

## МАШИНОСТРОЕНИЕ

М. В. КАСЬЯН, П. М. ЕСАЯН

К ВОПРОСУ О КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ  
СУППОРТНОЙ ГРУППЫ ТОКАРНОГО СТАНКА

В [1] рассматривалась задача об аперiodической неустойчивости суппортной группы токарного станка с ЧПУ, выражающейся нарастающим отклонением режущего инструмента в тело обрабатываемой заготовки и сопровождающейся снижением качества и производительности обработки. Не менее существенным является вопрос о периодической-колебательной неустойчивости суппортной группы, при которой амплитуда собственных колебаний данной подсистемы не убывает с течением времени, а, наоборот, может получить развитие, приводя ее к неустойчивости. Целью анализа динамики подсистемы суппорта в настоящей статье является определение и прогнозирование условий возникновения в ней периодической неустойчивости в зависимости от пространственной ориентации результирующей силы резания, что весьма существенно для различных компоновок станков с ЧПУ.

В анализе приняты следующие допущения. Подсистема заготовки имеет устойчивое движение, обладает значительной жесткостью, колебательный процесс характеризуется перемещениями режущего инструмента по двум обобщенным координатам  $\zeta$  и  $\nu$ , соответствующим главным осям жесткости [2]. Центр жесткости совпадает с центром тяжести суппорта, что исключает инерционную связь, при наличии которой наряду с линейными перемещениями могут иметь место повороты подсистемы суппорта относительно центра жесткости.

Упрощенная расчетная схема упругой системы (УС) суппорта согласно [2] представлена на рис. 1.

Движение данной подсистемы описывается уравнениями:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{\zeta} + h_1 \dot{\zeta} + C_1 \zeta = P \cdot \cos \beta; \\ m_2 \ddot{\nu} + h_2 \dot{\nu} + C_2 \nu = P \cdot \sin \beta, \end{cases} \quad (1)$$

где  $m_1$ ,  $m_2$  — приведенные массы подсистемы суппорта;  $h_1$ ,  $h_2$  — коэффициенты сил сопротивления;  $C_1$ ,  $C_2$  — главные жесткости системы ( $C_1 = C_{max}$ ,  $C_2 = C_{min}$ );  $P$  — действующая сила;  $\beta$  — угол между направлением оси максимальной жесткости и силой.

Уравнения (1) могут быть приведены к виду:

$$\begin{cases} (T_1^2 p^2 + T_2 p + 1) \zeta = \frac{P}{C_2} \cos \beta; \\ (T_1^2 p^2 + T_2 p + 1) v = \frac{P}{C_2} \sin \beta, \end{cases} \quad (2)$$

где  $T_1, T_1'$  — соответствующие инерционные постоянные времени,  $c$ ;  $T_2, T_2'$  — постоянные времени демпфирования,  $c$ ;  $p$  — оператор Лапласа.

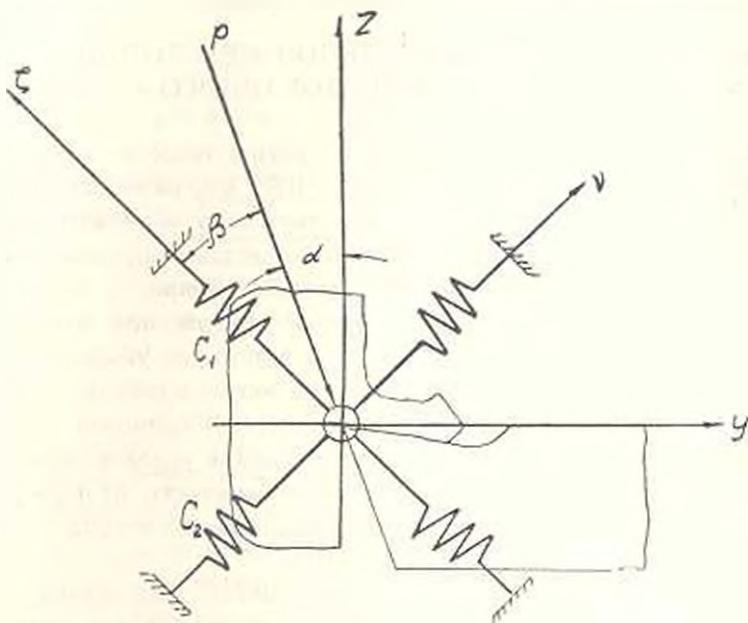


Рис. 1. Расчетная схема УС суппорта.

Динамической характеристикой подсистемы суппорта, как отношение выходной координаты (смещение) к входной (сила), будет:

$$W_{\zeta c} = \frac{\cos(\alpha + \beta) \sin \beta}{C_2 (T_1^2 p^2 + T_2 p + 1)} - \frac{\sin(\alpha + \beta) \cos \beta}{C_1 (T_1^2 p^2 + T_2 p + 1)}. \quad (3)$$

Условие устойчивости рассматриваемой подсистемы по критерию Рауса-Гурвица представляется в виде [2]:

$$(C_1 - C_2)^2 + 2K_p(C_1 - C_2) |\cos \beta \sin(\alpha + \beta) + \sin \beta \cos(\alpha + \beta)| + K_p^2 [\cos \beta \sin(\alpha + \beta) - \sin \beta \cos(\alpha + \beta)]^2 \geq 0, \quad (4)$$

где  $K_p = K_{y2} \cdot b$  — коэффициент резания;  $K_{y2}$  — удельная сила резания;  $b$  — ширина среза;  $\alpha$  — угол между результирующей силой резания и ее вертикальной составляющей.

Введенная в (4) величина  $K_p$  отражает учет характеристики резания. Представим (4) в виде приведенного квадратного уравнения:

$$K_p^2 + 2K_p \frac{(A+B)(C_1 - C_2)}{(A-B)^2} + \frac{(C_1 - C_2)^2}{(A-B)^2} = 0,$$

где

$$A = \cos \beta \cdot \sin(\alpha + \beta); \quad B = \sin \beta \cdot \cos(\alpha + \beta).$$

Его решением, выраженным через предельную ширину среза, будет:

$$b_{np} = \frac{C_2 - C_1}{K_{ya} \cdot \sin^2 \alpha} \left[ \cos \beta \sin(\alpha + \beta) + \sin \beta \cos(\alpha + \beta) + \right. \\ \left. + 2 \sqrt{\cos \beta \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin \beta \cos(\alpha + \beta)} \right]. \quad (5)$$

Условие периодической устойчивости может быть дано также связью между отношением  $\frac{C_1}{C_2}$  и направлением результирующей силы резания:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\cos \beta \sin(\alpha + \beta) + \sin \beta \cos(\alpha + \beta) + 2 \sqrt{\cos \beta \sin(\alpha + \beta) \sin \beta \cos(\alpha + \beta)}}{\sin^2 \alpha + \cos \beta \sin(\alpha + \beta) + \sin \beta \cos(\alpha + \beta) + 2 \sqrt{\cos \beta \sin(\alpha + \beta) \sin \beta \cos(\alpha + \beta)}}. \quad (6)$$

Зависимость (6) решена на ЭВМ „Напри-2“ при изменении угла  $\beta$  в пределах до  $360^\circ$  с интервалом до  $15^\circ$ . Для каждого значения угла  $\beta$  величина  $\frac{C_1}{C_2}$  определялась при изменении  $\alpha$  от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  через каждые  $15^\circ$ . Полученные зависимости показаны на рис. 2. Здесь же обозначены области, в которых УС суппорта в зависимости от отношения  $\frac{C_1}{C_2}$  в периодической трактовке устойчива или неустойчива.

Анализ показывает, что при изменении угла  $\alpha$  в различных диапазонах в зависимости от угла  $\beta$  отношение  $\frac{C_1}{C_2}$  изменяется в широких пределах, принимая положительные и отрицательные значения. Как видно (рис. 2а), при угле  $\alpha = 0^\circ$   $\frac{C_1}{C_2} > 0$  при всех значениях  $\beta$ . В этом случае система устойчива при  $\frac{C_1}{C_2} \leq 1$  при любом  $\beta$ , за исключением значений этого угла в  $150^\circ$ ,  $285^\circ$ ,  $330^\circ$  и  $360^\circ$ .

При увеличении угла  $\alpha$  до  $75^\circ$  данная закономерность резко нарушается. На рис. 2а четко выделяются области, в которых при различных значениях  $\alpha$  и  $\beta$  УС суппорта устойчива или неустойчива. Наибольшей устойчивостью в этом случае УС суппорта обладает при  $\alpha = 15^\circ$  и  $30^\circ$  в диапазоне изменения угла  $\beta = 135^\circ \dots 195^\circ$  и  $255^\circ \dots 300^\circ$ .

Подобный анализ может быть выполнен и для других диапазонов изменения  $\alpha$ . Расчеты показали, что в интервале  $\alpha = 100^\circ \dots 180^\circ$  при

$\alpha = 180^\circ$  и  $\beta = 90^\circ \dots 180^\circ, 270^\circ \dots 360^\circ, \frac{C_1}{C_2} > 0$ , и система устойчива почти для всех  $\alpha$ . Наибольшей устойчивостью подсистема суппорта обладает при значениях  $\alpha = 135^\circ, 150^\circ$  и  $165^\circ$  в диапазоне изменения  $\beta = 75^\circ \dots 150^\circ, 180^\circ \dots 210^\circ$  и  $255^\circ \dots 300^\circ$ . Для значений угла  $\alpha = 195^\circ \dots 270^\circ$  и при  $\beta = 105^\circ \dots 165^\circ, 285^\circ \dots 345^\circ \frac{C_1}{C_2} > 0$ , и система устойчива при  $\frac{C_1}{C_2} < 1$ . В диапазонах  $\beta = 45^\circ \dots 105^\circ, 105^\circ \dots 210^\circ$  и  $240^\circ \dots 285^\circ$  закономерность изменения  $\frac{C_1}{C_2}$  отличается — здесь обозначаются области наибольшей устойчивости при  $\alpha = 195^\circ$  и  $210^\circ$ . При  $\alpha = 270^\circ$  независимо от значений угла  $\beta$  отношение  $\frac{C_1}{C_2} = 0$ , и система полностью неустойчива.

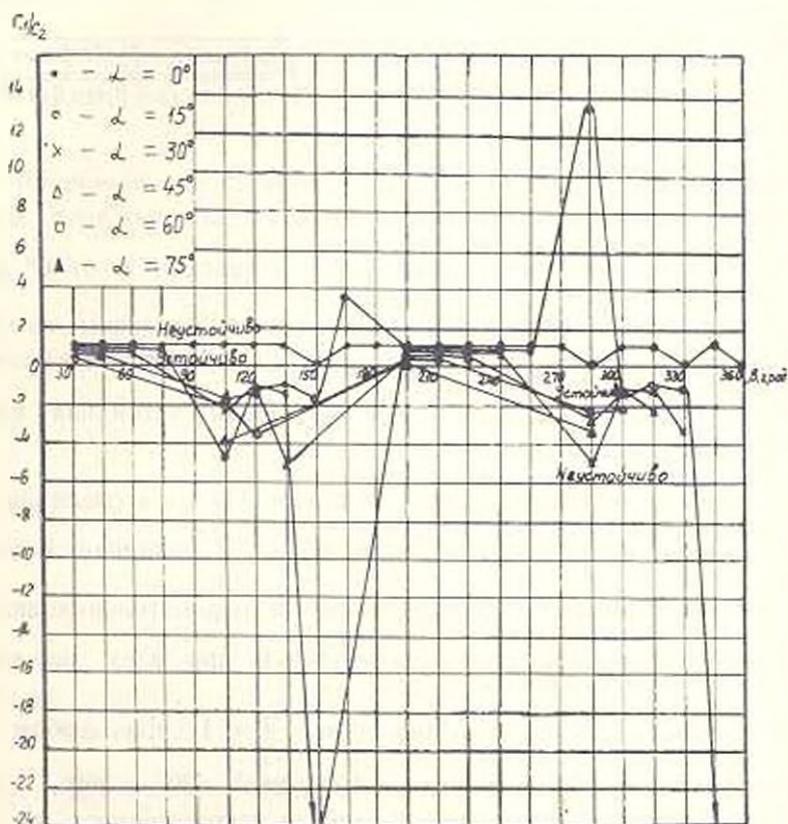


Рис. 2а. Закономерности изменения отношения максимальной жесткости УС суппорта к минимальной в зависимости от направления действия силы резания: при значениях угла  $\alpha = 0 \dots 75^\circ$ .

На диаграмме (рис. 2б) приведены закономерности изменения  $\frac{C_1}{C_2}$  в области  $\beta = 0^\circ \dots 360^\circ$  при  $\alpha = 280^\circ \dots 360^\circ$ . В этом случае при

$\beta = 30^\circ \dots 90^\circ$  и  $210^\circ \dots 270^\circ$  отношение  $\frac{C_1}{C_2} > 0$  почти для всех  $\alpha$ , и при  $\frac{C_1}{C_2} = 1$  система устойчива, а наибольшим запасом устойчивости СУ суппорта обладает в диапазонах  $\beta = 90^\circ \dots 150^\circ$ ,  $165^\circ \dots 210^\circ$  и  $285^\circ \dots 315^\circ$  для  $\alpha = 330^\circ$ ,  $345^\circ$  и  $360^\circ$ .

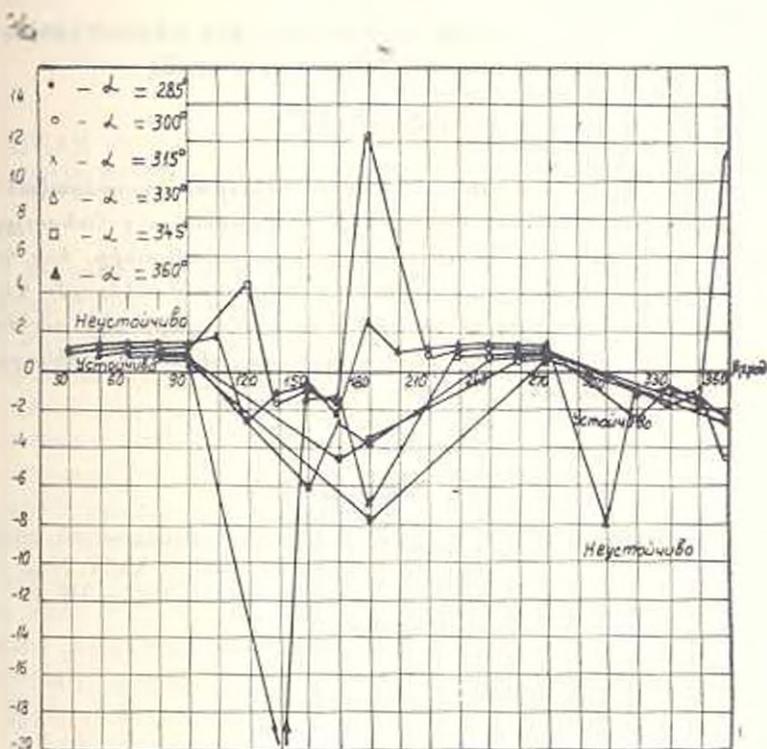


Рис. 26. Закономерности изменения отношения максимальной жесткости УС суппорта к минимальной в зависимости от направления действия силы резания: при значениях угла  $\alpha = 280 \dots 360^\circ$ .

### Выводы

1. Отношение максимальной жесткости УС суппорта к минимальной  $\left(\frac{C_1}{C_2}\right)$ , принимаемое в качестве оценочного показателя периодической устойчивости, имеет положительные и отрицательные значения и изменяется в широких пределах.

2. Установлены значения отношения  $\frac{C_1}{C_2}$ , при которых УС суппорта устойчива при тех или иных значениях углов между результирующей силой резания, ее тангенциальной составляющей и результирующей си-

лош резания и осью максимальной жесткости с обозначением диапазонов углов, в которых обнаруживается наибольший запас устойчивости.

Մ. Վ. ԿԱՍՅԱՆ, Պ. Մ. ՆՍՅԱՆ

ԽՍՌԱՏԱՅԻՆ ՀԱՍՏՈՑԻ ՍՈՒՊՈՐՏԱՅԻՆ ԽՄԲԻ ՏԱՏԱՆՈՂԱԿԱՆ  
ԱՆԿԱՅՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՐՑԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա մ փ ո փ ո ռ մ

Վերլուծվում է խառատային հաստոցի սուպորտի առաձգական համակարգի պարբերական կայունության ինդիքը\* կախված այդ հանդույցի առաջնային և նվազագույն կոշտությունների հարաբերությունից, երբ համազոր կարման ուժի սղղությունը փոփոխվում է լայն սահմաններում: Վերլուծության հիման վրա հաստատված են նշված պարամետրերի այն սահմանները, որտեղ սուպորտի առաձգական համակարգը պարբերական մեկնարանմամբ կայուն է կամ ոչ կայուն:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Есаян П. М. Теоретические основания к определению аperiodической устойчивости токарного станка.— Изв. АН АрмССР (сер. ТП), 1982, т. XXXV, № 2, с. 9—13.
2. Кудинов В. А. Динамика станков — М: Машиностроение, 1967.— 359 с.