

ЭНЕРГЕТИКА

С. Г. АКОНЯН

УСКОРЕНИЕ СХОДИМОСТИ ИТЕРАЦИОННОГО ПРОЦЕССА  
 ЗАДАЧИ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГАЗОТРАНСПОРТНОЙ  
 СИСТЕМЫ

Для повышения эффективности метода расчета потокораспределения стационарного режима газотранспортной системы (ГТС), рассмотренного в [1, 2], в настоящей работе приводятся несколько способов ускорения сходимости итерационного процесса расчета.

Матрица  $[g_{jk}]$  рассмотренной в [1, 2] системы уравнений узловых давлений

$$\sum_{k=1}^m g_{jk}(P_j^{(v)}; P_k^{(v)}, P_k^{(v+1)}) = q_j - \sum_{r=1}^s g_{jr}(P_j^{(v)}; P_r) \cdot P_r - \lambda_j(P_j^{(v)}; P_r^{(v)}) \quad (1)$$

$$j = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, m$$

является слабо заполненной и содержит большое число нулевых элементов, т. е. разреженной. В (1) приняты следующие обозначения:  $P_j$  — неизвестные узловые давления;  $P_r$  — заданные узловые давления (число узлов с заданными давлениями  $P_r$  по сравнению с числом узлов с неизвестными давлениями  $P_j$  мало);  $q_j$  — заданные узловые расходы (притоки);  $\lambda_j$  — элементы вектора, определяемые из исходных уравнений участков ГТС по формуле, приведенной в [1, 2];  $s$  — общее число точек;  $r$  — индекс узловых точек, в которых задаются узловые давления (балансирующие узлы);  $v$  — индекс итераций.

Матрица проводимостей  $[g_{jk}]$  системы (1) положительно определенная и может показаться, что не возникнет никаких трудностей относительно поведения метода при ее решении. В реальных условиях из-за ограниченности порядков чисел в ЦВМ и наличия округления в некоторых случаях матрица  $[g_{jk}]$  имеет плохую обусловленность, приближенным показателем чего является значение определителя матрицы  $[g_{jk}]$ , которое в некоторых случаях близко к нулю. При этом итерационный процесс останавливается после некоторого числа итераций по причине переполнения порядков чисел в ЦВМ.

Рассмотрим следующие математические приемы, которые значительно ускоряют итерационный процесс, вследствие чего устраняются причины расходимости итерационного процесса решения системы (1).

1. Для ускорения сходимости итерационного процесса (1) используется известное положение о том, что чем больше диагональные элементы матрицы  $[g_{jk}]$  по сравнению с суммой недиагональных, тем быстрее будет сходимость. Отсюда следует целесообразность усиление (увеличения) диагональных элементов матрицы  $[g_{jk}]$ . Предлагается путем добавления в левую и правую части каждого уравнения системы (1) слагаемого построение следующей схемы итерации:

$$\sum_{k=1}^m g'_{jk}(P_j^{(n)}, P_k^{(n)}) \cdot P_k^{(n+1)} =$$

$$= q_j - \sum_{r=1, r \neq j}^m g_{jr}(P_j^{(n)}, P_r) \cdot P_r - \lambda_j(P_j^{(n)}, P_j^{(n)}) + g_0 P_j^{(n)}, \quad (2)$$

$$j = 1, 2, \dots, m; \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

где  $g'_{jk}$  — элементы матрицы проводимостей с усиленными диагональными элементами;  $g_0$  — положительное число, величина которого определяется из условия сходимости итерационного процесса линейной системы (2), в которой требуется, чтобы какая-либо норма матрицы  $[g'_{jk}]$ , например, строчная норма по  $j$  (эм-норма), была бы меньше единицы, что приводит к следующему неравенству для определения значений  $g_0$ :

$$g_0 > k_{ij} \quad (3)$$

для всех значений  $j$ .

Поскольку в (3)  $g_{ij}$  зависит от узловых давлений, для облегчения нахождения величины  $g_0$  рекомендуется использовать результаты эксперимента на ЦВМ.

Между элементами матрицы  $[g'_{jk}]$  имеет место неравенство:

$$g_{jj} + g_0 > \sum_{k=1}^m |g_{jk}|, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

Отметим, что строгое неравенство типа (4) между элементами матрицы  $[g_{jk}]$  не имеет места [1, 2], поэтому скорость сходимости итерационной процедуры (2) будет больше, чем (1).

В конце итерационной процедуры, когда разность по абсолютной величине вектора узловых давлений между двумя шагами итерации меньше или равна заданной точности расчета, добавление в левую и правую части уравнения (1) слагаемого  $g_0 P_k$  незначительно изменит решение на малую величину второго порядка, что вполне допустимо. По сути дела, этот прием фактически увеличивает определитель матрицы проводимостей, и, следовательно, его обусловленность.

Многочисленные решенные примеры показали, что при выборе начального вектора, находящегося значительно далеко от решения, получена быстрая сходимость решения. Для рассмотренного в данной рабо-

те примера были заданы разбросанные значения начального давления в пределах от 0 до 120 ( $P_i^{(0)} \neq P_k^{(0)}$ ), а решение находилось в пределах 25—46 МПа. Результаты решения показали, что время решения практически не зависит от величины выбора начального вектора.

Чтобы практически выяснить, как действует увеличение обусловленности матрицы проводимостей системы (2) на скорость сходимости, был решен ряд примеров применительно к конкретным ГТС. Эти расчеты показали, что по рассмотренному способу ускорения количество итераций сокращается, примерно, в 2—3 раза.

Чтобы исследовать, устраняются ли причины математического характера, вызывающие в некоторых случаях расходимость процесса итерации, выбрана задача, которая без добавления к диагональным элементам  $x_0$  приводит к расходящемуся процессу. Эта же задача решалась с добавлением  $x_0 = 0,01$ , и получено сходящееся решение (см. пример).

2. Проведенные экспериментальные исследования показали, что выбор той или иной последовательности нумерации узлов расчетной схемы ГТС существенно сказывается на скорости сходимости итерационного процесса систем (1) и (2). Известен [3] метод нахождения «согласующейся» последовательности нумерации узлов расчетной схемы электрической системы при решении задач потокораспределения, который обеспечивает большую скорость сходимости итерационного процесса.

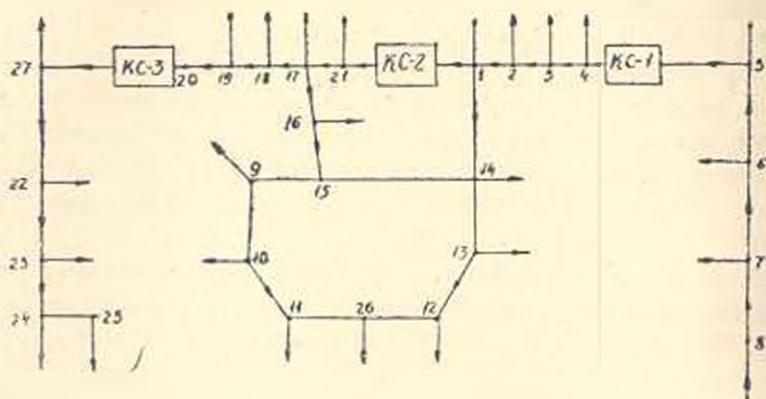
В настоящей работе дается описание метода нахождения «согласующейся» последовательности нумерации узлов расчетной схемы ГТС, в общем случае применительно к задаче потокораспределения с использованием уравнений узловых давлений. По сути дела, этот метод приводит к вычерчиванию направленного графа сети ГТС по следующему логическому алгоритму:

- все ветви рассматриваемой схемы ГТС представляются как пути двух направлений между двумя узлами;
- балансирующие узлы выбираются вне замкнутых контуров;
- в каждом замкнутом контуре должно быть четное число ветвей;
- если число ветвей нечетное, то его делают четным путем добавления фиктивного узла с нулевым отбором;
- для каждого узла по очереди (с номером  $j$ ) рассматриваются поочередно все ветви, связывающие этот узел с другими узлами (с номером  $k$ ); если  $k > j$ , то узлы  $j$  и  $k$  соединяются путем, имеющим направление от  $j$  к  $k$  и отмеченным двойной стрелкой («основной путь»); в противном случае между узлами  $j$  и  $k$  вычерчивается путь, отмеченный простой стрелкой («вспомогательный путь») того же направления;
- если любой замкнутый путь направленного графа содержит одинаковое число основных и вспомогательных путей, то последовательность узлов считается «согласующейся».

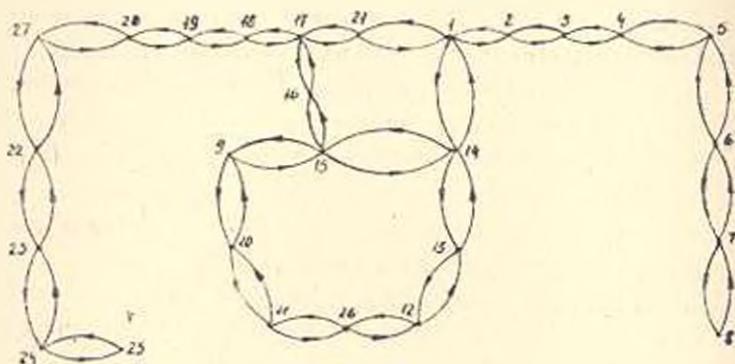
Для пояснения вопроса по установлению «согласующейся» последовательности нумерации узлов рассмотрим схему ГТС, представлен-

ную на рис. 1а. Все ветви рассматриваемой схемы ГТС (рис. 1а) представляются как пути двух направлений между двумя узлами (рис. 1б).

На рис. 1а в контуре 9-10-11-12-13-14-15-9 нечетное количество (семь) ветвей. Добавлением 26-го узла с нулевым отбором в этом же контуре достигаем четного количества (восемь) ветвей. В схеме рис. 1а балансирующим является 27-ой узел.



а.



б.

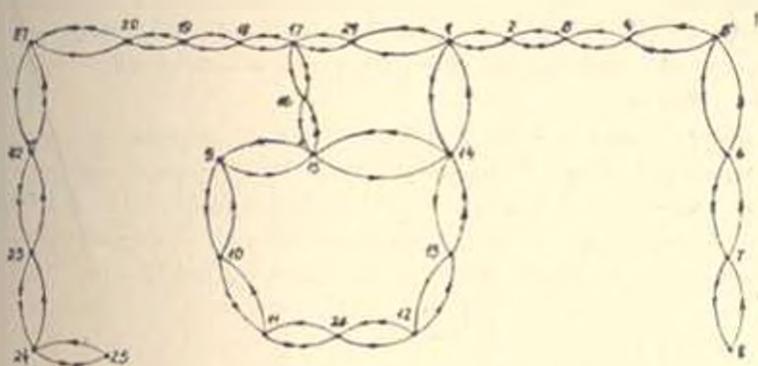
Рис. 1.

На рис. 2а показана «несогласующаяся» последовательность нумерации узлов (замкнутый путь 17-16-15-9-10-11-12-13-14-1-21-17), а на рис. 2б — «согласующаяся» (17-15-16-1-14-21-17; 16-9-10-11-26-13-12-1-16; 17-15-16-9-10-11-26-13-12-1-14-21-17).

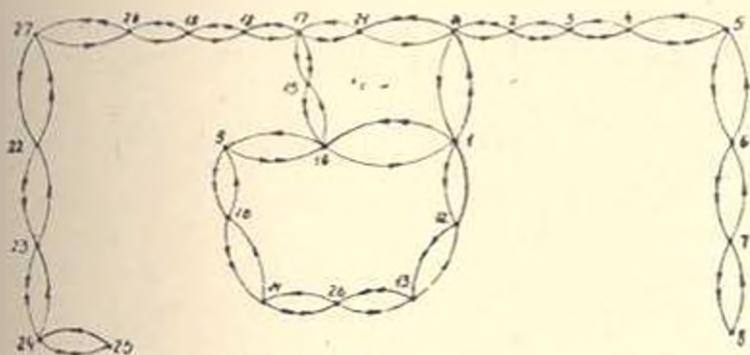
Поскольку рассматриваемый алгоритм нумерации узлов для заданной схемы ГТС реализуется только на основе логических операций, то такая нумерация выполняется однократно, до начала расчета режима, и используется до тех пор, пока структура ГТС не изменится так, чтобы возникла необходимость перенумерации.

*Пример.* Рассматривается ускорение сходимости итерационного процесса расчета потокораспределения стационарного режима для ГТС, схема которого приведена на рис. 2а. Схема состоит из  $s = 27$  узлов.

Результаты решения показали, что без добавления к диагональным элементам  $g_0$  получился расходящийся процесс, а с добавленным  $g_0 = 0,01$  сходимость обеспечивалась.



а.



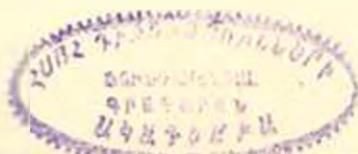
б.

Рис. 2.

При «несогласующейся» нумерации узлов (согласно рис. 2а) количество итераций равнялось 14, а время решения на ЕС-1020 составляло  $t = 100$  с. При «согласующейся» нумерации узлов (согласно рис. 2б) количество итераций — 7, время решения —  $t = 50$  с. Точность расчета была задана  $\epsilon = 0,002$ .

Ермеевский комит. отд.  
ВНИИЭИ АЭПРОМ

8.1.1983



ԿԱԶԱՏՐԱՆՍՊՈՐՏԱՅԻՆ ԼԱՄԱԿԱՐԳԻ ԼՈՍՔԱՐԱՇԽՈՒԱՆ ԽՆԻՐԻ ԻՆՏԵՐԱՑԻԱԿԱՆ ՊՐՈՑԵՍՄԻ ԶՈՒԿԱՄԻՏՄԱՆ ԱՐԱԳԱՑՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Դիտարկվում է իտերացիայի պրոցեսի գույամիտման տրադացման մի քանի ձևեր, որոնք բարձրացնում են թվային հաշվիչ մեքենայի վրա գազատրանսպորտային համակարգի (ԳՏՀ) հոսքաբաշխման ռեժիմի հաշվարկի արդյունավետությունը:

Դիտարկված արագացման ձևերը հիմնված են՝ լուծվող հանրահաշվական հավասարումների հաղորդականությունների մատրիացայի անկյունագծային էլեմենտների ուժեղացման (մեծացման), ԳՏՀ հաշվարկային սխեմայի հանգույցների հաջորդականության «համաձայնեցված» համարուկայման և հավասարակշռող հանգույցների հարմարավետ ընտրության վրա:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Акопян С. Г. Расчет потокораспределения стационарного режима газотранспортной системы. — В сб. науч. тр. Проблемы совершенствования и развития прогрессивных технико-экономических норм и нормативов в газовой промышленности. — М.: ВНИИЭГазпром, 1982, с. 81—91.
2. Акопян С. Г. Декомпозиционный метод расчета потокораспределения стационарного режима больших систем транспорта газа. — Изв. АН АрмССР (сер. ТII), 1982, т. XXXV, № 1, с. 16—21.
3. Веников Г. В., Строган В. А. Применение математических методов и средств вычислительной техники в проектировании и эксплуатации энергетических систем. — М., Энергия, 1965. — 277 с.