

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

А. М. АГАНОВ, В. Р. МАРТИРОСЯН

АЛГОРИТМ УЛУЧШЕНИЯ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЙ,
 ИСКАЖЕННЫХ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ С НЕИЗВЕСТНЫМИ
 ПАРАМЕТРАМИ

Вопросу восстановления изображений, искаженных различными системами формирования, посвящена обширная литература. Как известно, процесс формирования изображения в некогерентной линейной изопланатической системе описывается уравнением свертки (для простоты приводится одномерный случай):

$$g(x) = \int_{Y_1}^{Y_2} f(y)h(x-y)dy + n(x), \quad |x| \leq X, \quad (1)$$

где $g(\cdot)$, $f(\cdot)$, $n(\cdot)$ — интенсивности соответственно зарегистрированного изображения (записи), объекта и шума регистратора (ошибок измерения). В оптических задачах $h(\cdot)$ называется функцией рассеяния точки (ФРТ) системы формирования изображения и представляет собой распределение интенсивности изображения при наличии на входе единичного точечного источника. Задача восстановления объекта сводится в этом случае к решению уравнения (1) относительно функции $f(\cdot)$ при наличии шума в записи и относится к классу некорректно поставленных.

В настоящей работе рассматривается случай, когда вид ФРТ неизвестен, но имеется некоторая минимальная информация другого характера, и предлагается новый алгоритм получения оценки объекта в условиях большой априорной неопределенности.

Одним из дискретных аналогов уравнения (1) является векторно-матричное уравнение [1]:

$$\bar{g} = [h] \bar{f} + \bar{n}, \quad (2)$$

где \bar{g} , \bar{f} , \bar{n} — m -мерные векторы соответственно записи, объекта и шума, а $[h]$ — квадратная матрица отсчетов ФРТ размерности $m \times m$.

В условиях, когда $[h]$ неизвестна, нельзя утверждать о строгом решении или даже квазирешении уравнения (2), поэтому сформулируем задачу следующим образом. Пусть $\bar{\delta}$ обозначает m -мерный вектор искажения: $\bar{\delta} = \bar{f} - \bar{g}$ и задан квадрат его длины («энергия» искажения):

$$E^2 = \|\hat{\delta}\|^2 = \sum_{i=1}^m \hat{\delta}_i^2 = \sum_{i=1}^m (f_i - g_i)^2. \quad (3)$$

Найдем такую оценку вектора искажения $\hat{\delta}$, которая обеспечит быструю оценку объекта

$$\hat{f} = \bar{g} + \hat{g}, \quad (4)$$

существенно более близкую к \hat{f} , чем вектор записи \bar{g} .

Предварительно рассмотрим следующую математическую задачу [2]. Сегмент единичной длины делится случайным образом на m частей так, что величины отдельных отрезков, перечисленных слева направо, суть u_1, \dots, u_m , причем

$$\sum_{i=1}^m u_i = 1, \quad 0 < u_i < 1, \quad i = 1, \dots, m.$$

Определим теперь величины v_i . Пусть они подчинены условиям

$$\sum_{i=1}^m v_i = 1, \quad 0 < v_1 < \dots < v_m.$$

Требуется определить $\langle v_i \rangle$, т. е. среднее по множеству случайных делений значение длины i -ого по малости отрезка. Решение данной задачи, аналитически полученное Нейманом, дается формулой

$$\langle v_i \rangle = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^i \frac{1}{m-1-j}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (5)$$

Сопоставим вышеприведенную задачу деления сегмента на m частей с задачей «деления» квадрата длины вектора искажения на квадраты его компонент, суммой которых он является, и зададимся следующей задачей. Будут ли упорядоченные по возрастанию величины z_1, z_2, \dots, z_m , наименьшее из $\hat{\delta}_i^2/E^2, z_2$ — второе по малости; \dots, z_m — наибольшее из $\hat{\delta}_i^2/E^2$, иметь распределение, близкое к (5)? Численный эксперимент подтверждает это: в частности, 64-точечный объект, показанный на рис. 1, сворачивался с ФРТ

$$h(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6)$$

при $\sigma = 2$ (в шагах дискретности) и к результату добавлялся случайный гауссовский шум со стандартным отклонением 0,1. На рис. 2 видно хорошее согласие распределений величин $\langle v_i \rangle$ и z_i , как функций номера i . Будем считать, что искомая оценка вектора искажения $\hat{\delta}$ принадлежит множеству из $m!$ векторов длины E , нормированных и упорядоченных по возрастанию, квадраты компонент которых определяются формулой (5). Теперь открытым остается лишь вопрос о том, какой из этих векторов выбрать в качестве оценки вектора искажения, т. е.

какой-либо координате m -мерного пространства приписать i -ую по малости компоненту искажения.

В работе [3] показано, что для узких ФПТ, у которых $m_1 = \int xh(x)dx \approx 0$ (что типично для оптических систем), величина искажения в каждой точке, в первом приближении, пропорциональна второй производной записи в данной точке с обратным знаком. В первом приближении можно считать, что из $|\Delta^{(2)}g_i| > |\Delta^{(2)}g_j|$ следует $|\delta_i| > |\delta_j|$, где $\Delta^{(2)}g = g_{i-1} - 2g_i + g_{i+1}$, причем, это выполняется тем точнее, чем уже функция $h(\cdot)$ и ниже уровень шума $n(\cdot)$.

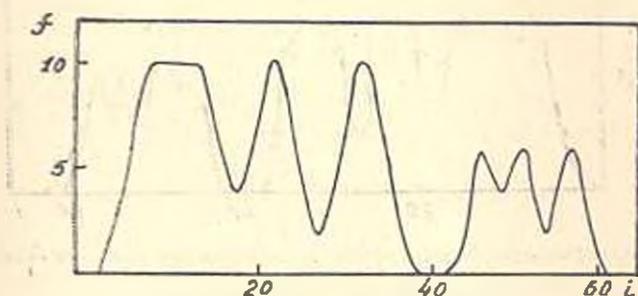


Рис. 1. Исходный 64-точечный объект.

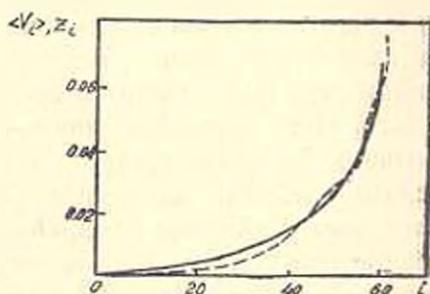


Рис. 2. Распределение величин v_i (сплошная кривая) и z_i (пунктирная кривая).

Обозначив через $R(\Delta^{(2)}g_i)$ порядковый номер $|\Delta^{(2)}g_i|$ в упорядоченной по возрастанию последовательности модулей вторых разностей записи, возьмем оценку квадрата i -ой координаты искажения, равной

$$\delta_i^2 = E^2 \langle v_{R(\Delta^{(2)}g_i)} \rangle. \quad (7)$$

Тогда с учетом (4), (5), (7) оценка i -ой координаты объекта будет:

$$f_i = g_i - \text{sign}(\Delta^{(2)}g_i) E \left(\frac{1}{m} \sum_{j=1}^{R(\Delta^{(2)}g_i)} \frac{1}{m+1-j} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

Формула (8) полностью описывает предлагаемый метод улучшения качества размытых изображений. На рис. 3 показана зашумленная свертка объекта (рис. 1) с ФРТ, определяемой формулой (6) (пунктирная кривая) и оценка объекта (сплошная кривая), полученная по формуле (8) при значении $E^2 = 75,2$. При этом наблюдается улучшение сигнала, «угаданы» главные пиковые значения, хотя имеются умеренные шумовые выбросы и произошло ложное расщепление последнего пика.

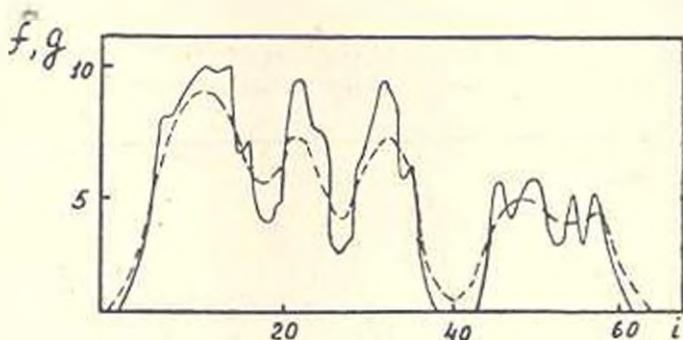


Рис. 3. Зарегистрированное изображение g (пунктирная кривая) и полученная оценка объекта f (сплошная кривая).

Квадрат нормы ошибки восстановления равен: $E_i^2 = \sum_i (f_i - \hat{f}_i)^2 = 37$, в то время, как при восстановлении того же сигнала одним из применяемых итерационных алгоритмов: $E_i \approx 25-30$, причем, разрешение малых правых пиков неудовлетворительно. Таким образом, используемое в других алгоритмах априорное знание ФРТ не дает во многих случаях существенного выигрыша в точности оценки объекта, ввиду некорректности неходной задачи и наличия шума в данных. Предлагаемый метод обладает быстройдействием, поскольку все операции производятся в пространственной области (без использования преобразования Фурье), а вычисление суммы в (8) может осуществляться рекурсивным способом, например, от больших значений к меньшим.

Из формулы (8) видно, что единственной априорной информацией является число E . Если оно неизвестно и не может быть как-либо оценено в конкретной ситуации, можно предложить следующие варианты применения метода. С ростом числа E будет наблюдаться практически монотонное увеличение среднего контраста оценки:

$$c_{\hat{f}} = \left(\sum_{i=1}^m (\hat{f}_i - \bar{\hat{f}}_0)^2 \right)^{1/2} \bar{\hat{f}}_0, \quad (9)$$

где $\bar{\hat{f}}_0 = \sum_{i=1}^m \hat{f}_i$, и если средний контраст объекта известен, нетрудно организовать поиск требуемого значения E из условия $c_{\hat{f}} = c_f$.

В случае, если неизвестен контраст объекта, но известна его принадлежность к некоторому классу характерных объектов (например,

человеческих лиц), то поиск удовлетворительной оценки можно осуществить в интерактивном режиме. Для этого нужно вычислить оценку вектора искажения $\hat{\delta}_e$ при достаточно малом $E = E_0$, а затем организовать простейшую итерационную процедуру вида

$$\hat{f}^{(k+1)} = \hat{f}^{(k)} + \hat{\delta}_e, \quad \hat{f}^{(0)} = \bar{g},$$

где оценка, получаемая на каждом шаге $\hat{f}^{(k)}$, визуализируется, а останов производится по усмотрению пользователя.

Ա. Մ. ԱՐԱՆՈՎ, Վ. Բ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

ԱՆՀԱՅՏ ՊԱՐԱՄԵՏՐԻՐ ՈՒՆԵՑՈՂ ԳՄԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՎ
ԱՂԱՎԱՂՎԱԾ ՊԱՏԿԻՐՆԵՐԻ ՈՐԱԿԻ ԼԱՎԱՑՄԱՆ ԱԼԳՈՐԻԹՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ռ մ

Առաջարկված է աղավաղված պատկերների որակի լավացման ալգորիթմորը չի պահանջում աղավաղող ֆունկցիայի իմպլիցիտնր։ Որպես նախնական տեղեկություն սզտագործված է աղավաղման լրիվ էներգիան կամ ճշմարիտ պատկերի միջին կոնտրաստը։ Բերված է ալգորիթմի կիրառման արդյունքը միաչափ դեպքի համար։

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Andrews H. C., Hunt B. R. Digital image restoration. — New Jersey: Prentice — Hall, INC., Englewood Cliffs, 1977. — 376p.
2. Прикладная комбинаторная математика /Под ред. Э. Беккенбаха.— М.: Мир. 1968.— 360 с.
3. Мартиросян В. Р. Итерационный алгоритм восстановления изображения с переменной шириной коридора оценки.— Автометрия. 1984, № 5, с. 87—92.