

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. М. СИМОНЯН, М. М. МАРТИРОСЯН, И. П. ДИМИТРИЕНКО

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УПРУГО-РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
 КОМПОЗИТА СПИРАЛЬНОЙ И КОЛЬЦЕВОЙ НАМОТОК
 С НИЗКОМОДУЛЬНЫМ СВЯЗУЮЩИМ

Проблема прогнозирования деформационных свойств композита, полученного способом намотки, обуславливается тем, что испытание образцов, вырезанных из конструкции, может дать искаженную картину деформирования вследствие эффекта от перерезанных волокон. Теоретические исследования этого вопроса для материалов, деформирующихся по упругому закону, согласно линейной теории наследственности и теории пластического течения освещены в [1—4].

В настоящей работе строятся упруго-реологические соотношения для пакета композита, составленного кольцевой и симметричными спиральными намотками (рис. 1), в предположении, что деформационные свойства однонаправленно-армированного композита вдоль волокон определяются некоторым оператором $\Pi, [\varepsilon(t)]$ при условии, что сопротивляемость его деформированию поперек волокон пренебрежимо мала. Согласно принятой схеме рассматривается многослойный материал, слои которого деформируются совместно, причем, каждый слой воспринимает лишь осевые напряжения, направленные вдоль волокон этого слоя.

Выделим элемент пакета с помощью сечений с нормальными z и x и сечения вдоль волокон ориентации α и $-\alpha$ (рис. 2). Из условия равновесия элемента получим:

$$\sigma_z \delta \sin \alpha - \tau_{xz} \delta \cos \alpha - \rho_x \frac{\delta_x}{2} \cos \alpha = 0; \tag{1}$$

$$\sigma_z \delta \sin \alpha + \tau_{xz} \delta \cos \alpha - \rho_x \frac{\delta_x}{2} \cos \alpha = 0;$$

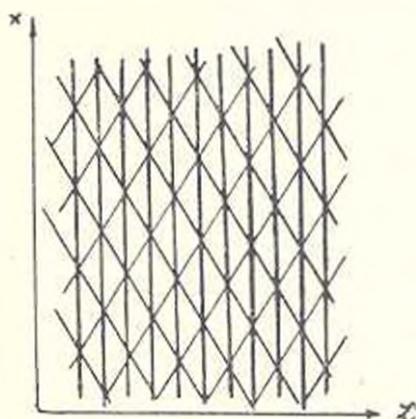


Рис. 1. Схема, имитирующая пакет композита.

$$p_k \delta_k + p_{-k} \frac{\delta_s}{2} \sin \alpha - \sigma_x \delta \cos \alpha + \tau_{xz} \delta \sin \alpha = 0; \quad (1)$$

$$p_k \delta_k + p_{-k} \frac{\delta_s}{2} \sin \alpha - \tau_x \delta \cos \alpha - \tau_{xz} \delta \sin \alpha = 0,$$

где δ — общая толщина пакета композита; δ_s — суммарная толщина кольцевых намоток; $\frac{1}{2} \delta_s$ — суммарная толщина спиральных намоток с ориентацией α , равная толщине намоток с ориентацией $-\alpha$ ($\delta = \delta_s + \delta_k$). Учитывая также очевидные соотношения:

$$\sigma_k \cos \alpha = p_k; \quad \sigma_s \sin 2\alpha = p_s; \quad \sigma_{-k} \sin 2\alpha = p_{-k}, \quad (2)$$

получим зависимости

$$\sigma_{-k} = \frac{\delta}{\delta_s \cos \alpha} \left(\frac{\sigma_x}{\cos \alpha} - \frac{\tau_{xz}}{\sin \alpha} \right);$$

$$\sigma_s = \frac{\delta}{\delta_s \cos \alpha} \left(\frac{\sigma_x}{\cos \alpha} + \frac{\tau_{xz}}{\sin \alpha} \right); \quad (3)$$

$$\delta_k = \frac{\delta}{\delta_k} \left(\sigma_x - \sigma_s \operatorname{tg}^2 \alpha \right),$$

определяющие напряжения в слоях композита при произвольном плоском напряженном состоянии.

Деформация пакета в направлении z складывается из вкладов ε_{z_1} от деформаций волокон только спирального направления и ε_{z_2} от поворотов этих волокон, вызванных деформированием только волокон кольцевого направления:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{z_1} + \varepsilon_{z_2}. \quad (4)$$

В результате деформации ε_x только спиральных волокон OA (рис. 3а) в направлении z точка A перемещается в A_1 , при этом $\varepsilon_{z_1} = 0$, $\varepsilon_{z_2} = \frac{BA_1}{OB}$, $\varepsilon_{z_1} = \frac{A_1 A_2}{OA}$.

откуда имеем:

$$\varepsilon_{z_1} = \varepsilon_x \frac{1}{\cos^2 \alpha}. \quad (5)$$

В результате деформации ε_y только спиральных волокон (рис. 3) в кольцевом направлении точка A перемещается в A_2 , при этом $\varepsilon_x = 0$,

$$\varepsilon_{z_1} = -\frac{A_1 A}{AB}, \quad \varepsilon_{z_2} = \frac{A_2 A_2}{OB}, \quad \text{откуда}$$

$$\varepsilon_{z_2} = -\varepsilon_y \operatorname{tg} \alpha. \quad (6)$$

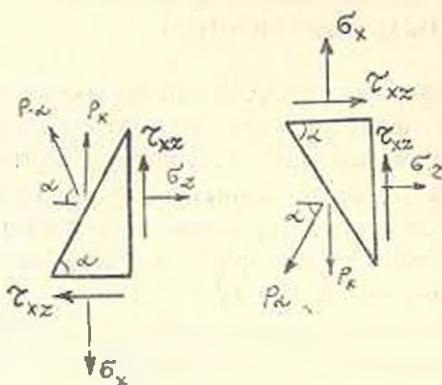


Рис. 2.

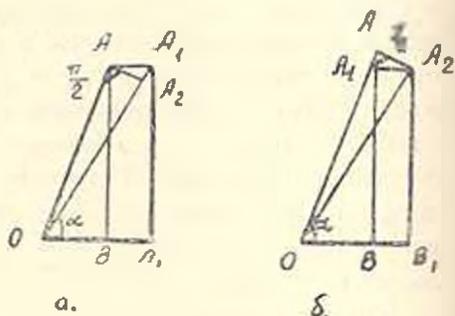


Рис. 3.

Кроме того, очевидно, что

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x. \quad (7)$$

Принимая, что деформационные свойства однонаправленно-армированного композита вдоль волокон определяются соотношением

$$\varepsilon(t) = \Pi_t [\sigma(t)], \quad (8)$$

где Π_t — некоторый оператор времени, из (3) — (7) получим следующие выражения для деформаций в кольцевом и осевом направлениях в зависимости от напряжений $\sigma_z(t)$, $\sigma_x(t)$, $\tau_{xz}(t)$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z(t) = & \frac{1}{2\cos^2 \alpha} \left\{ \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\sigma_z(t)}{\cos \alpha} - \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\sigma_x(t)}{\cos \alpha} + \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right) \right] \right\} - \\ & - \operatorname{tg}^2 \alpha \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\sigma_x(t) - \sigma_z(t) \operatorname{tg}^2 \alpha \right) \right]; \\ \varepsilon_x(t) = & \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\sigma_x(t) - \sigma_z(t) \operatorname{tg}^2 \alpha \right) \right]; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{xz}(t) = & \frac{1}{\sin 2\alpha} \left\{ \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\sigma_z(t)}{\cos \alpha} + \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right) \right] - \right. \\ & \left. - \Pi_t \left[\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\sigma_x(t)}{\cos \alpha} - \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Из соотношений (9) следует, что пакет композита является ортотропным [5] телом лишь при линейной зависимости между деформациями и напряжениями. Соотношения (9) определяют связь между напряжениями и деформациями пакета композита, соответственно, любым деформационным свойствам однонаправленно-армированного композита, определяемым видом оператора $\Pi_t [\sigma(t)]$.

Для использования настоящей методики, строго говоря, нет необходимости построения оператора $\Pi_t [\sigma(t)]$. Действительно, для произвольного плоского напряженного состояния, задаваемого $\sigma_z(t)$, $\sigma_x(t)$ и $\tau_{xz}(t)$, достаточно иметь три экспериментальные кривые ползучести однонаправленно-армированного композита при действии вдоль волокон нормальных напряжений $\sigma_1(t)$, $\sigma_2(t)$ и $\sigma_3(t)$:

$$\begin{aligned} \sigma_1(t) = & \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{\sigma_z(t)}{\cos \alpha} - \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right]; \\ \sigma_2(t) = & \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{\sigma_x(t)}{\cos \alpha} + \frac{\tau_{xz}(t)}{\sin \alpha} \right]; \\ \sigma_3(t) = & \frac{\partial}{\partial \sigma} [\sigma_x(t) - \sigma_z(t) \operatorname{tg}^2 \alpha]. \end{aligned} \quad (10)$$

Соответствующие им деформации $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ и $\varepsilon_3(t)$, полученные опытным путем, определяют деформации пакета композита, нагруженного напряжениями $\sigma_x(t)$, $\sigma_y(t)$ и $\tau_{xy}(t)$, согласно (9), по формулам:

$$\varepsilon_x(\varepsilon) = \varepsilon_3(t); \quad \varepsilon_z(t) = \frac{1}{2\cos^2 \alpha} [\varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)] - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \varepsilon_3(t);$$

$$\tau_{xy}(t) = \frac{1}{\sin 2\alpha} [\varepsilon_2(t) - \varepsilon_1(t)].$$

Для проверки соотношений (9) рассмотрим результаты экспериментов на ползучесть однонаправленно-армированного органопластика при растяжении в направлении волокон, а также цилиндрической трубы с закрытыми торцами, полученной намоткой лент из того же органопластика в кольцевом и симметричных спиральных направлениях, под действием внутреннего гидростатического давления. На рис. 4 показаны

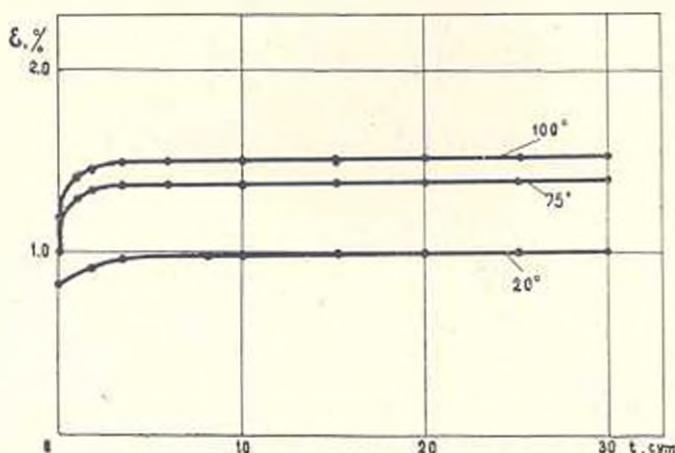


Рис. 4. Кривые ползучести однонаправленно-армированного композита при напряжении 528 МПа.

деформационные кривые однонаправленно-армированного органопластика на основе жгута ЖСВМ при постоянном растягивающем напряжении 528 МПа и при температурах 20°C, 75°C и 100°C. Эти кривые являются графическим изображением оператора $\Pi_1(528 \text{ МПа})$, вырождающегося при постоянном напряжении в функцию времени. На рис. 5 приведены экспериментальные кривые деформаций ε_r в кольцевом направлении у цилиндрических труб из того же материала при аналогичной технологии изготовления при действии внутреннего гидростатического давления, равного 4,2 МПа и данных: $\alpha = 30^\circ$, $r = 20 \text{ см}$, $\delta = 2,4 \text{ мм}$. При этом намотаны два двойных спиральных и четыре кольцевых слоя ($\delta_k = \delta_s$), $\sigma_s = 175 \text{ МПа}$, $\sigma_x = 350 \text{ МПа}$. По второй формуле (9) получим:

$$\varepsilon_x = \Pi_1 \left[\frac{\delta}{\delta_x} (\sigma_x - \sigma_s \operatorname{tg}^2 \alpha) \right] = \Pi_1 (583,3 \text{ МПа}).$$

В случае, если напряжение в однонаправленно-армированных образцах было бы равным 583,3 МПа, сплошные линии на рис. 4 и 5, согласно (10), должны были бы совпасть. Учитывая, что значения 583,3 МПа и 528 МПа различаются лишь на 10,4%, полагаем, что линейная экстраполяция на столь малом участке не должна привести к существенным погрешностям. Увеличивая ординаты кривых на рис. 4 и $\frac{583,3}{528} = 1.104$ раза, получаем прогнозируемые деформационные кривые для трубы из пакета композита, показанные на рис. 5 штриховыми

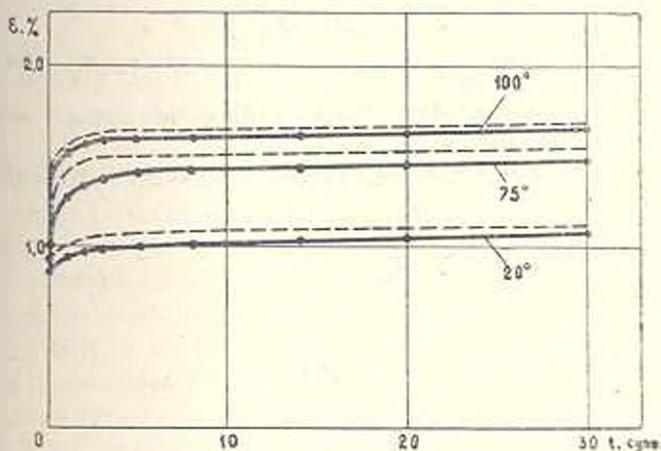


Рис. 5. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые поллучести пакета композита.

линиями. Сравнение их с действительными кривыми ϵ_x , показанными сплошными линиями, приводит к выводу, что соотношения (10) вполне приемлемы для прогнозирования деформационных свойств пакета композита.

СКТБ ИМ АН АрмССР

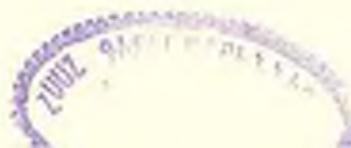
17. VIII. 1982

Ա. Մ. ՄԵՄՆՅԱՆ, Մ. Ս. ՄԱՆՏՐՈՅԱՆ, Բ. Պ. ԿԻՄԵՐՄԵՆՅԱՆ

ԻՐԱԿԱԶԻՎ ԵՎ ԳԱՎԱՐԱԶԵՎ ՓԱԹԱԹՎՍԻՆ ԶԱՆՐԱՄՈՒԿՈՒՄ ԿԱԳՍԱՑԻՉՈՎ ԿՈՐԳՈՋԵՏԻ ԱՌԱՋԳԱԻՆՈՒԿԻԱԿԱՆ ԶՍՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՆԱԽԱԳՈՒՇՍԿՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ս ի

Օղակաձև և համաչափ գալարաձև փաթաթված կոմպոզիտի համար ստացված է դեֆորմացիաների և լարումների միջև եղած փոխադարձ կապ հարթ լարվածային վիճակի դեպքում: Ընդունված է, որ կապակցող նյութը դեֆորմացիայի դեպքում օժտված է ալկլի փոքր կոշտությամբ, քան ամրանաժողող թևը: Ստացված արտահայտությունները կիրառելի են ցանկացած ժամանա-



կաշին օպերատորի համար, որը նկարագրում է միաուղղված շերտի դեֆորմացիոն հատկութունները Տրված է տեսական և փորձարարական արդյունքների համեմատությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Образцов И. Ф., Багилъев В. В., Бунаков В. А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов.—М.: Машиностроение, 1977.—143 с.
2. Скудра А. М., Булавс Ф. Я., Роцинс К. А. Ползучесть и статическая усталость армированных пластиков.—Рига: Зинатне, 1971.—239 с.
3. Ван Фо-Фы Г. А. К теории анизотропной ползучести стеклоленты.—Механика полимеров, 1965, 2, с. 64—70.
4. Хили Р. Теория механических свойств волокнистых композиционных материалов.—Механика (сб. пер.), 1966, 2, с. 131—150.
5. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек.—М.: Физматгиз, 1961.—384 с.