

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

Г. Л. АРЕШЯН, А. М. МЕЛКУМЯН

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕШЕНИЙ
 В МНОГОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ САУ ПРИ СЛАБЫХ
 ВЗАИМНЫХ СВЯЗЯХ

В подавляющем большинстве исследования предельных циклов в нелинейных многомерных системах автоматического управления (МСАУ) производятся исходя из предположения о том, что в системе имеются одночастотные предельные циклы, т. е. отдельные контуры системы колеблются со своими амплитудами, но с одинаковой частотой. Обнаружение факта отсутствия одночастотных предельных циклов в нелинейных МСАУ еще не означает, что в данной системе исключены какие-либо периодические режимы в установившемся состоянии.

Натурные эксперименты на моделях показали, что при определенных параметрах в многомерной системе возникают устойчивые предельные циклы с различными частотами. Так, в системе с двумя входами и выходами со слабыми взаимными связями в обоих каналах имеются периодические сигналы, содержащие составляющие с частотами ω_1 и ω_2 , которые совпадают с частотами автоколебаний в первом и во втором контурах при отсутствии связей между ними.

Целью данной работы является построение установившихся решений с различными частотами в нелинейных МСАУ в отдельных каналах, когда между ними имеются слабые взаимные связи. Анализ МСАУ проводится на основе решения дифференциальных уравнений методом малого параметра.

Рассмотрим многомерную нелинейную систему автоматического управления с тремя входами и выходами, структурная схема которой изображена на рисунке [1].

Здесь R_i представляют собой последовательное соединение нелинейного звена и линейной части. Производя перенос сумматоров через чисто линейные звенья H_i , представим исходную систему при помощи уравнений:

$$\begin{cases} (1 + R_1 H_1) x = R_1 H_1 \lambda_1 + \varepsilon_{12} H_1 y + \varepsilon_{13} H_1 z; \\ (1 + R_2 H_2) y = R_2 H_2 \lambda_2 + \varepsilon_{21} H_2 x + \varepsilon_{23} H_2 z; \\ (1 + R_3 H_3) z = R_3 H_3 \lambda_3 + \varepsilon_{31} H_3 x + \varepsilon_{32} H_3 y. \end{cases} \quad (1)$$

Учитывая наличие нелинейностей в R_i ($i = 1, 2, 3$), введем обозначение: $R_i = r_i \cdot R_i^0$, что соответствует последовательному соединению чисто нелинейных и линейных звеньев. Будем рассматривать автономные системы, т. е. $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$. Расписывая сигналы по контурам для случая нечетных нелинейностей и принимая

$$R_i^0 = \frac{K_i(p)}{D_i(p)}, \quad H_i = \frac{h_i(p)}{d_i(p)}, \quad i = 1, 2, 3,$$

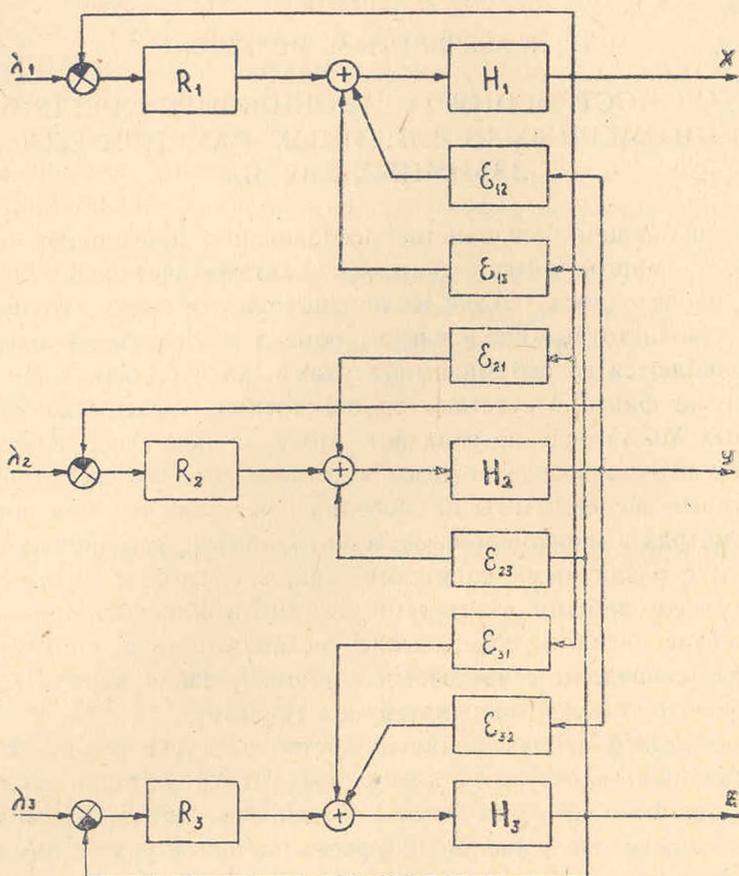


Рис.

получим систему уравнений:

$$\begin{cases} B_1(p)x = A_1(p)r_1(x) - \epsilon_{12}C_1(p)y - \epsilon_{13}C_1(p)z; \\ B_2(p)y = A_2(p)r_2(y) - \epsilon_{21}C_2(p)x - \epsilon_{23}C_2(p)z; \\ B_3(p)z = A_3(p)r_3(z) - \epsilon_{31}C_3(p)x - \epsilon_{32}C_3(p)y, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$A_i(p) = K_i(p) \cdot h_i(p); \quad B_i(p) = -D_i(p) \cdot d_i(p); \quad C_i(p) = D_i(p) \cdot h_i(p),$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Решение системы (2) можно найти при помощи разложения переменных x, y, z по малому параметру. В силу того, что взаимосвязи между контурами имеют одинаковый порядок, можно ограничиться введением одного параметра. Нулевые приближения указанных переменных могут быть определены из условия отсутствия взаимосвязей между контурами, что будет соответствовать системе:

$$\begin{cases} (1 + r_1(-x) R_1^0 H_1) x = 0; \\ (1 + r_2(-y) R_2^0 H_2) y = 0; \\ (1 + r_3(-z) R_3^0 H_3) z = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Решая систему (3) методом гармонического баланса, получим параметры предельных циклов в контурах: $\omega_1^0, A_1^0; \omega_2^0, A_2^0; \omega_3^0, A_3^0$.

Рассмотрим систему, в которой в качестве нелинейностей берутся характеристики с зоной нечувствительности и высотой ограничения, равной единице, а линейные звенья представлены выражениями:

$$R_i^0 = \frac{k_{p_i}}{p(pT_{p_i} + 1)}; \quad H_i = \frac{q_i}{pT_i + 1}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Тогда

$$K_i(p) = k_{p_i}; \quad D_i(p) = p(pT_{p_i} + 1); \quad k_i(p) = q_i; \quad d_i(p) = pT_i + 1.$$

Учитывая это, система уравнений (2) принимает вид:

$$\begin{cases} p(pT_{p_1} + 1)(pT_1 + 1)x = -k_1 r_1(x) + \varepsilon_{12} q_1 p(pT_{p_1} + 1)y + \\ \quad + \varepsilon_{13} q_1 p(pT_{p_1} + 1)z; \\ p(pT_{p_2} + 1)(pT_2 + 1)y = -k_2 r_2(y) + \varepsilon_{21} q_2 p(pT_{p_2} + 1)x + \\ \quad + \varepsilon_{23} q_2 p(pT_{p_2} + 1)z; \\ p(pT_{p_3} + 1)(pT_3 + 1)z = -k_3 r_3(z) + \varepsilon_{31} q_3 p(pT_{p_3} + 1)x + \\ \quad + \varepsilon_{32} q_3 p(pT_{p_3} + 1)y, \end{cases} \quad (4)$$

где $k_i = k_{p_i} \cdot q_i$.

Для случая, когда $|x| < \Delta_1, |y| < \Delta_2, |z| < \Delta_3$, имеем:

$$r_1(x) = r_2(y) = r_3(z) = 0,$$

где $\Delta_i, i = 1, 2, 3$ — ширина зон нечувствительности нелинейностей.

Для этого частного случая можно расписать систему дифференциальных уравнений (4), решение которой определяется известными методами. При

$$|x| > \Delta_1, \quad |y| > \Delta_2, \quad |z| > \Delta_3,$$

получим:

$$r_1(x) = \text{sign } x; \quad r_2(y) = \text{sign } y; \quad r_3(z) = \text{sign } z.$$

Введем обозначения:

$$F_i(p) = p(pT_{p_i} + 1)(pT_i + 1); \quad F_{12}(p) = F_{13}(p) = q_1 p(pT_{p_1} + 1);$$

$$F_{21}(p) = F_{23}(p) = q_2 p(pT_{p_2} + 1); \quad F_{31}(p) = F_{32}(p) = q_3 p(pT_{p_3} + 1),$$

для $i = 1, 2, 3$.

При введении одного малого параметра ε , а также с учетом того, что $\varepsilon_{ij} = \varepsilon k_{ij}$ при $i \neq j$, где $k_{ij} \approx 1$, система (4) примет вид:

$$\begin{cases} F_1(p)x - \varepsilon F_{12}(p)y - \varepsilon F_{13}(p)z = -k_1 \operatorname{sign} x; \\ -\varepsilon F_{21}(p)x + F_2(p)y - \varepsilon F_{23}(p)z = -k_2 \operatorname{sign} y; \\ -\varepsilon F_{31}(p)x - \varepsilon F_{32}(p)y + F_3(p)z = -k_3 \operatorname{sign} z. \end{cases} \quad (5)$$

Решение такой системы можно искать в виде:

$$\begin{cases} x = x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \varepsilon^3 x_3 + \dots; \\ y = y_0 + \varepsilon y_1 + \varepsilon^2 y_2 + \varepsilon^3 y_3 + \dots; \\ z = z_0 + \varepsilon z_1 + \varepsilon^2 z_2 + \varepsilon^3 z_3 + \dots. \end{cases} \quad (6)$$

Подставляя его в систему уравнений (5) и приравнявая множители соответствующих степеней ε , получаем:

1. Нулевое приближение:

$$\begin{aligned} F_1(p)x_0 &= -k_1 \operatorname{sign} x_0; \\ F_2(p)y_0 &= -k_2 \operatorname{sign} y_0; \\ F_3(p)z_0 &= -k_3 \operatorname{sign} z_0. \end{aligned} \quad (7)$$

2. k -ое приближение получим, принимая

$$\operatorname{sign}(x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \varepsilon^3 x_3 + \dots) = \operatorname{sign} x_0.$$

$$\begin{cases} F_1(p)x_k = F_{12}(p)y_{k-1} + F_{13}(p)z_{k-1}; \\ F_2(p)y_k = F_{21}(p)x_{k-1} + F_{23}(p)z_{k-1}; \\ F_3(p)z_k = F_{31}(p)x_{k-1} + F_{32}(p)y_{k-1}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (8)$$

Учитывая введенные обозначения для $F_{ij}(p)$, систему уравнений (8) можно привести к виду:

$$\begin{cases} (pT_1 + 1)x_k = q_1(y_{k-1} + z_{k-1}); \\ (pT_2 + 1)y_k = q_2(x_{k-1} + z_{k-1}); \\ (pT_3 + 1)z_k = q_3(x_{k-1} + y_{k-1}). \end{cases} \quad (9)$$

Нулевое приближение общего решения можно определить с помощью метода гармонического баланса из системы (3), решая каждое уравнение в отдельности. Тогда:

$$\begin{cases} x_0(t) = \text{Im} \{A_1 e^{j\omega_1 t}\}; \\ y_0(t) = \text{Im} \{A_2 e^{j\omega_2 t}\}; \\ z_0(t) = \text{Im} \{A_3 e^{j\omega_3 t}\}. \end{cases} \quad (10)$$

Из (9) определим решения первого и последующих приближений.

Полученные решения для системы с тремя входами и выходами содержат только первые гармонические составляющие частот ω_1 , ω_2 , ω_3 , что и подтверждает результаты натуральных экспериментов.

ЕрПИ им. К. Маркса

12. VI. 1984

Գ. Լ. ԱՐԵՇՅԱՆ, Ա. Մ. ՄԵԼՔՈՒՄՅԱՆ

ԿԱՅՈՒՆԱՅՎԱԾ ԼՈՒՄՈՒՄՆԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿԸ ԲԱԶՄԱԶՍՓ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԱԿՆԻ ԹՈՒՅԼ ՓՈՆԱԳԱՐՁ ԿԱՊԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Փոքր պարամետրերի մեթոդով դիֆերենցիալ հավասարումների լուծման հիման վրա կատարվում է ոչ գծային համակարգի առանձին շղթաներում կայունացված լուծումների կառուցում, երբ նրանց միջև գործում են փոխազարձ թույլ կապեր: Հետազոտումը կատարվել է երեք մուտքանի և ելքանի համակարգի համար: Հետազոտման արդյունքները հաստատվում են անընդհատ մոդելավորման միջոցով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Морозовский В. Т. Многосвязные системы автоматического регулирования.— М.: Энергия, 1970.— 288 с.