

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Л. А. ГРИГОРЯН, Г. Н. МАРКАРОВ

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОГО ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В ЗАПОМНИАЮЩИХ УСТРОЙСТВАХ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ ДОМЕНАХ

Запоминающие устройства (ЗУ) на цилиндрических магнитных доменах (ЦМД) являются новым классом устройств памяти ЦВМ и призваны прежде всего заменить электромеханические внешние накопители информации большого объема [1]. Для обеспечения конкурентоспособности ЗУ на ЦМД наряду с увеличением информационной емкости необходимо сохранение на нынешнем уровне или даже улучшение их быстродействия. Однако увеличение емкости ЦМД-микросхем с целью обеспечения повышения емкости ЗУ на ЦМД при неизменной информационной структуре приводит к увеличению среднего времени поиска информации [1, 2].

Одним из эффективных структурно-алгоритмических методов уменьшения среднего времени поиска информации является динамическое перераспределение в ЗУ на ЦМД [2, 3]. Накопитель ЗУ на ЦМД представляет собой набор последовательно замкнутых сдвиговых регистров и поиск информации в нем производится последовательным сдвигом к первому адресу, через который производится считывание и запись информации при обращении. При этом идея динамического перераспределения информации в ЗУ на ЦМД состоит в том, что выбранный информационный блок переводится при каждом обращении в первый адрес, а остальные блоки, которые располагались ближе к первому адресу, последовательно удаляются на один адрес, как показано на рисунке [3]. Такое перераспределение информации в конечном счете приводит к тому, что информационные блоки, к которым чаще производится обращение, располагаются ближе к первому адресу. В этой связи динамическое перераспределение должно приводить к уменьшению среднего времени поиска информации. Однако в известных публикациях авторы ограничиваются описанием технического существа данного метода и элементов, позволяющих выполнять динамическое перераспределение информации в ЗУ на ЦМД, и некоторыми качественными суждениями по поводу эффективности [3, 4]. Вместе с тем остается открытым вопрос о количественной оценке степени повышения быстродействия ЗУ

на ЦМД за счет динамического перераспределения информации для обоснованного выбора сферы применения данного метода.

В этой связи целью данной статьи является вывод на основе вероятностного анализа аналитического выражения, определяющего среднее время поиска информации в ЗУ на ЦМД с динамическим перераспределением.

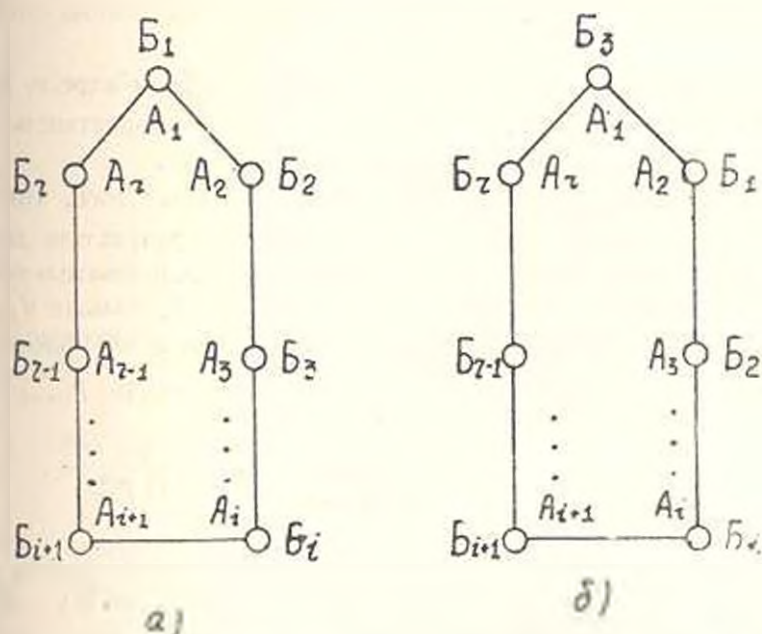


Рис. 1. Размещение информационных блоков ($B_1 + B_i$) по адресам ($A_1 - A_i$) накопительного регистра до (а) и после (б) обращения к блоку B_2 с динамическим перераспределением.

Среднее время поиска информации в ЗУ на ЦМД без перераспределения информации определяется как [5]

$$T_n = \sum_{i=1}^l p_i T_{ni}, \quad (1)$$

где p_i — вероятность обращения к i -му блоку; T_{ni} — время поиска i -го блока, которое в случае однонаправленного продвижения информации в хранения i -го блока в i -ом адресе равно:

$$T_{ni} = il, \quad (2)$$

l — емкость накопительного регистра; l — время сдвига информации между соседними адресами.

В случае динамического перераспределения величина T_n может быть определена как

$$T_n = \sum_{i=1}^l p_i d_i l, \quad (3)$$

где d_i — среднее расстояние i -го блока от первого адреса, которое при однонаправленном продвижении информации определяется:

$$d_i = \sum_{n=1}^r n p_{i(n)}, \quad (4)$$

$p_{i(n)}$ — вероятность размещения i -го блока в n -ом адресе;

$$p_{i(n)} = p_{i(1)} \cdot p_{i(1 \rightarrow n)}, \quad (5)$$

$p_{i(1)}$ — вероятность размещения i -го блока в первом адресе, равная вероятности обращения к i -му блоку p_i ; $p_{i(1 \rightarrow n)}$ — вероятность перехода i -го блока из первого адреса в n -й.

Вероятность $p_{i(1 \rightarrow n)}$ можно определить, исходя из того, что блок, находящийся в первом адресе, может перейти в результате динамического перераспределения в n -й адрес при последовательной выборке $n-1$ блоков, отличных от i -го и имеющих больше d_i , чем d_i при каждом обращении. Если в качестве таких $n-1$ блоков выступают блоки с номерами $i_1, i_2, \dots, i_{n-1}$, вероятность $p_{i(1 \rightarrow n)}$ определяется:

$$p_{i(1 \rightarrow n)}(i_1, i_2, \dots, i_{n-1}) = \sum_{i_1=1}^{r-1} \sum_{i_2=1}^{r-1} \dots \sum_{i_{n-1}=1}^{r-1} \prod_{k=1}^{n-1} p_{i_k}^k. \quad (6)$$

Полная вероятность перехода i -го блока из первого адреса в n -й равна сумме вероятностей, определяемых выражением (6) для всех упорядоченных $n-1$ блоков из $r-1$:

$$p_{i(1 \rightarrow n)} = p_{i(n-1 \rightarrow r-1)} = \sum_{i_1=1}^{r-n-1} \sum_{i_2=i_1+1}^{r-n-2} \dots \sum_{\substack{i_{n-1}=i_{n-2}+1 \\ i_{n-1} \neq i}}^r p_{i(n-1)}(i_1, i_2, \dots, i_{n-1}). \quad (7)$$

Очевидно, что вероятность того, что i -й блок занимает один из r адресов, равна единице. Иными словами:

$$\sum_{n=1}^r p_i p_{i(n-1)} = 1 \quad (8)$$

и, следовательно —

$$\sum_{n=1}^r p_{i(n-1)} = \sum_{n=1}^r p_{i(n-1 \rightarrow r-1)} = \frac{1}{p_i} = \frac{1}{1 - \sum_{j=1}^i p_j}. \quad (9)$$

Введем обозначение:

$$Q_{i(n-1 \rightarrow r-1)} = \sum_{i_1=1}^{r-n-1} \sum_{i_2=i_1+1}^{r-n-2} \dots \sum_{\substack{i_{n-1}=i_{n-2}+1 \\ i_{n-1} \neq i}}^r \frac{1}{1 - \sum_{j=1}^{r-1} p_j}. \quad (10)$$

Из выражения (9), с учетом (10) для произвольного r можно написать тождество:

$$\sum_{j=0}^r p_{i(n-j)r} = Q_{i(n)r}. \quad (11)$$

Для каждого упорядоченного набора n блоков из r можно написать тождество, аналогичное (11). Получим $l = C_r^n$ тождеств:

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^n p_{i(n-j)n} &= Q_{i(n)n}(i_1, i_2, \dots, i_n); \\ \sum_{j=0}^n p_{i(n-j)n} &= Q_{i(n)n}(i_1, i_2, \dots, i_n); \\ \sum_{j=0}^n p_{i(n-j)n} &= Q_{i(n)n}(i_1, i_2, \dots, i_n). \end{aligned} \quad (12)$$

Определим сумму величин $p_{i(n-1)n}$. По аналогии с (7) можно написать:

$$p_{i(n-1)n} = \sum_{i_1=1}^r \sum_{i_2=1}^{r-1} \dots \sum_{i_{n-1}=1}^{r-n+1} p_{i(1)n}(i_1, i_2, \dots, i_n). \quad (13)$$

При суммировании тождеств (12) каждое $p_{i(1)n}(i_1, i_2, \dots, i_{n-1})$ входит в несколько $p_{i(n-j)n}$, т. к. один и тот же набор из $n-1$ блоков можно получить из различных наборов по n блоков. Набор из $n-1$ блоков можно дополнить до набора из n блоков одним из оставшихся $r-n+1$ блоков. Следовательно, каждое $p_{i(n-1)n}(i_1, i_2, \dots, i_{n-1})$ входит в C_{r-n+1}^1 тождеств. Таким образом:

$$\sum_{i_1=1}^{r-n} \sum_{i_2=1}^{r-n+1} \dots \sum_{\substack{i_n=1 \\ i_n \neq i}}^r p_{i(n-1)n} = C_{r-n+1}^1 p_{i(n-1)n}. \quad (14)$$

Аналогично можно показать, что

$$\sum_{i_1=1}^{r-n} \sum_{i_2=1}^{r-n+1} \dots \sum_{\substack{i_n=1 \\ i_n \neq i}}^r p_{i(n-j)n} = C_{r-n+j}^j p_{i(n-j)n}. \quad (15)$$

Согласно обозначению (10):

$$\sum_{i_1=1}^{r-n} \sum_{i_2=1}^{r-n+1} \dots \sum_{\substack{i_n=1 \\ i_n \neq i}}^r Q_{i(n)n}(i_1, i_2, \dots, i_n) = Q_{i(n)n}. \quad (16)$$

Окончательно, суммируя тождества (12), получим:

$$\sum_{j=0}^n p_{i(n-j)r} \cdot C_{r-n+j}^j = Q_{i(n)r}. \quad (17)$$

Из выражения (4) и (5), с учетом (7) среднее расстояние можно определить как

$$\begin{aligned} d_i &= p_i \sum_{n=0}^r n p_{i(r-n-1)r-1} = p_i \sum_{n=0}^r (r-n) p_{i(r-n-1)r-1} = \\ &= p_i \left(r \sum_{n=0}^{r-1} p_{i(r-n-1)r-1} - \sum_{n=0}^{r-1} n p_{i(r-n-1)r-1} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Как видно из выражения (11):

$$\sum_{n=0}^{r-1} p_{i(r-n-1)r-1} = Q_{i(r-1)r-1}, \quad (19)$$

а согласно (17):

$$\sum_{n=0}^{r-1} n p_{i(r-n-1)r-1} = Q_{i(r-2)r-1}. \quad (20)$$

Совместно решая (19) — (21), получим:

$$d_i = p_{i(r-1)r-1} - Q_{i(r-2)r-1}. \quad (21)$$

Определив $Q_{i(r-1)r-1}$ и $Q_{i(r-2)r-1}$ из (10) и подставив в (21), получим:

$$d_i = p_i \left[\frac{r}{p_i} - \sum_{j=1}^r \left(\sum_{l=1}^{l-1} \frac{1}{E_l + p_j} \right) \right].$$

Совместно решая (3) и (22), получим выражение для среднего времени поиска информации в виде

$$\begin{aligned} T_{\text{в}} &= \left[r \sum_{i=1}^r p_i - \sum_{i=1}^r p_i^2 \sum_{j=1}^r \left(\sum_{l=1}^{l-1} \frac{1}{p_l + p_j} + \sum_{j=i+1}^r \frac{1}{p_l + p_j} \right) \right] t = \\ &= \left[r - \sum_{i=1}^r p_i^2 \left(\sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{p_i + p_j} + \sum_{j=i+1}^r \frac{1}{p_i + p_j} \right) \right] t. \end{aligned} \quad (23)$$

Раскрыв суммы в полученном выражении, можно заметить, что выражения типа $\frac{1}{p_i + p_j}$ для произвольных $i \neq j$ встречаются дважды с числителями p_i^2 и p_j^2 , следовательно:

$$\begin{aligned} T_{\text{в}} &= \left(r - \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \frac{p_i^2 + p_j^2}{p_i + p_j} \right) t = \left[r - \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \frac{(p_i + p_j)^2 - 2p_i p_j}{p_i + p_j} \right] t = \\ &= \left[r - \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r (p_i + p_j) + \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \frac{2p_i p_j}{p_i + p_j} \right] t. \end{aligned} \quad (24)$$

При суммировании в выражении $\sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r (p_i + p_j)$ каждое p_i (для $0 < i < r$) встречается $r-1$ раз. С учетом этого, среднее время

поиска при динамическом перераспределении информации в накопителе на ЦМД с однонаправленным продвижением получим в виде:

$$T_n = \left[r - (r-1) + 2 \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \frac{p_i p_j}{p_i + p_j} \right] t = \left(1 + 2 \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r \frac{p_i p_j}{p_i + p_j} \right) t. \quad (25)$$

Для оценки эффективности динамического перераспределения необходимо сравнить значение T_n , полученное из (25), со значением, полученным из (1) с учетом (2). Заметим, что в случае произвольного размещения информации вероятность размещения i -го блока в j -ом адресе равна $1/r$. Таким образом, из (1) и (2) можно получить:

$$T_n = \sum_{i=1}^r p_i \frac{j}{r} t = \sum_{i=1}^r p_i \cdot \frac{r(r+1)}{2r} \cdot t = \frac{r+1}{2} t. \quad (26)$$

Кроме того, для оценки эффективности динамического перераспределения необходимо задаться и распределением вероятностей обращения к блокам. Как показывают расчеты, при линейно-убывающем распределении вероятностей, которое определяется выражением [5]

$$p_i = \frac{2(r+1-i)}{r(r+1)}, \quad (27)$$

среднее время поиска информации с динамическим перераспределением (выражение (25)) на 10% меньше, чем при произвольном размещении информации (выражение (26)). Отметим, что при данном распределении вероятностей обращения даже оптимальное размещение информации уменьшает среднее время поиска менее, чем на 50% [5]. В случае бинарного распределения вероятностей обращения, которое определяется выражениями [5]

$$p_i = 2^{-i} \quad \text{при} \quad 1 \leq i \leq r-1, \quad p_r = 2^{r-1}, \quad (28)$$

среднее время поиска при динамическом перераспределении не превышает $3t$ и практически не зависит от емкости накопительного регистра. Аналогичное наблюдается и при данном распределении в случае оптимального размещения (среднее время поиска не превышает $2t$) [5].

Таким образом, эффективность динамического перераспределения информации, как и оптимального размещения [5], возрастает по мере увеличения градиента распределения вероятностей обращения в области малых значений аргумента.

**ԳԼԱՆԱՅԻՆ, ՄԱԳՆԵՍԱԿԱՆ ԴՈՄԵՆՆԵՐՈՎ ԷԽՇՈՂ ՀԱՄԱՍԱՐՔԵՐՈՒՄ
ԻՆՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ԳԻՆԱՄԻՆ ՎԵՐԱԴԱՍԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒՄԸ**

Ա. մ փ ո փ ո ռ ի մ

Հաժախական վերլուծման հիման վրա ստացվել է անալիտիկ արտահայտություն, որը որոշում է դինամիկ վերադասավորումով գլանային մագնիսական դոմենների վրա հիշող սարքերի ինֆորմացիայի փնտրման միջին ժամանակը: Բերվում է ստացված արտահայտությամբ ինֆորմացիայի փնտրման միջին ժամանակի կրճատման չափանիշով դինամիկ վերադասավորման էֆեկտիվության գնահատման սրինակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Маркоров Г. И., Раев В. К., Козлова Н. Л. ЗУ на ИМД — уровень промышленного освоения. В кн.: Радиоэлектроника в 1981 году. Тетра II. М., НИИЭОМ, 1981, с. 66—88.
2. Маркоров Г. И. Алгоритмические и аппаратные способы уменьшения среднего времени поиска информации в ЗУ на ИМД. — В кн.: Цилиндрические магнитные домены: физические свойства и техническое применение. М., 1981, с. 39.
3. Bonyhard P. I., Nelson T. J. Dynamic Data Reallocation. In Bubble Memories, The Bell System Technical Journal, v. 52, № 3, 1973, p. 307—317.
4. Chag H. Memory Technology, Magnetic—Bubble. — In: Encyclopedia of Computer Science and Technology v. 10, New York—Basel, 1976, p. 273—384.
5. Маркоров Г. И. К вопросу об уменьшении среднего времени поиска информации в ЗУ на ИМД. В кн.: Запоминающие и логические устройства на цилиндрических магнитных доменах. Труды НИИЭОМ, вып. 88, М., 1981, с. 35—50.