

МАШИНОСТРОЕНИЕ

А. А. ИСКАНДАРЯН

КОЛЕБАНИЯ НЕУРАВНОВЕШЕННЫХ РОТОРОВ
НА ПОДШИПНИКАХ КАЧЕНИЯ

Тенденция снижения показателей материалоемкости, шума и вибрации электрических машин (ЭМ) выдвигает задачи уменьшения виброактивности и максимального использования конструкционных запасов прочности их основных узлов. Эти задачи в основном решаются на этапе проектирования ЭМ путем создания уточненных методик расчетной оценки динамической прочности и жесткости их основных сборочных единиц. Точность решения указанных задач зависит от правильного выбора адекватной динамической модели механической колебательной системы, учета диссипативных свойств и технологических особенностей ЭМ. Наличие в подшипниках качения радиального зазора, контактной податливости тел и дорожек качения, а также упругости смазывающей пленки позволяет подшипнику приписывать свойства нелинейной упругости и вязкоупругого демпфирования [1—2].

Считая, что масса ротора равномерно распределена по всей длине, корпус жестко закреплен к фундаменту и вместе со щитом обладают конечной жесткостью, динамическую модель асинхронной ЭМ можно представить в виде, показанном на рисунке. Задача колебания ротора сводится к колебанию вала постоянного сечения на нелинейных упруго-демпферных опорах. Рассмотрим вынужденные колебания системы под воздействием сил от неуравновешенности ротора и одностороннего магнитного притяжения.

Система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} M_{\text{ш}} \ddot{Z}_n(t) + K_{\text{пр}} Z_n(t) + b [\dot{Z}_n(t) - \dot{W}(f_n, t)] + B_n(t) = 0, \\ n = 1, 2 \\ \frac{\partial^4 W(\xi, t)}{\partial \xi^4} - \gamma^2 \left[\frac{\partial^4 W(\xi, t)}{\partial \xi^2 \partial t^2} - 2\omega i \frac{\partial^3 W(\xi, t)}{\partial \xi^2 \partial t} \right] + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 W(\xi, t)}{\partial t^2} = \\ = \gamma_1^2 \varepsilon \omega^2 e^{i\omega t} + k_2 L^4 e^{i\omega k_2 t} / EJ, \quad \xi = S/L. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$Z_n(t)$, $W(\xi, t)$ — соответственно перемещение щита и прогиб вала, m ; $K_{\text{пр}}$ — приведенная жесткость станины, H/m ; b — коэффициент рассея-

ния в подшипниках качения, обусловленный наличием масляной пленки: $B_n(t)$ — функция, характеризующая нелинейные свойства подшипников качения;

$$\tau_1^2 = \frac{1}{EJ}(\rho F + M_{np}/L)L^4; \quad \tau_2^2 = \frac{1}{EF}(\rho F + M_{np}/L)L^2,$$

L, EJ, ρ — длина, изгибная жесткость сечения и плотность материала вала, $\text{м}, \text{Нм}^2$ и кг/м^3 ; $M_{\text{ш}}, M_{\text{пр}}$ — масса щита и пакета ротора, кг ; ω, F, ϵ — угловая скорость вращения, приведенная площадь поперечного сечения и неуравновешенность ротора, $\text{с}^{-1}, \text{м}^2$ и м ; k_1 — амплитуда силовой волны от магнитной индукции в зазоре, н ; $k_2 = 2\pi m$, где m — число зубцов ротора; f_{α} — символ Кронекера;

$$f_n = \begin{cases} 0, & n = 1; \\ 1, & n = 2. \end{cases}$$

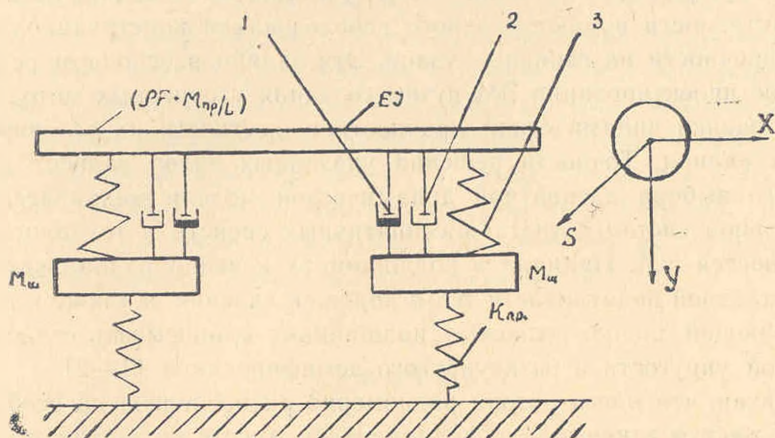


Рис. Динамическая модель ЭМ. 1, 2 — демпфирующие элементы, учитывающие вязкость масляной пленки и сухое трение в подшипнике качения; 3 — упругий элемент, учитывающий нелинейную податливость в подшипниках качения.

Начальные условия нулевые, а граничные условия имеют вид:

$$\left. \frac{\partial^2 W(\xi, t)}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=f_n} = 0;$$

$$\left. \frac{\partial^3 W(\xi, t)}{\partial \xi^3} \right|_{\xi=f_n} = \frac{L^3}{EJ} [b [W(f_n, t) - Z_n(t)] + F_1(t) - B_n(t)], \quad (2)$$

где $F_1(t)$ — кинематическое возбуждение подшипников качения [3].

Так как граничные условия нелинейные, то обычные методы интегрирования линейных систем неприменимы. Поэтому для решения системы уравнений (1) применяется метод Лапласа для нелинейных уравнений [4]:

$$\left\{ \begin{aligned} Z_n(p) &= \frac{1}{\Delta(p)} [bp W(f_n, t) - L(B_n(t))]; \\ W(\xi, t) &= \frac{1}{g(p)} \sum_{j=1}^2 (-1)^{j+1} \beta_{j+1}(p) \left\{ \frac{1}{\gamma_1 p} [N_1(p) + L_1(p) - \right. \\ &\quad \left. - \beta_{j+1}^2(p) W'(0, p)] \operatorname{sh} \beta_j(p) \xi - W(0, p) [\beta_{j+1}(p) \operatorname{ch} \beta_j(p) \xi - \right. \\ &\quad \left. - a_0(p) \operatorname{sh} \beta_j(p) \xi] \right\}, \quad \beta_1(p) = \beta_2(p), \end{aligned} \right.$$

где

$$g(p) = \sqrt{\gamma^4(p - 2\omega i)^2 - 4\gamma_1^2}; \quad \Delta(p) = M_{\text{ш}} p^2 + bp + K_{\text{нр}};$$

$$a_0(p) = \frac{bpL^3(\Delta(p) - bp)}{EJ\Delta(p)};$$

$$\beta_{1,2}(p) = \sqrt{\frac{p}{2} [\gamma^2(p) - 2\omega i \pm \sqrt{\gamma^4(p - 2\omega i)^2 - 4\gamma_1^2}]};$$

$$L_n(p) = \frac{[bp - \Delta(p)] L^3}{EJ\Delta(p)} L(B_n(t));$$

$L(B_n(t))$ — символическое преобразование Лапласа для нелинейного члена $B_n(t)$; $N_1(p)$, $N_2(p)$ — принятые математические обозначения; $W(0, p)$, $W'(0, p)$ — постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий (2).

Таким образом, задача сводится к определению функций $W(\xi, t)$ и $Z_n(t)$ с помощью обратного преобразования Лапласа. Для этого в уравнениях сначала пропускаются все нелинейные члены и вычисляются первые приближения неизвестных функций, а затем с их помощью вычисляются нелинейные члены. Полученные при этом результаты используются для вычисления вторых приближений и т. д. Для обратного преобразования Лапласа при определении функций $W(\xi, t)$ и $Z_n(t)$ используется приближенный метод Папулиса [5]. Этот метод удобен тем, что сравнительно быстро дает пригодные для практических расчетов результаты. Согласно этому методу

$$W(\xi, t) = \frac{1}{2} \sum_{\nu=0} G_{\nu}(\xi, \sigma) \sin(2\nu + 1)\lambda,$$

где $\lambda = \arccos e^{-\sigma t}$, σ — любое число, для малых t выбирается большим, для больших t — малым.

Коэффициенты $G_{\nu}(\xi, \sigma)$ определяются из рекуррентного уравнения

$$\frac{4^{n+1}}{\pi} \sigma W[\xi(2\nu + 1)\sigma] = \sum_{k=0}^n \left[\binom{2n}{k} - \binom{2n}{k-1} \right] G_{k(n-k)},$$

где $n = 0, 1, \dots$; $k = 0, 1, \dots, n$; $\nu = n - k$.

Функция $Z_n(t)$ определяется аналогичным образом.

Результаты рассмотренной задачи позволяют дать оценку уровня вибрации электрических машин и жесткости ротора при их функционировании, а также определить напряжения, возникающие при этом в сечениях ротора. В таблице приводятся расчетные и экспериментальные данные для электродвигателя 4АА63.

Таблица

Параметр	Значения параметров	
	расчетное	экспериментальное
$[\sigma]$, Па	$23 \cdot 10^5$	$25 \cdot 10^5$
$\dot{Z}_1$, м/с	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-4}$
$\dot{Z}_2$, м/с	$6,5 \cdot 10^{-4}$	$8,5 \cdot 10^{-4}$
$[W]$, м	$0,46 \cdot 10^{-7}$	$0,5 \cdot 10^{-7}$

НИИЭлектромаш

15. V. 1984

Ա. Ա. ԻՍԿԱՆԴԱՐՅԱՆ

ԳԼՈՐՄԱՆ ԱՌԱՆՅՔԱԿԱԼՆԵՐ ՌԵՆԵՑՈՂ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐԱԿՇՈՎԱԾ ՌՈՏՈՐԻ ՏՆՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Դիտարկվում է ծանր առաձգական-մարող հենարաններ ունեցող բաշխված դանգվածով ռոտորի տատանումները անհավասարակշռության և միակողմանի մանգնիսական ձգողականության պայմանավորված ուժերի ազդեցության տակ: Ստացված ոչ գծային հավասարումները լուծվում են օպերացիոն մեթոդով: Լապլասի հակադարձ ձևափոխության ժամանակ օգտգործվում է մոտավոր մեթոդ:

Ստացված արգյունքները ունեն կիրառական նշանակություն ռոտորի թուլալարելի ճկվածքների, նրա հատույթներում առաջացած լարումների և էլեկտրական մեքենաների տատանումների մակարդակի հաշվարկային գնահատման համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бейзельман Р. Д., Цыпкин В. В., Перель Х. Я. Подшипники качения.— М.: Машиностроение, 1975.— 574 с.
2. Позняк Э. Л. Нелинейные колебания неуравновешенных вертикальных роторов на подшипниках качения.— Машиноведение, 1971. № 1. с. 23—31.
3. Шеян Г. Г., Халатян Р. П., Кошкарян Г. Н. Динамика гибких роторов на подшипниках качения.— Изв. АН АрмССР (сер. ТН), 1980. т. XXXIII, № 2, с. 7—11.
4. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z преобразования.— М.: Наука, 1971.— 243 с.
5. Papoulis A. A. New method of inversion of the Laplace transform, — Quarterly of applied mathematics, 1957, № 14, p. 405—414.