующие значения G_i .

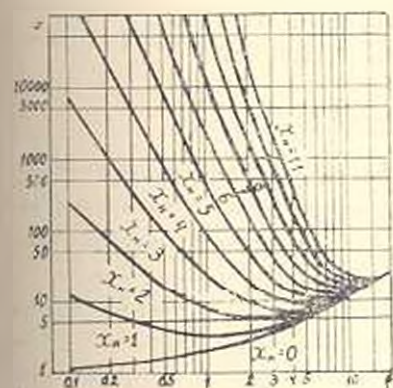


Рис. 1. Номограмма определения оптимального норматива складского запаса.

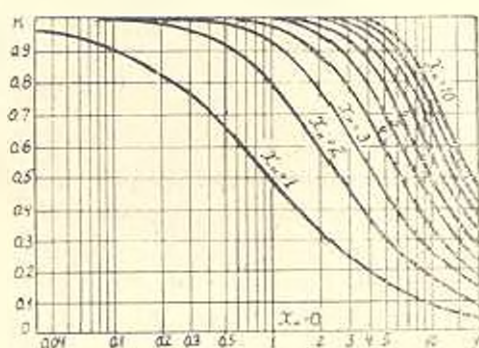


Рис. 2. Определение коэффициента обеспечения ТС запасными частями.

Графическая зависимость (рис. 1), построенная в логарифмических координатах, представляет семейство кривых граничных значений оптимального норматива запасных частей. Кривые рисунка делят координатную плоскость на зоны, каждой из которых соответствует свое оптимальное значение запаса. Зоне под нижней кривой соответствует условие $x_{ni}^0 = 0$, т. е. отсутствие необходимости содержать запасные части данного типа. Точки, расположенные на самих кривых, могут быть отнесены к любой из примыкаемых к данной кривой зон. Таким образом, номограмма (рис. 1) позволяет по известным значениям G_i и p_i определять соответствующие оптимальные значения x_{ni}^0 .

Для облегчения определения величины R_i -коэффициента обеспечения ТС запасными частями, который используется при решении ряда задач оптимального управления запасными частями, с помощью зависимости, приводимой в [4]:

$$R_i = \frac{E[x_{ni}]}{u_i}, \quad (21)$$

построены кривые (рис. 2) зависимости R_i от z_i при фиксированных значениях норматива запаса x_{ni} .

Приводимые в работе зависимости и номограмма позволяют вручную устанавливать не только оптимальный норматив запаса регионального склада, но и решать ряд других задач оптимального управления ресурсами запасных частей в системе технического обслуживания, как, например, определение плановой потребности в запасных частях, оценка состояния обеспеченности запасными частями, распределение запаса между отдельными складами и другие задачи.

ЕРИՄԱՍՏ ՏՈՒՄՈՒ «Ալգորիտ»

22.11.1985

Ի. Բ. ՍԱՀԱՐՈՎ

ԱՆՔՆԵԶԱՏ ԻՐԱՅՎՈՂ ՊԱՀՆՈՏԱՄԱՍԻՐԻ ՕԳՏԻՄԱԼ ՆՈՐՄԱԿԱՆՈՒՄԵՐԸ ՆՈՐՄԱԿԱՆԻ ՕՂԵՈՒԹՅԱՄԵ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. ի. մ.

Քննարկվում է պահեստամասերի օպտիմալ նորմատիվի որոշման նոմոգրամի ստացումը տեխնիկական միջոցների սպասարկման համար պահեստամասերի տնընդհատ լրացման դեպքում: Պահեստի պաշարի լրացման նման տարատեղիան բնորոշ է վերականգնվող պահեստամասերի համար, որոնք շարքից դուրս գալուց անմիջապես հետո ուղարկվում են նորոգման: Աշխատանքում բերվող բանաձևերը և նոմոգրամները հնարավորություն են տալիս բավականին պարզ ձևով լուծել տեխնիկական սպասարկման համակարգում պահեստամասերի սկստիսների օպտիմալ դիկավարման մի շարք խնդիրներ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Сафаров Б. Е. Номограммы оптимальных нормативов на запасные части при периодическом пополнении запасов региональных складов.— Надежность и контроль качества, 1985, № 2, с. 3—10.
2. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания.— М.: Машиностроение, 1979.— 432 с.
3. Неликов О. А., Петухов С. И. Прикладные вопросы теории массового обслуживания.— М.: Советское радио, 1969.— 393 с.
4. Сафаров Б. Е. Определение показателя обеспеченности СВТ запасными частями в модели непрерывного пополнения запасов регионального склада.— В сб.: «Вопросы радиоэлектроники», М.: Изд-во ИВНЭИР, 1984, сер. ЭВТ, вып. II, с. 57—62.
5. Мюллер П., Штарм Р., Нойман П. Таблицы по математической статистике.— М.: Финансы и статистика, 1982.— 278 с.