

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. Г. МЕЛИК-ЕЛЧЯН

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПОДОБИЯ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ
 НАГРУЗКАХ

Теоретическое исследование распространения воли напряжений в твердых телах наталкивается на большие трудности математического характера. Решения, получаемые математически, имеют трудно применимый на практике вид и не позволяют с необходимой точностью количественно и качественно описывать различные волны, возникающие в сложных средах. Для выяснения законов распространения воли напряжений используют экспериментальные методы: в частности, метод фотоупругости, позволяющий на моделях маленьких размеров из тонких пластин визуально наблюдать волновые поля и описывать различные волны, возникающие на границах раздела сред.

На основании теории подобия и размерности можно получить условия, необходимые для моделирования процессов, происходящих в натуральных конструкциях. Определение условий подобия из общих физических законов, которым подчиняется исследуемое явление, позволяет при моделировании частных задач обходиться без составления уравнений, описывающих частное явление и строить модели по правилам теории подобия.

В методе динамической фотоупругости при моделировании натурной среды и построении модели прежде всего выбирают материал модели.

Анализируя критерии подобия, получаем равенство отношений скоростей продольных воли к скоростям поперечных воли в натуре и модели [1]:

$$\left(\frac{c_p}{c_s}\right)_н = \left(\frac{c_p}{c_s}\right)_м \quad (1)$$

Этот критерий подобия указывает на необходимость соблюдения равенства коэффициентов Пуассона ν для натурной и модельной сред:

$$\nu_н = \nu_м \quad (2)$$

Зависимость (2) справедлива в случае, если натурная и модельная среды находятся в одинаковых условиях напряженного состояния. Одна-

ко при исследованиях методом динамической фотоупругости трехмерная среда в условиях плоской деформации обычно моделируется на плоских моделях, находящихся в условиях плоского напряженного состояния.

Тогда выполнение равенства (1) приведет к условию

$$\nu_m = \frac{\nu_n}{1 + \nu_n} \quad (3)$$

При этом модули упругости материалов натуре и модели должны быть связаны соотношением

$$E_n = \frac{E_m (1 - \nu_m^2) c_{pm}^2 \cdot \rho_n}{c_{pm}^2 - \nu_m} \quad (4)$$

а с другой стороны для модуля упругости E согласно [2] имеем:

$$E_m = \frac{\beta}{\gamma} E_n \quad (5)$$

В том случае, когда невозможно подобрать материал модели с коэффициентом Пуассона, точно соответствующим условиям (2) и (3) при переходе от модельных данных к напряжениям в натуре вне зоны интерференции волн, следует вводить соответствующие корректирующие множители [1], которые зависят от соотношения коэффициентов Пуассона натуре и модели.

Если разрушающее напряжение для материала оригинала — R_n , то для материала модели должно иметь место:

$$R_m = \beta R_n \quad (6)$$

Когда источник возмущения и импульс, распространяющийся в среде, полностью замоделированы, переход от напряжений в модели к напряжениям в натуре осуществляется согласно зависимости [1]:

$$\sigma_m = \frac{\rho_n \cdot c_{pm}^2}{\rho_m \cdot c_{pm}^2} \cdot \sigma_n \quad (7)$$

Так как R_n и R_m являются конечными точками напряжений σ_n и σ_m , связанных соотношением $\sigma_m = \frac{\beta}{\gamma} \cdot \sigma_n$, то согласно (7) имеем:

$$\beta = \frac{\rho_m \cdot c_{pm}^2}{\rho_n \cdot c_{pn}^2} \quad (8)$$

Согласно (4) и (5) получим:

$$\frac{\beta}{\gamma} = \frac{c_{pm}^2 \cdot \rho_m}{c_{pn}^2 \cdot \rho_n (1 - \nu_m^2)} \quad (9)$$

откуда, с учетом (8):

$$\gamma = 1 - \nu_m^2 \quad (10)$$

Из основной теоремы подобия имеем для смещений следующее соотношение:

$$u_M = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot u_0, \quad (11)$$

отсюда, подставляя (10), получим:

$$u_M = \frac{u_0}{\alpha(1 - \nu_M^2)}. \quad (12)$$

При разделении напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$ в слоистых моделях на основании картин полос в режиме «лупы времени» было установлено [3], что форма продольной волны за экраном меняется незначительно по сравнению с однородной средой, и соотношения σ_1 и σ_2 за экраном принимаются такими же, как в однородной пластинке на тех же расстояниях, т. е.

$$\left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_r} \right)_0 = \left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_r} \right)_n. \quad (13)$$

В [3] приведены динамические характеристики для однородной среды и слоистых сред в тонких пластинках, при исследованиях методом динамической фотоупругости.

Для этих сред, соответственно, имеем: относительные тангенциальные деформации —

$$\varepsilon_\theta^{(1,0)} = - \frac{1 + \nu_M}{E_M} \cdot \frac{\sigma_{0,1}^{(1,0)}}{d} \int_0^r \frac{m_{0(z)}}{r} dr; \quad (14)$$

относительные радиальные деформации —

$$\varepsilon_r^{(1,0)} = - \frac{1 + \nu_M}{d} \cdot \frac{\sigma_{0,1}^{(1,0)}}{d} \left(\int_0^r \frac{m_{0(z)}}{r} dr + m_{0(z)} \right); \quad (15)$$

радиальные напряжения —

$$\sigma_r^{(1,0)} = - \frac{\sigma_{0,1}^{(1,0)}}{d(1 - \nu_M)} \left[(1 + \nu_M) \int_0^r \frac{m_{0(z)}}{r} dr + m_{0(z)} \right]; \quad (16)$$

тангенциальные напряжения —

$$\sigma_\theta^{(1,0)} = - \frac{\sigma_{0,1}^{(1,0)}}{d(1 - \nu_M)} \left[(1 + \nu_M) \int_0^r \frac{m_{0(z)}}{d} dr + \nu_M \cdot m_{0(z)} \right]; \quad (17)$$

радиальное смещение —

$$u_r^{(1,0)} = - \frac{1 + \nu_M}{E_M} \cdot \frac{\sigma_{0,1}^{(1,0)} \cdot r}{d} \int_0^r \frac{m_{0(z)}}{r} dr. \quad (18)$$

Подставляя (19) в выражение амплитуды волны

$$A_{0(z)} = \frac{4\pi^2 \cdot \mu_{0(z)}^{(nm)}}{T_{0(z)}^2} \quad (19)$$

получим:

$$A_{0(z)} = - \frac{4\pi^2 \cdot \mu_{0(z)}^{(1,00)}}{T_{0(z)}^2 \cdot E_m} \cdot \frac{r \cdot (1 + \nu_0)}{d} \int_r \frac{m_{0(z)}}{r} dr \quad (20)$$

В формулах (13) ... (20) параметры с индексами «0» относятся однородной среде, а с индексами «n» и «α» — слоистой среде за экраном.

Используем выражение (20) для энергии в падающей волне [4]:

$$E_{\text{пад}} = \frac{(\omega \rho_1)^2 \cdot A_0^2}{2\gamma c} \quad (21)$$

и в прошедшей через экран волне:

$$E_{\text{пр}} = \frac{(\omega \rho_2)^2 A_1^2 |1 + v|^2}{2\gamma c} \quad (22)$$

где выражение v определяется через акустические жесткости сред следующим образом:

$$v = \frac{\rho_1 c_1 - \rho c}{\rho_1 c_1 + \rho c} \quad (23)$$

здесь ρ_1 , ρ — плотности экрана и среды, c_1 и c — скорости волн в слое и среде.

Совместно решая (20) ... (22), получим выражения для энергии падающей и прошедшей через экран волны:

$$E_{\text{пад}} = \frac{(\omega \rho_1)^2}{2\gamma c} \left| \frac{4\pi^2 \cdot \mu_{0(z)}^{(1,00)}}{T_{0(z)}^2 \cdot E_m} \cdot \frac{r(1 + \nu_0)}{d} \int_r \frac{m_{0(z)}}{r} dr \right|^2 \quad (24)$$

$$E_{\text{пр}} = \frac{2(\omega c_1 \rho_1^2)^2}{\gamma c (\rho_1 c_1 + \rho c)} \left| \frac{4\pi^2 \cdot \mu_{0(z)}^{(1,00)}}{T_{0(z)}^2 \cdot E_m} \cdot \frac{r(1 - \nu_0)}{d} \int_r \frac{m_{0(z)}}{r} dr \right|^2 \quad (25)$$

Используя формулы (3) ... (12) и проведя соответствующие преобразования для выражений динамических характеристик (14) ... (18) в модели, получим выражение динамических характеристик для подобной однородной и слоистой натуральных сред:

относительные тангенциальные деформации

$$\epsilon_{\text{т}}^{(nm)} = - \frac{c_{\rho n}^2 \rho_n}{E_n (1 - \nu_n) c_{\rho n}} \int_r \frac{u_{0(z)}}{r} dr \quad (26)$$

относительные радиальные деформации —

$$\sigma_r^{\text{он(лн)}} = - \frac{c_{pm}^2 \cdot \rho_n}{E_n (1 - \nu_n) \cdot c_{pm}} \left[\int_r \frac{\dot{u}_{o(z)}^M}{r} dr + \dot{u}_{o(z)}^M \right]; \quad (27)$$

радиальные напряжения —

$$\sigma_r^{\text{он(лн)}} = - \frac{\rho_n \cdot c_{pm}^2 (1 - \nu_n)}{c_{pm} (1 - 2\nu_n)} \left[\frac{1}{1 - \nu_n} \int_r \frac{\dot{u}_{o(z)}^M}{r} dr + \dot{u}_{o(z)}^M \right]; \quad (28)$$

тангенциальные напряжения —

$$\sigma_\theta^{\text{он(лн)}} = - \frac{\rho_n \cdot c_{pm}^2}{c_{pm} (1 - 2\nu_n)} \left[\int_r \frac{\dot{u}_{o(z)}^M}{r} dr + \nu_n \dot{u}_{o(z)}^M \right]; \quad (29)$$

радиальные смещения —

$$u_r^{\text{он}} = - \frac{h_n \cdot c_{pm}^2 \cdot \rho_n \cdot r}{h_n \cdot E_n \cdot c_{pm} (1 - \nu_n)} \int_r \frac{\dot{u}_o^M}{r} dr; \quad (30)$$

$$u_r^{\text{он}} = - \frac{h_n \cdot r_n}{h_n \cdot E_n} \cdot \frac{c_{pm}^2 \cdot \rho_n}{c_{pm} (1 + \nu_n)} \int_r \frac{\dot{u}_o^M}{r} dr. \quad (31)$$

Арморгтехстрой

1. X. 1982

Ա. Գ. ՄԵԼԻԿ-ՅԱԼՅԱՆ

ԳԻՆԱՄԻԿ ԲԵՌՆՎԱՑՈՒԹՅԱՆ ԿՈՆՏՐՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇ ԸԱՐՑՆԵՐԸ

Ա. մ փ ո փ ու մ

Հոսարանված է գինամիկ ֆոտոստատիստիկական մեթոդով ստացված լարման դասակարգումը:

Ունենալով մոդելի պարամետրերը և փորձնական ճանապարհով ստացված նրա տեղափոխման արագության կինոգրաման, ըստ հոդվածում բերված քանաձևերի կարելի է ստանալ համասեռ և շերտավոր բնական միջավայրերում տարածվող ալիքի գինամիկական բնութագրերը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Метод фотоупругости. Под общ. ред. Хесина Г. Л.—М. Стройиздат, т. 2, 1975—367 с.
2. Назаров А. Г., Шагинян С. А. Руководство по исследованию механических свойства строительных конструкций на моделях.—Ленинград: Изд. АН АрмССР, ИГИС, 1966.—58 с.
3. Мелик-Елчян А. Г., Акопян К. А. Рекомендации по повышению прочности зданий в сейсмических районах.—Тула: Приокское кн. изд., ч. 1, 1977.—67 с.
4. Мелик-Елчян А. Г. Рекомендации по повышению прочности зданий методом экранирования сейсмических волн.—Тула: Приокское кн. изд., ч. 11, 1980.—137 с.