

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

С. Г. КЮРЕГЯН, Р. А. АКОПЯН

АНАЛИЗ УСТАНОВИВШИХСЯ ОШИБОК В СИСТЕМАХ
УПРАВЛЕНИЯ С ЗОНАМИ НЕЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Большинство элементов реальных измерительных систем (ИС) и систем автоматического управления (САУ) обладают зонами нечувствительности, что приводит к возникновению дополнительной составляющей в установившейся ошибке управления [1, 2].

Представляет интерес анализ установившихся ошибок в многомерных САУ, когда в прямых и перекрестных связях имеются элементы с зонами нечувствительности.

Рассмотрим отдельный элемент с зоной нечувствительности (рис. 1), динамическая часть которого описывается в операторной форме Лапласа как $Y_{ij} = \frac{A_{ij}(s)}{B_{ij}(s)} X_{ij}(s)$, где $A_{ij}(s)$ и $B_{ij}(s)$ — полиномы от s .

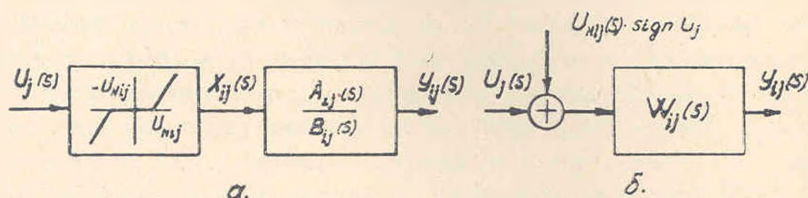


Рис. 1.

Статическую нелинейность опишем следующим выражением:

$$X(s) = \begin{cases} k_{ij} [U_j(s) - U_{nij}(s) \operatorname{sign} U_j] & \text{при } U_j(s) \operatorname{sign} U_j > U_{nij}(s); \\ 0 & \text{при } U_j(s) \operatorname{sign} U_j \leq U_{nij}(s). \end{cases}$$

Тогда весь элемент можно описать так:

$$Y(s) = \begin{cases} W_{ij}(s) [U_j(s) - U_{nij}(s) \operatorname{sign} U_j] & \text{при } U_j(t) \operatorname{sign} U_j > U_{nij}(s); \\ 0 & \text{при } U_j(s) \operatorname{sign} U_j \leq U_{nij}(s), \end{cases}$$

где $W_{ij}(s) = k_{ij} \frac{A_{ij}(s)}{B_{ij}(s)}$ — передаточная функция элемента с зоной нечувствительности.

Элемент с зоной нечувствительности можно представить как звено с внешним возмущением — $U_{nj}(s) \operatorname{sign} U_j$ (рис. 1б).

Введем следующие векторы многомерного элемента:

- вектор входных сигналов $U(s) = \{U_j(s)\}$, $j = 1, 2, \dots, n$;
- вектор выходных сигналов $Y(s) = \{Y_i(s)\}$, $i = 1, 2, \dots, n$;
- векторы величин зон нечувствительности $U_{nj}(s) = \{U_{nj}(s)\}$.

Введем следующие матрицы: $W(s) = \{W_{ij}(s)\}$; $W_n(s) = \operatorname{diag} W_i(s)$; $C = \operatorname{diag} \{\operatorname{sign} U_i\}$ — матрица знаков входных сигналов, где матрица — строка $W_i(s) = \{W_{ij}(s)\}$.

Обозначим вектор: $U_n(s) = CU_{nj}(s)$. Тогда многомерный элемент можно описать следующим матричным уравнением:

$$Y(s) = \begin{cases} W(s) U(s) - W_n(s) U_n(s) & \text{при } CU(s) > U_{n\max}(s); \\ 0 & \text{при } CU(s) \leq U_{n\min}(s), \end{cases} \quad (2)$$

где $U_{n\max}(s)$ — вектор-столбец, каждый j -ый элемент которого равен небольшому значению элемента вектора $U_{nj}(s) = \{U_{nj}(s)\}$, а $U_{n\min}(s)$ — вектор-столбец, каждый j -ый элемент которого равен наименьшему значению элемента вектора $U_{nj}(s)$.

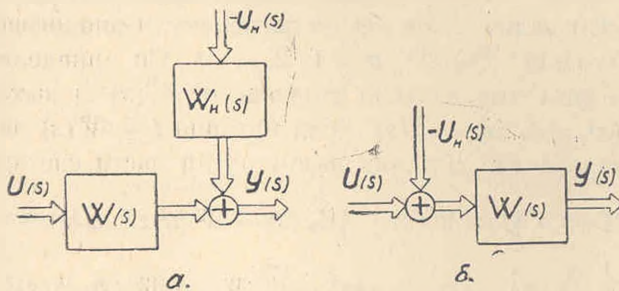


Рис. 2.

При выполнении первого условия (2) все связи в многомерном элементе функционируют и такой элемент можно представить в виде схемы, изображенной на рис. 2а.

Если многомерный элемент с зонами нечувствительности несвязанный, т. е. $W_{ij}(s) = 0$ для всех $i \neq j$, то $W(s) = \operatorname{diag} \{W_{ij}(s)\}$, и матрица $W_n(s)$ совпадает с матрицей $W(s)$, а вектор $U_n(s) = CU_{nj}(s)$. В этом случае при функционировании всех прямых связей многомерный элемент можно описать выражением:

$$Y(s) = W(s) [U(s) - U_n(s)] \quad \text{при } CU(s) > U_{n\max}(s), \quad (3)$$

чему будет соответствовать схема, представленная на рис. 2б.

Допустим, что выполняется условие

$$CU(s) > U_{n\max}(s). \quad (4)$$

Очевидно, что если все входные сигналы одного знака, то и все установившиеся выходные сигналы имеют тот же знак. При нарушении этого условия знаки выходных сигналов многомерного элемента могут быть любыми в зависимости от параметров элемента

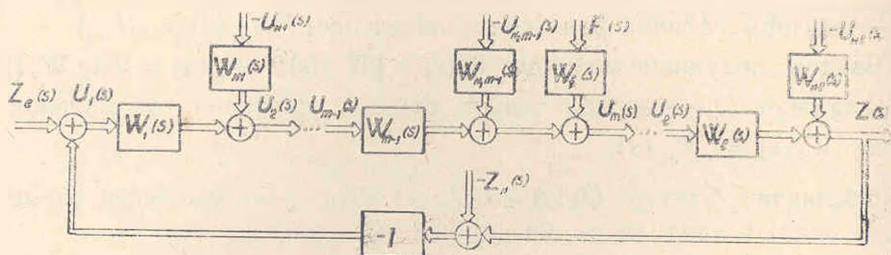


Рис. 3.

Теперь рассмотрим замкнутую САУ (рис. 3), состоящую из l многомерных элементов с зонами нечувствительности в прямой цепи и одним элементом в цепи обратной связи, передаточная матрица которого представляет собой единичную диагональную отрицательную матрицу $-I$. Между элементами $m-1$ и m аддитивно приложено возмущающее воздействие $F(s)$ через передаточную матрицу $W_f(s)$. Из схемы рис. 3 видно, что наличие зон нечувствительности аналогично действию внешних возмущений $U_{np}(s)$, $p = 1, 2, \dots, l$. По определению вектор ошибки равен разности вектора задающего $Z(s)$ и выходного $Z(s)$ сигналов: $\delta Z(s) = Z_e(s) - Z(s)$. Если матрица $I + W(s)$ не особенная, где $W(s)$ передаточная матрица разомкнутой части системы, то

$$\delta Z(s) = [I + W(s)]^{-1} [Z_e(s) - W(s) C_z Z_n(s) + \sum_{q=1}^l \prod_{j=1}^q W_{j+1}(s) \cdot W_{nq}(s) - \prod_{j=1}^m W_j(s) W_f(s) \cdot F(s)], \quad (5)$$

где $C_z = \text{diag} \{\text{sign } Z_i\}$, $Z_n = \{Z_i(s)\}$.

Здесь и далее, если нижний индекс сумм и произведений меньше верхнего, то соответствующие суммы и произведения равны нулю. Примем

$$W_{l+1}(s) = W_0(s) = I, \quad \lim_{s \rightarrow 0} W_f(s) = K_f,$$

где K — матрица коэффициентов возмущающих воздействий.

Допустим, что все внешние воздействия, возмущения и зоны нечувствительности постоянные, т. е.

$$Z_e(s) = \frac{1}{s} Z_e; \quad F(s) = \frac{1}{s} f; \quad U_{npj}(s) = \frac{1}{s} U_{npj}; \quad Z_n(s) = Z_n;$$

$$q = 1, 2, \dots, l, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Будем полагать, что при указанных условиях рассматриваемая САУ устойчива.

1. *Статическая система.* В этом случае для элементов и системы в общем справедливо соотношение:

$$\lim_{s \rightarrow 0} W_q(s) = K_q; \quad \lim_{s \rightarrow 0} W_{eq}(s) = K_{eq}; \quad \lim_{s \rightarrow 0} W(s) = \prod_{q=1}^n K_q = K,$$

где K_q, K_{eq} — матрицы, образованные из коэффициентов усиления соответствующих передаточных функций.

Если согласно ранее принятым условиям имеем:

$$K_{q+1} = K_q = I; \quad K_{-1} = 0.$$

Если все элементы задающего вектора Z_e положительны, то матрица $C_e = I$. Используя предельные соотношения преобразования Лапласа к (5), определим вектор установившихся ошибок δZ при принятых ранее внешних воздействиях:

$$\delta Z = (I + K)^{-1} \left[Z_e - K Z_n + \sum_{j=1}^q \prod_{i=1}^j K_{i+1} K_{nq} U_{nq} - \prod_{i=1}^n K_i K_i f \right]. \quad (6)$$

В выражении (6) неизвестны матрицы $C_q = \text{diag} \{ \text{sign } u_i \}$, входящие в u_{nq} .

Для функционирования в установившемся режиме всех связей многомерных элементов необходимо выполнение условия (4) и условия функционирования обратной связи системы, т. е.:

$$\begin{cases} C_q \cdot u_q > u_{q\max}, & q = 1, 2, \dots, n; \\ z > z_n. \end{cases} \quad (7)$$

Перебором всех возможных $N = (l + 1) 2^n$ значений знаков элементов матриц C_q можно найти матрицы, удовлетворяющие неравенствам (7).

2. *Астатическая система.* Допустим, что все элементы матрицы содержат интегрирующие звенья $\frac{1}{s}$. Тогда матрицу $W_q(s)$ можно представить в виде $W_q(s) = \frac{1}{s} W_{q0}(s)$, где матрица $W_{q0}(s)$ статическая, для которой $\lim_{s \rightarrow 0} W_{q0}(s) = K_q$.

Предположим, что все остальные передаточные матрицы системы статические. В таком случае передаточную матрицу разомкнутой части системы можно записать как

$$W(s) = \frac{1}{s} W_0(s), \quad \text{где } \lim_{s \rightarrow 0} W_0(s) = K.$$

Матрица

$$[I + W(s)]^{-1} = s[sI + W_0(s)]^{-1}, \quad \text{где } \lim_{s \rightarrow 0} [sI + W_0(s)]^{-1} = K^{-1}.$$

Соответствующим образом представим клетки матрицы

$$W_{nvi}(s) = \frac{1}{s} W_{nv0i}(s), \text{ где } \lim_{s \rightarrow 0} W_{nv0i}(s) = K_{nvi}, \quad i=1, 2, \dots, n,$$

Примем, что астатический элемент $W_v(s)$ располагается в любом месте v до точки приложения возмущения $F(s)$: $1 \leq v \leq m$.

Применяя предельные соотношения к выражению (5) и учитывая принятые внешние воздействия, получим вектор установившейся ошибки:

$$\delta z = -z_n + K^{-1} \sum_{q=v}^1 \prod_{j=1}^q K_{j+1} K_{nq} u_{nq}. \quad (8)$$

Процесс установится при выполнении следующего условия:

$$C_v u_v = u_{nv \min}. \quad (9)$$

Для функционирования всех связей в элементах необходимо выполнение следующих условий:

$$C_q u_q > u_{nq \max}, \quad q = 1, 2, \dots, v-1, \quad (10)$$

$$z > z_n$$

Из (10) определяются матрицы C_q для всех $q=1, 2, \dots, v-1$, а из (9) матрица C_v . Зная эти матрицы, можно вычислить вектор установившейся ошибки по (8). Знаки элементов матрицы C_v могут быть любыми в зависимости от характера переходного процесса, поэтому при вычислении вектора установившейся ошибки можно оценить наибольшее значение δz , варьируя знаками элементов матрицы C_v .

Как видно из (8), вектор установившейся ошибки в этом случае не зависит от вектора возмущающих воздействий. Зоны нечувствительности элементов, расположенных перед астатическим элементом, дают дополнительные составляющие ошибки. Если астатический элемент будет расположен после места приложения вектора возмущения f : $m \leq v \leq l$, то система не будет астатической, поскольку установившиеся ошибки будут содержать составляющие, зависящие от возмущений [3].

Если только диагональные элементы матрицы $W_v(s)$ содержат интегрирующие звенья, а остальные элементы статические, то

$$W_v(s) = \frac{1}{s} W_{vg}(s), \text{ где } \lim_{s \rightarrow 0} W_{vg}(s) = K_v = \text{diag} \{K_{vi}\}.$$

Для этого случая так же можно использовать (8). Аналогичные преобразования можно провести для различных случаев наличия интегрирующих звеньев в передаточных матрицах системы.

Полученные результаты позволяют определить и производить параметрическую коррекцию установившихся ошибок в ИС и САУ при наличии в их структуре элементов с зонами нечувствительности.

**ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ ԱՆՁԳԱՅՈՒԹՅԱՆ ՏԻՐՈՒՅԹՆԵՐՈՎ
ԿԱՅՈՒՆԱՅՎԱԾ ՍԽԱԼՆԵՐԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒՄԸ**

Ա մ փ ո փ ու մ

Անընդհատ բաղմաչափ կառավարման համակարգերում կայունացված սխալների վերլուծման հիման վրա անզգայնության տիրույթների առկայության դեպքում կայունացված սխալների և համակարգերի պարամետրերի միջև ստացված են կապեր:

Ստացված արդյունքները կարող են օգտագործվել շափման և կառավարման համակարգերի վերլուծման և համադրության համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления, ч. II.— М.: Энергия, 1965.— 364 с.
2. Теория автоматического управления /Под ред. А. В. Нетуйчла.— М.: Высшая школа, 1976.— 400 с.
3. Морозовский В. Т. Многовязные системы автоматического регулирования.— М.: Энергия, 1970.— 288 с.