

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Ю. Л. САРКИСЯН, А. Г. ХАРАТЯН

ОБ АНАЛОГИИ КОНЕЧНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПЛОСКИХ
 И ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МНОГОКОНТУРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Метод количественного воспроизведения конечных перемещений пространственного четырехзвенника типа ВШЦП при помощи плоского шарнирного четырехзвенника впервые предложен в [1]. В [2] решена задача, обратная рассмотренной в [1], и установлено взаимное соответствие между плоскими и сферическими четырехзвенниками, у которых неявные функции положения, выраженные в тангенсах половинных углов поворота входных и выходных звеньев, совпадают.

В настоящей работе свойство кинематической аналогии плоских и пространственных четырехзвенников переносится на многозвенные механизмы, образуемые последовательным соединением четырехзвенников.

Сначала рассмотрим задачу построения плоских аналогов сферических и пространственных многоконтурных механизмов. Воспользуемся известной кинематической аналогией между плоскими и сферическими шарнирными четырехзвенниками. У этих механизмов неявные уравнения взаимосвязи конечных перемещений φ_1 и φ_4 входного и выходного звеньев, выраженные в тангенсах половинных углов, имеют одинаковую форму [1]:

$$[k_1 + k_2 \operatorname{tg}^2(\varphi_1/2)] \operatorname{tg}^2(\varphi_4/2) - 4k_3 \operatorname{tg}(\varphi_1/2) \operatorname{tg}(\varphi_4/2) + k_4 + k_5 \operatorname{tg}^2(\varphi_1/2) = 0. \quad (1)$$

Для плоского механизма коэффициенты k_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) в уравнении (1) равны:

$$k_1 = (d - a - c)^2 - b^2; \quad k_2 = (d + a - c)^2 - b^2; \quad k_3 = 2ac;$$

$$k_4 = (d - a + c)^2 - b^2; \quad k_5 = (d + a + c)^2 - b^2,$$

а для сферического:

$$k_1 = -2[\cos(\delta - \alpha - \gamma) - \cos \beta]; \quad k_2 = -2[\cos(\delta + \alpha - \gamma) - \cos \beta];$$

$$k_3 = 2 \sin \alpha \sin \gamma; \quad k_4 = -2[\cos(\delta - \alpha + \gamma) - \cos \beta];$$

$$k_5 = -2[\cos(\delta + \alpha + \gamma) - \cos \beta].$$

где a, b, c, d и $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — соответственно длины звеньев и постоянные углы между осями шарниров плоского и сферического четырехзвенников.

Для нахождения плоских аналогов сферических и пространственных многоконтурных механизмов поставим условие, чтобы входные и выходные углы сферического и плоского четырехзвенников были связаны соотношениями:

$$\operatorname{tg}(\varphi_1'/2) = \xi \operatorname{tg}(\varphi_2/2); \quad \operatorname{tg}(\varphi_4'/2) = \eta \operatorname{tg}(\varphi_3/2). \quad (2)$$

где ξ и η — постоянные коэффициенты. Однако, условия (2) могут иметь место лишь в том случае, если коэффициенты k_2 и k_3' удовлетворяют следующим равенствам:

$$k_1 = \eta^2 k_1'; \quad k_2 = \xi^2 \xi^2 k_2'; \quad k_3 = \eta^2 k_3'; \quad k_4 = k_4'; \quad k_5 = \xi^2 k_5'.$$

С учетом (1), эти соотношения приводятся к уравнениям:

$$\xi = \frac{4\eta k_3' + \sqrt{16\eta^2 k_3'^2 + 4(k_2' - \eta^2 k_2')(k_4' - \eta^2 k_4')}}{2(k_2' - \eta^2 k_2')}$$

или

$$\eta = \frac{4\xi k_3' - \sqrt{16\xi^2 k_3'^2 + 4(k_1' - \xi^2 k_1')(k_4' - \xi^2 k_4')}}{2(k_1' - \xi^2 k_1')};$$

$$a^2 = \frac{\eta k_2' [\eta^2 (\xi^2 k_2' - k_1') + 2\eta k_3']}{2[\xi(k_2' - \eta^2 k_2') - 2\eta k_3']}; \quad c^2 = \frac{\xi k_3' [\xi^2 (k_2' - \eta^2 k_2') - 2\eta k_3']}{2[\eta(\xi^2 k_2' - k_1') + 2\xi k_3']}; \quad (3)$$

$$d^2 = \frac{[\eta^2 (\xi^2 k_2' - k_1') - k_4' + \xi^2 k_4']^2}{64a^2}; \quad b^2 = (d - a - c)^2 - \eta^2 k_5'.$$

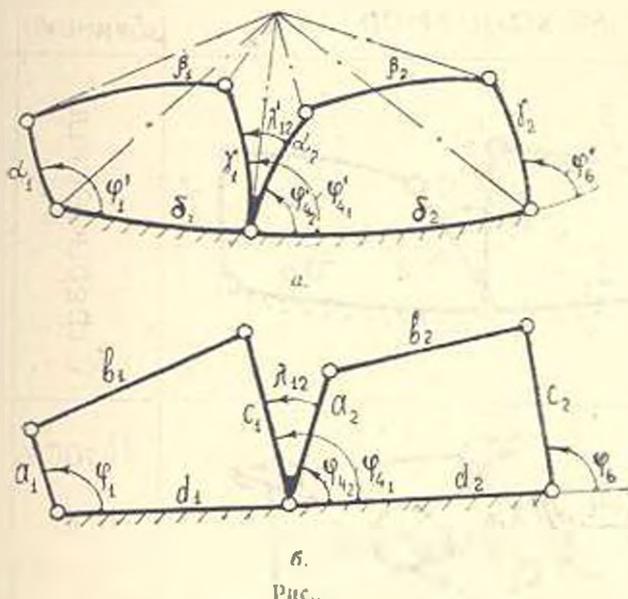
Задав определенное значение коэффициентам ξ или η , с помощью уравнений (3) находим плоский четырехшарнирный аналог, соответствующий условиям (2). Отметим, что при $\xi = 1$ из (3) получаются известные уравнения для определения плоского аналога сферического четырехзвенника [1]. При $\eta = 1$ тангенсы входных половинных углов исходного сферического четырехзвенника и его плоского аналога связаны коэффициентом ξ , а выходные углы равны между собой.

Полученные уравнения (3) можно использовать для определения плоских аналогов сферических и пространственных многоконтурных механизмов. Рассмотрим, например, случай сферического двухконтурного шестишарнирного механизма (рис. а). Пусть входной и выходной углы плоского шестишарнирного аналога (рис. б) удовлетворяют условиям:

$$\operatorname{tg}(\varphi_1'/2) = \xi \operatorname{tg}(\varphi_2/2); \quad \operatorname{tg}(\varphi_4'/2) = \eta \operatorname{tg}(\varphi_3/2). \quad (4)$$

Длины звеньев первого составляющего четырехзвенника a_1, b_1, c_1, d_1 плоского шестишарнирного и коэффициент ξ определяем по уравнениям

(3) при $\eta = 1$. Параметры же второго составляющего четырехзвенника a_2, b_2, c_2, d_2 и коэффициент η определяются из уравнений (3) при $\xi = 1$. Углы компоновки четырехзвенников λ_{12}' и λ_{12} равны между собой $\lambda_{12}' = \lambda_{12}$, т. к. $\varphi_{41}' = \varphi_{41}$ и $\varphi_{21}' = \varphi_{21}$ (рис).



В таблице приведено 4 варианта сферических и пространственных механизмов, образуемых различными комбинациями четырехзвенников и значения коэффициентов ξ_i и η_i (индекс i указывает номер составляющего четырехзвенника), подставляемые в уравнениях (3) при определении параметров плоских аналогов.

Рассмотрим теперь обратные преобразования, сопоставляющие плоским многоконтурным механизмам сферические и пространственные аналоги. При этом вновь исходим из уравнений (1). Чтобы соблюдались условия (2), коэффициенты k_i и k_i' в уравнениях (1) должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} k_1/k_3' &= \xi k_2/\eta k_2; & k_2/k_3 &= k_0/\eta \xi k_2; \\ k_4/k_3' &= \eta \xi k_4/k_0; & k_0/k_3 &= \eta k_0/\xi k_2. \end{aligned}$$

С учетом уравнений (1) эти соотношения приводятся к следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \cos \bar{\alpha} &= (A - B - C + D)/4; & \lg \alpha &= 4 \sin \bar{\alpha} / (D - B - A + C); \\ \lg \gamma &= 4 \sin \bar{\alpha} / (B - A - C + D); & \cos \beta &= A \sin \alpha \sin \gamma + \cos (\bar{\alpha} - \alpha - \gamma). \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$A = \xi k_2/\eta k_2; \quad B = k_2/\eta \xi k_2; \quad C = \eta \xi k_4/k_0; \quad D = \eta k_0/\xi k_2.$$

Таблица

Схемы многозвенных механизмов	Составные четырехзвенники	Значения ξ_i и η_i
	Сферический	$\eta_1 = 1$ $\xi_2 = 1$
	Плоский	—
	Сферический	$\eta_1 = 1$
	Сферический	$\eta_1 = 1$ $\xi_2 = 1$ $\xi_3 = \eta_2$

При выбранных значениях коэффициентов ξ и η уравнения (5) относятся данному плоскому шарнирному четырехзвеннику, единственный сферический четырехзвездник, отвечающий условиям (2). При $\xi = 1$ из (5) можно получить известные уравнения, определяющие сферический аналог плоского четырехзвенника [2].

С помощью уравнений (5) можно получить сферические и пространственные аналоги плоских многоконтурных механизмов. Пусть, например, требуется получить сферический аналог плоского шестизвездного двухконтурного механизма (рис. б), который должен удовлетворять условиям (4). Параметры $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1$ первого составляющего сферического четырехзвенника (рис. а) находим из уравнений (5) при $\eta = 1$ произвольно выбранном ξ , а параметры $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \delta_2$ второго составляющего четырехзвенника — при $\xi = 1$ и произвольном η , а угол компоновки $\lambda'_{12} = \lambda_{12}$.

Итак, уравнения (3) вместе с (5) устанавливают некоторое взаимное соответствие, сопоставляющее данным многоконтурным сферическим и пространственным механизмам плоский многоконтурный аналог и наоборот. Исключения составляют те механизмы, для которых уравнения (3) и (5) не имеют действительного решения.

Описанное свойство кинематической аналогии можно эффективно применять в кинематическом анализе и синтезе сферических и пространственных многозвездных механизмов.

При синтезе сферического шестизвездника (рис. а) с приближенным выстоем выходного звена в крайнем положении входными параметрами являются продолжительность выстоя, угол размаха выходного звена и точность выстоя. Процедура синтеза осуществляется в следующем порядке.

1. Задавая значения свободных параметров $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2, \delta_2$, по формулам (3) при $\xi_2 = 1$ определяем параметры a_2, b_2, c_2, d_2 второго составляющего четырехзвенника плоского моделирующего шестизвездника (рис. б) и коэффициент ξ_2 .

2. По заданной величине угла размаха и точности выстоя с помощью (4) определяются положения выходного звена плоского моделирующего шестизвездника.

3. По справочным картам из [3] определяются остальные параметры $a_1, b_1, c_1, \lambda_{12}$ плоского моделирующего шестизвездника.

4. Из условия обеспечения заданной продолжительности выстоя входного звена сферического шестизвездника определяется коэффициент ξ_1 , а по формулам (5) — параметры $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1$ сферического аналога первого составляющего четырехзвенника при полученном значении коэффициента ξ_1 и предположении $\eta_1 = 1$, причем, угол компоновки $\lambda'_{12} = \lambda_{12}$.

Рассмотрим теперь синтез сферического шестизвездника с углом качания выходного коромысла, равным 180° , и приближенным выстоем последнего в одном из крайних положений. Механизм состоит из двух последовательно-соединенных четырехзвенников — кривошипно-коромыс-

лового и двухкоромыслового. Синтез проводится в 2 этапа. На первом этапе посредством синтеза плоского моделирующего четырехзвенника проектируется второй составляющий четырехзвенник, преобразующий малое качание промежуточного коромысла в угол качания выходного звена, равный 180° , с приближенным выстоем в одном из крайних положений. Параметры сферического аналога $a_2, \beta_2, \gamma_2, \delta_2$ находим по формулам (5) при $\gamma_2 = 1$ и произвольном δ_2 .

На втором этапе определяем параметры первого составляющего плоского моделирующего четырехзвенника a_1, b_1, c_1 и угол компоновки λ_{12} . По заданной продолжительности выстоя входного звена сферического шестизвенника находим коэффициент ξ_1 и по формулам (5) при $\gamma_1 = 1$ и известном ξ_1 вычисляем параметры $a_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1$ сферического аналога первого четырехзвенника, причем, угол компоновки $\lambda_{12} = \lambda_{13}$.

ՀԻՅ. Կ. ՍԻՐԿԻՍԻԱՆ, Ա. Գ. ԿԱՍՏԱՆԻ

ՀԱՐՔ ԵՎ ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ԲԱԶՄԱԿՈՆՏՈՐ ԳՆԵԱՆԵԶԻԳՆԵՐԻ ՎԵՐՋԱՎՈՐ ՏԵԿՍՓՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՆԳԱՆՈՐԻՆԱԿՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ս մ ֆ ի ռ ֆ ի ռ ի մ

Հարթ և տարածական քառոդակ մեխանիզմների կրկնմատիկական նմանօրինակության հայտնի հատկությունը զարգացվում է տարածվում քառոդակ մեխանիզմների հաջորդական միացումով ստացվող բազմօդակ մեխանիզմների վրա: Յուրյ են տրված կրկնմատիկական նմանօրինակության նշված հատկության կիրառությունները գնդաձև և տարածական բազմակոնտուր մեխանիզմների անալիզում և սինթեզում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Дикенберг Ф. М. Об аналогии конечных перемещений пространственного и плоского четырехзвенника. — Изв. АН СССР, ОТН, 1949, № 2, с. 181—185.
2. Сиркисян Ю. Л., Харатян А. Г. Метод плоского моделирования в кинематике пространственных механизмов. — Машиноведение, 1983, № 5, с. 39—44.
3. Пейсах Э. Е. Справочные карты по синтезу шарнирного шестизвенника. — Механика машин, 1974, вып. 44, с. 125—139.