ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXVII, № 2, 1984 Серия технических наук

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

С. С. ЗАХАРЬЯН

МЕТОД ДВУХУРОВНЕВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ МНОГОСТАДИЙНЫХ СИСТЕМ

Наряду с развитием новых методов оптимизации, таких, как субоптимальное управление, аппроксимация траектории управления или критерия эффективности [1, 2], введение псевдосвязывающих переменных [3], ускорение сходимости итерационных процессов [4], нельзя забывать о дальнейшем развитии такого простого метода, как динамическое программирование. В отличие от известных его модификаций [5] — методов полиномиальной аппроксимации и приращений вектора состояний, предлагаемый метод основан на преобразовании исходной системы путем перехода к новым обобщенным переменным, решению оптимизационной задачи на этом скалярном уровне и обратному переходу к пространству исходных переменных.

Рассмотрим задачу минимизации критерия многостадийного процесса

$$Q = \sum_{i=1}^{N} Q^i (\vec{X}^{i-1}, \vec{U}^i), \tag{1}$$

где каждая стадия описывается зависимостью

$$\vec{X}^i = F^i (\vec{X}^{i-1}, \vec{U}^i). \tag{2}$$

Известны ограничения на векторы состояния и управления:

$$\vec{X}^i_{min} < \vec{X}^i < \vec{X}^i_{max}; \qquad \vec{U}^i_{min} < \vec{U}^i < \vec{U}^i_{max}. \tag{3}$$

$\vec{X}^i$ и $\vec{U}^i$ являются векторами-столбцами размерности, соответственно, n и m, а конечное значение вектора $\vec{X}^N$ задано.

Применим для решения этой задачи метод уплотнения [6]. Для этого к исходной системе надо добавить уплотняющую систему, осуществляющую то же самое преобразование (2), но относительно новых переменных — векторов-строк $\vec{W}^i$ размерности $1 \times n$ и в направлении, обратном исходному, как показано на рисунке.

Если исходный процесс является сепарабельным, т. е. представляет собой некоторую комбинацию двух функций:

$$\vec{X}^i = \{ f^i(\vec{X}^{i-1}),\ \varphi^i(\vec{U}^i) \}, \tag{4}$$

то, используя основные положения теории уплотнения [6], можно доказать, что уплотняющий процесс состоит из двух подпроцессов:

$$\vec{W}^{i-1} = f^i(\vec{W}^i); \tag{5}$$

$$\vec{w}^i = \varphi^i(\vec{W}^i), \tag{6}$$

где $\vec{w}^i$ — вспомогательный вектор-строка размерности $1 \times m$.

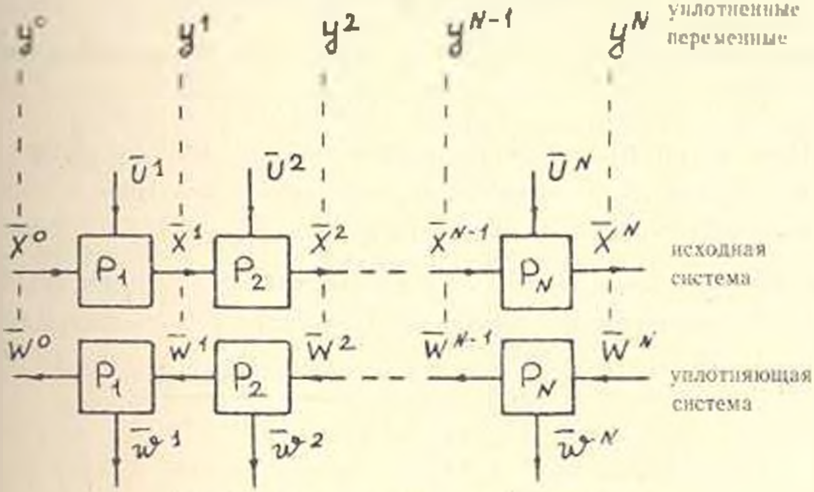

Рис. Блок-схема двухуровневой системы

В рассмотрение вводятся уплотненные переменные, представляющие собой скалярные произведения:

$$y^{i-1} = \vec{W}^{i-1}\vec{X}^{i-1}; \qquad y^i = \vec{W}^i\vec{X}^i. \tag{7}$$

Зависимость между уплотненными переменными можно записать в виде:

$$y^i = y^{i-1} + \delta^i, \tag{8}$$

где скалярная величина разбаланса δ^i определяется как:

$$\delta^i(\vec{X}^{i-1},\ \vec{U}^i) = \vec{W}^i F^i(\vec{X}^{i-1},\ \vec{U}^i) - f(\vec{W}^i)\vec{X}^{i-1}. \tag{9}$$

Большой выигрыш в вычислительной процедуре обусловлен тем, что при таком двухуровневом подходе к задаче динамического программирования в место перебора всех допустимых значений вектора состояния на каждой стадии, на верхнем уровне необходимо перебирать все допустимые значения уплотненных переменных — скаляров δ^i и δ^{i-1}. Количественные оценки сравнения методов показывают, что объем вычислений на переходы между уровнями составляет всего k^{2-n} 100% от объема процедуры обычного динамического программирования, что делает предлагаемый метод более эффективным (k — число дискретных значений переменной δ^i, n — размерность вектора состояния).

Описание алгоритма двухуровневой оптимизации начнем с описания перехода к уплотненным переменным. Значения вектора $\vec{W}^N$ для последней N-ой стадии задаются произвольно и по ним, согласно (5), вычисляются все остальные значения $\vec{W}^{N-1}, \ldots, \vec{W}^0$. Поскольку по условию задачи величина $\vec{X}^N$ задана, из выражения

$$\delta^N(\vec{X}^N) = \vec{W}^N \vec{X}^{N-1} - \vec{W}^{N-1} \vec{X}^{N-2} \tag{10}$$

с учетом ограничений (3) определяется область допустимых значений

$$\delta^N_{\min} \leqslant \delta^N \leqslant \delta^N_{\max}. \tag{11}$$

Далее рассмотрим процесс, состоящий из одной последней N-ой стадии. Обследуем с шагом Δc все возможные значения δ^N из допустимой области и для каждого из них $\delta^N = f(1) = c$ определим подмножества значений $\vec{X}^{N-1}$, удовлетворяющих условиям (2), (10) и $\min Q^N(\delta^N)$. Для каждого значения $Q(1) = \min Q^N$ запоминаем табл. 1.

Таблица 1

$f(1)$	$Q(1)$	$\vec{X}^{N-1}$	$\vec{U}^N$

Аналогичным образом, переходя к процессу, состоящему из двух стадий — N и $N-1$, обследуем все возможные комбинации δ^{N-1} и $\delta^N = f(1)$, удовлетворяющие фиксированному значению $f(2) = \delta^{N-1} + f(1)$, взятому из табл. 1. Результаты, соответствующие $Q(2) = \min [Q^{N-1} + Q(1)]$, запоминаем в табл. 2.

Таблица 2

$f(1)$	$f(2)$	$Q(2)$	$\vec{X}^{N-2}$	$\vec{U}^{N-1}$

Продолжая выкладки до первой стадии, определяем искомую оптимальную стратегию.

Для иллюстрации описанного алгоритма двухуровневой оптимизации ниже приведен численный пример минимизации критерия:

$$Q = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{n} [(U_j^i)^2 - 2(x_j^i)^2].$$

Уравнение каждой стадии: $x_j^i = (x_j^{i-1})^2 + U_j^i$, а исходные данные: $-2 \leqslant x_j^i \leqslant 1{,}6$, $\overline{X}^3 = |1\ 1\ 1|$; $-1 \leqslant U_j^i \leqslant 1$, $i, j = 1, 2, 3$, $N = n = 3$. Выберем некоторое произвольное значение $\vec{W}^3 = |1\ 1\ 1|$ и рассчитаем:

$$\vec{W}^2 = \vec{W}^1 = |1\ 1\ 1|; \quad \partial^3 = 3 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2),$$

откуда находим допустимую область:

$$-1{,}8 \leqslant \partial^3 \leqslant 9; \quad -15{,}6 \leqslant \partial^2 \leqslant 23{,}4; \quad -357{,}6 \leqslant \partial^1 \leqslant 357{,}6.$$

Выберем шаг $\Delta c = 1{,}8$ и, начиная со значения $\partial^3 = f(1) = -1{,}8$, обследуем все возможные значения ∂^3. Результаты расчетов для каждой стадии сведены в табл. 3, откуда легко получить решение задачи для любого начального значения $\overline{X}^0$ из допустимой области (подчеркнутые в таблицах строки соответствуют начальным значениям $x_1^0 = -1$, $x_2^0 = 0.9$, $x_3^0 = -0{,}57$, при которых в результате оптимизации критерий принимает значение $Q = -23{,}28$).

Таблица 3

Стадия 3

M	$f(1)$	$f(2)$	x_1	x_2	x_3	U_1	U_2	U_3	Q
1	−1,8		1	1	0,4	0		0,84	−3,61
2	0		1	1	−0,5	0		0,75	−3,94
3	1,8		−1	1	0,6	0		0,64	−4,31
4	3,6	0	−0,3	1	−1	0,91	0	0	−3,35
5	5,4		0,8	−1	−1	0,36		0	−5,15
6	7,2		−0,1	−1	−1	0,99		0	−3,04
7	9		−1	−1	−1	0		0	−6

Стадия 2

M	$f(1)$	$f(2)$	x_1	x_2	x_3	U_1	U_2	U_3	Q
1	−15,6	−1,8			0,33			0,29	−7,74
2	−15,6	0			0,33			−0,61	−7,78
3	−7,8	−1,8	1	1	−0,65	0	0	−0,02	−8,46
4	−7,8	0			−0,65			−0,92	−7,93
5	−7,8	1,8	0	1	0,35	−1		0,48	−5,33
23	23,4	−1,8	−1	−1	−0,55	0	0	0,1	−8,21
24	23,4	0	−1	−1	−0,55	0		−0,8	−7,9

Стадия 1

M	$f(1)$	$f(2)$	x_1	x_2	x_3	U_1	U_2	U_3	Q
1	−357,6	−15,6	1	1	0,82		0	−0,34	−13
2	−268,2	−15,6	1	1	0,12	0	0	0,31	−11,71
18	89,4	−15,6	−1	1	−0,67		0	−0,13	−12,68
19	89,4	−7,8	−1	0,9	−0,57		0,19	−0,98	−11,74
20	89,4	0	0	−1	0,33	−1		0,27	−8,94
28	268,2	−7,8	−1	−1	−0,07	0	0	−0,66	−12,04
29	357,6	−15,6	−1	−1	−0,77	0		−0,27	−12,9

По сравнению с известными модификациями дискретного динамического программирования число поисковых задач сокращается от 128—303 до 60. Объем требуемой памяти при двухуровневой оптимизации сокращается в $k^{n-1} = 7$ раз, что делает метод обозримым и эффективным для систем с большой размерностью вектора состояния и позволяет «разместить» задачу на мини- или микроЭВМ.

ЕрПИ им. К. Маркса

17. III. 1983

Ս. Ս. ԶԱՔԱՐՅԱՆ

ԲԱԶՄԱՉԱՓ ԲԱԶՄԱՓՈՒԼԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԵՐԿՄԱԿԱՐԴԱԿԱՅԻՆ ՕՊՏԻՄԻԶԱՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվում է օպտիմիզացման մեթոդ, որը հիմնված է փոփոխականների խառացման տեսության և դինամիկ ծրագրավորման վրա։

Դինամիկ ծրագրավորման հայտնի վերափոխումների համեմատ, մեթոդը ունի հետևյալ առավելությունները՝ ալգորիթմի և սահմանափակումների հաշվարկման պարզություն, հիշողության և մշակվող ինֆորմացիայի ծավալի կրճատում, հաշվարկային գործողությունների զուգակցման հնարավորություն, որը ի վերջո բերում է հաշվարկման ժամանակի կրճատման։ Մեթոդի արդյունավետ կիրառման տիրույթը մեծ քանակի հաջորդաբար փուլեր և մեծ չափողականության վիճակի վեկտոր ունեցող պրոցեսներն են, որոնք բնորոշ են անընդհատ ցիկլային տեխնոլոգիական գծերի մեծամասնությանը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Cormack D. E., Luus R.* Suboptimal control of chemical-engineering systems. — The Canadian Jonrnal of Chem. Eng., 1972, v. 50, № 6, p. 390—398.
2. *Бараш М. М., Фридман В. Г.* Оценка качества субоптимальных алгоритмов управления объектами с неполной информацией.— Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1976, № 2, с. 23—29.
3. *Lefevre T., Richetin M.* Multilevel optimisstion methods for the separable problems and applications. — Int. J. System Sci., 1973, v. 4, p. 865—880.
4. *Singh M. G.* A new algorithm for the on-line multilevel control of large interconnected systems with fast dynamics. — Int. J. Control, 1975, v. 21, № 4, p. 587—597.
5. *Сейдж Э. П., Уайт Ч. С.* Оптимальное управление системами.— М.: Радио и связь, 1982.— 392 с.
6. *Захарьян С. С.* Метод сокращения размерности при исследовании многосвязных систем автоматического регулирования.— Изв. АН АрмССР (сер. ТН), 1980, т. XXXIII, № 4, с. 43—50.