

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Э. В. КАРСЛЯН, А. М. МЕЛКУМЯН

О ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛАХ В НЕЛИНЕЙНЫХ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Для определения существования нелинейных колебаний, или как их называют, гредельных циклов в системе, в самом общем случае необходимо показать наличие устойчивого периодического решения уравнений, описывающих данную систему. Использование средств вычислительной техники при этом необходимо для точного решения исходных нелинейных дифференциальных уравнений, однако роль приближенных методов при исследовании колебательных режимов в нелинейных системах не ослабевает. Зависимости между основными характеристиками колебательных процессов, т. е. амплитудой, частотой и параметрами модели системы (коэффициентами усиления, постоянными времени и т. д.) можно получить методом гармонической линеаризации. В то же время установление таких зависимостей решением нелинейных дифференциальных уравнений с помощью вариаций параметров системы является весьма длительной процедурой. Поэтому расширение теории гармонической линеаризации на многосвязные нелинейные системы автоматического регулирования (МСАР) с несколькими входами и выходами для разных специальных случаев было предложено рядом авторов. Достаточно подробный обзор существующих методов исследования нелинейных колебаний в одномерных системах, а также в системах с несколькими входами и выходами дается в [1].

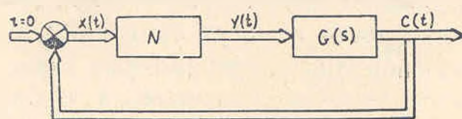


Рис.

На рисунке представлена структурная схема многосвязной системы. Элементами $(n \times n)$ матрицы линейной части $G(s)$ являются $G_{ij}(s)$, а N — $(n \times n)$ матрица нелинейностей. Применение метода гармонической линеаризации при исследовании нелинейных многосвязных систем (рис.) включает следующие предположения [1]:

— элементы матрицы $G(s)$ действуют как фильтры низких частот, эффективно подавляющие высокочастотные гармоники;

— если в системе имеет место предельный цикл, то все контуры будут колебаться с одинаковой частотой.

Одной из главных трудностей, встречающихся в проектировании нелинейных МСАР с помощью частотных методов, является либо возможность их применения в системах с двумя входами и двумя выходами, либо быстрое увеличение сложности при возрастании размерности системы.

Учитывая эти затруднения, при исследовании и проектировании нелинейных МСАР возникает необходимость в оценке меры удаленности этих систем от колебательного режима. Для линейных МСАР на основе многомерного критерия устойчивости Найквиста и сингулярного разложения комплексных матриц [2] получена такая оценка [3]. Под сингулярным разложением комплексной матрицы A понимается выражение вида

$$A = USN^H, \quad (1)$$

где U, V — $(n \times n)$ комплексные унитарные матрицы; $S = \text{diag} \{ \sigma_1, \dots, \sigma_n \}$, при условии $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$; σ_i — сингулярные числа матрицы; A — положительные корни собственных значений матрицы $A^H A$; A^H — комплексно сопряженная и транспонированная матрица от A .

Для системы, изображенной на рисунке, уравнение гармонического баланса линеаризованной МСАР в предположении об одночастотности периодического режима имеет вид

$$[I + G(j\omega) N(a, \omega)] x = 0, \quad (2)$$

где $G(j\omega)$ — $(n \times n)$ матрица передаточных функций линейной части; a — n — вектор амплитуд колебаний переменных x_i в отдельных каналах; ω — частота колебаний.

Как и в случае линейных систем матрицу $F(j\omega, a) = I + G(j\omega) N(a, \omega)$ назовем матрицей возвратной разности гармонически линеаризованной нелинейной МСАР. Уравнение (2) имеет нетривиальное решение тогда, когда

$$\det F(j\omega, a) = 0. \quad (3)$$

Аналогично линейному случаю [3] введем меру удаленности нелинейной МСАР, как меру удаленности матрицы возвратной разности от вырожденности следующим образом:

$$\inf_{a, \omega \geq 0} \left\{ \inf_{x \neq 0} \frac{\|F(j\omega, a) x\|_2}{\|x\|_2} \right\} = \inf_{a, \omega \geq 0} \sigma_{\min} [F(j\omega, a)], \quad (4)$$

где $\|\cdot\|_2$ — спектральная норма; $\sigma_{\min}(\cdot)$ — минимальное сингулярное число матрицы.

Обозначим:

$$Z(\Omega, A) = \inf_{a, \omega \geq 0} \sigma_{\min} [F(j\omega, a)]. \quad (5)$$

В нелинейной МСАР может иметь место предельный цикл, если выполняется условие

$$Z(\Omega, A) = 0. \quad (6)$$

Можно организовать систематический поиск значений $\omega = \Omega$ и $a = A$, которые определяют величину $Z(\Omega, A)$, используя универсальные программы минимизации. Если условие (6) выполняется, то соответствующие значения Ω и A могут являться параметрами предельного цикла. На основании вышесказанного разработан комплекс программ, реализующий определение возможных параметров предельных циклов.

ЕрПИ им. К. Маркса

15. I. 1984

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Atherton D. P., Dorrah H. T.* A survey on nonlinear oscillations. — *Int. J. Control*, 1980, v. 31, № 6, p. 1041—1105.
2. *Stewart G. W.* Introduction to Matrix Computations. — New York: Acad. Press, 1973. 411p.
3. *Солодовников В. В., Карсян Э. В.* О грубости линейных многомерных систем автоматического управления. — В кн.: Создание и внедрение автоматизированных и автоматических систем управления непрерывными и дискретно-непрерывными технологическими процессами: Тез. докл. X всесоюзного научно-технического совещания, Алма-Ата, 14—16 сентября 1983, с. 196—197.