ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIX, № 4, 1986 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Э. В. КАРСЛЯН, С. Е. ЧИМИШКЯН

МЕТОД СИНТЕЗА КЛАССА АБСОЛЮТНО УСТОЙЧИВЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ МНОГОМЕРНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассматривается часто встречающаяся на практике нелинейная многомерная система автоматического управления (МСАУ) (рис. 1) с диагональным блоком нелинейностей БН

$$u_i(t) = \Phi_i[e_i(t)], \qquad i = 1, \ldots, n, \tag{1}$$

ограниченных сектором (α, β)

$$0 \leqslant \alpha \leqslant \Phi_i[e_i(t)]/e_i(t) \leqslant \beta, \qquad i = 1, \ldots, n \tag{2}$$

и линейной частью системы с матричной передаточной функцией (МПФ), состоящей из линейного компенсатора с МПФ $K(s)$ и линейной части объекта с МПФ $G(s)$. Ставится задача синтеза компенсатора, обеспечивающего абсолютную устойчивость системы с заданной линейной частью объекта $G(s)$ на классе нелинейностей (1), (2).

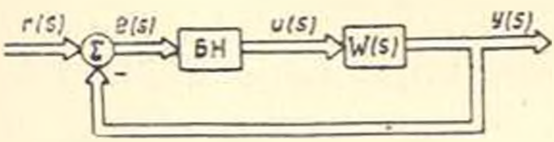

Рис. 1.

Частотные критерии абсолютной устойчивости системы рис. 1 с линейной частью общего вида обычно громоздки и малонаглядны. Немногие известные критерии, допускающие графическую трактовку [1, 2], малопригодны для синтеза, т. к. не позволяют по известным характеристикам $G(s)$ и $W(s)$ скомпенсированной системы аппроксимировать компенсатор. Однако для систем с нормальной линейной частью, т. е.

$$W(s)\,W^*(s) = W^*(s)\,W(s), \tag{3}$$

критерий заметно упрощается, а именно: для абсолютной устойчивости рис. 1 на классе нелинейностей (1), (2) достаточно, чтобы характеристические годографы $W_i(j\omega)$ не пересекали и не охватывали окружность $C(-\alpha^{-1}, -\beta^{-1})$ с центром из вещественной оси, проходящую через точки $(-\alpha^{-1}, j0)$ и $(-\beta^{-1}, j0)$. Чтобы использовать этот критерий, к компенсатору предъявляется дополнительное требование: он должен обеспечивать нормальность (3) линейной части системы. Такой компенсатор назовем нормализующим. Для определения структуры нормализующего компенсатора используется понятие сингулярного разложения комплексной матрицы A $(n \times n)$:

$$A = U \operatorname{diag}\{\sigma_i\} V^*, \qquad 0 \leqslant \sigma_1 \leqslant \cdots \leqslant \sigma_n; \tag{4}$$

$$VV^* = UU^* = I, \tag{5}$$

где σ_i — сингулярные числа A (вещественные); U и V — унитарные матрицы (5) левых и правых сингулярных векторов [3].

Для объекта, имеющего сингулярное разложение частотной МПФ линейной части:

$$G(j\omega) = U(j\omega) \operatorname{diag}\{g_i(j\omega)\} V^*(j\omega), \tag{6}$$

$$g_i(j\omega) \geqslant 0, \qquad i = 1, \ldots, n,$$

нормализующий компенсатор должен иметь МПФ структуры

$$K(j\omega) = V(j\omega) \operatorname{diag}\{k_i(j\omega)\} U^*(j\omega), \tag{7}$$

где $k_i(j\omega)$ — комплексные функции, а $U(j\omega)$ и $V(j\omega)$ соответствуют (6). Тогда $W(j\omega) = K(j\omega) G(j\omega)$ $(G(j\omega) K(j\omega))$ нормальна, т. е. соответствует (3) при всех ω и имеет характеристические передаточные функции (ХПФ). $W_i(j\omega) = k_i(j\omega) g_i(j\omega)$, $k_i(j\omega)$ обеспечивают выполнение критерия абсолютной устойчивости и определяются по методике, подобной одномерному случаю.

Следует отметить, что (6) может быть представлено в виде

$$\begin{gathered} G(j\omega) = \tilde{U}(j\omega) \operatorname{diag}\{\bar{g}_i(j\omega)\} V^*(j\omega), \\ \bar{g}_i(j\omega) = g_i(j\omega) e^{j\vartheta_i(j\omega)}, \quad i = 1, \ldots, n, \\ \tilde{U}(j\omega) = U(j\omega) \operatorname{diag}\{e^{-j\vartheta_i(j\omega)}\}, \end{gathered} \tag{8}$$

т. е. $\bar{g}_i(j\omega)$ — комплексные функции, в отличие от (6).

Синтез нормализующего компенсатора значительно упрощается для так называемых однотипных нелинейных МСАУ, у которых линейная часть объекта состоит из постоянной матрицы взаимных связей G и скалярного динамического звена $g(s)$. Тогда компенсатор будет иметь такую же простую структуру.

Пример. Проектируется следящая система, представляющая собой двумерную однотипную нелинейную МСАУ с линейной частью:

$$G=\begin{bmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ -\sin\beta & \cos\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\sqrt{1-\sin(\alpha-\beta)} & 0\\ 0 & \sqrt{1+\sin(\alpha-\beta)}\end{bmatrix}\times$$

$$\times\begin{bmatrix}\frac{\cos\alpha+\sin\beta}{\sqrt{2-2\sin(\alpha-\beta)}} & \frac{\sin\alpha-\cos\beta}{\sqrt{2-2\sin(\alpha-\beta)}}\\ \frac{\cos\alpha-\sin\beta}{\sqrt{2+2\sin(\alpha-\beta)}} & \frac{\sin\alpha+\cos\beta}{\sqrt{2+2\sin(\alpha-\beta)}}\end{bmatrix};$$

$$g(s)=\frac{K_{\text{дат}}K_{\text{дп}}K_{\sim}}{qs\,(T_{\text{дп}}s+1)(T_{\text{дат}}s+1)(T^2s^2+2\xi Ts+1)};$$

$K_{\text{дп}}=4{,}237\cdot10^6$; $K_{\text{дат}}=0{,}364$; $K_{\sim}=17$; $q=2\cdot10^5$;

$T_{\text{дп}}=0{,}03c$; $T_{\text{дат}}=0{,}003c$; $T=0{,}012c$; $\xi=0{,}1$.

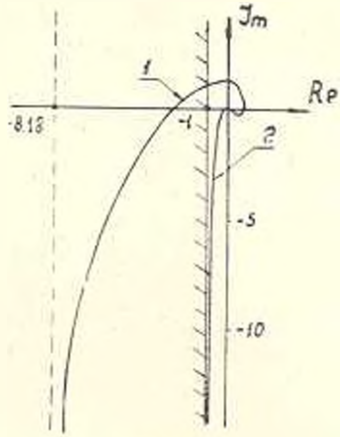

Рис. 2.

Рассматриваются нелинейности φ_i типа насыщения, ограниченные сектором (0,1). Окружность C ($-\alpha^{-1}$, $-\beta^{-1}$) критерия абсолютной устойчивости вырождается в прямую, проведенную через (-1, $j0$) параллельно мнимой оси (рис. 2). Матрица взаимных связей компенсатора имеет вид

$$K=\begin{bmatrix}\frac{\cos\alpha+\sin\beta}{\sqrt{2-2\sin(\alpha-\beta)}} & \frac{\cos\alpha-\sin\beta}{\sqrt{2+2\sin(\alpha-\beta)}}\\ \frac{\sin\alpha-\cos\beta}{\sqrt{2+2\sin(\alpha-\beta)}} & \frac{\sin\alpha+\cos\beta}{\sqrt{2+2\sin(\alpha-\beta)}}\end{bmatrix}\times$$

$$\times\begin{bmatrix}k_1 & 0\\ 0 & k_2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}.$$

Максимальные усиления в обоих каналах получаются при $k_i = 1/g_i$ и система при этом развязывается. Характеристические годографы совпадают, и при $k(s) = 1$ критерий не удовлетворяется (кривая 1 на рис. 2). Для корректировки годографа принимается $k_i = 1/(8{,}18\,g_i + 8)$ (кривая 2 на рис. 2), что снижает точность системы и не всегда допустимо. Введение динамического компенсатора $k(s)$ может быть оправдано только соображениями качества системы, ее грубостью в некотором диапазоне частот и т. д. Для реализации предлагаемого подхода разработаны пакеты прикладных программ, позволяющие автоматизировать процесс синтеза в диалоговом режиме.

ЕрПИ им. К. Маркса 20. VII. 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kouvaritakis B., Husband R.* Multivariable Circle Criteria: an Approach Based on Sector Conditions.— Int. J. Control, 1982, v. 35, № 2, p. 227—254.
2. *Гаспарян О. Н.* Метод характеристических передаточных функций в теории многосвязного регулирования.— В кн.: Современные системы автоматического управления и их элементы: Тез. докл. Республиканской научно-технической конференции, Ереван, 1981, с. 3—9.
3. *Воеводин В. В.* Линейная алгебра.— М.: Наука, 1980.— 400 с.