

ГИДРАВЛИКА

Օ. Վ. ТОКМАԼՅԱՆ

НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ
 В БЕЗНАПОРНЫХ ТРУБАХ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

В дорожных трубах, безнапорных тоннелях, канализационных и подопроводных безнапорных трубах, городских ливневых водостоках, конических круглых насадках, диффузорах, консольных водосбросах круглого сечения и т. д. часто имеет место неравномерное движение жидкости. Построение кривой свободной поверхности в указанных случаях, а также установление характера движения жидкости имеет важное значение для определения размеров сооружений.

Дифференциальное уравнение неравномерного движения жидкости в непризматических руслах согласно [1] имеет вид:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i_0 - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} \left[1 - \frac{\alpha C^2 R}{g \omega} \frac{d\omega}{dl} \right]}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g \omega^4} \frac{d\omega}{dh}}, \quad (1)$$

где h , l — глубина и произвольное расстояние вдоль потока; i_0 — геометрический уклон русла; Q — расход; ω — площадь живого сечения; R — гидравлический радиус; α — коэффициент кинетической энергии; g — ускорение силы тяжести; C — коэффициент Шези.

В реальности живые сечения представляют собой усеченные сферические поверхности. Однако, при небольших углах конусности, движение можно рассматривать плавно-изменяющимся с плоскими живыми сечениями.

Для интегрирования дифференциального уравнения неравномерного движения жидкости в трубах круглого сечения с помощью ЭВМ преобразуем (1) введением новой переменной φ (рис. 1). Гидравлические и геометрические параметры будут:

$$\begin{aligned} \beta &= \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}; \quad r = \beta l; \quad h = \beta l (1 - \cos \varphi); \quad \omega = \beta^2 l^2 \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right); \\ \gamma &= 2\beta l \varphi; \quad R = \beta l \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4\omega} \right); \quad B = \frac{d\omega}{d\varphi} = 2\beta l \sin \varphi; \\ C &= \frac{1}{h} \beta^{\gamma} l^{\gamma} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4\varphi} \right)^{\gamma}; \quad \frac{d\omega}{dl} = 2\beta^2 l \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

где ψ — угол конусности.

Представим полный дифференциал $\frac{dh}{dl}$ в виде:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{\partial h}{\partial l} + \frac{\partial h}{\partial \varphi} \frac{d\varphi}{dl} \quad (3)$$

При $h = \beta l (1 - \cos \varphi)$ выражение (3) можно записать:

$$\frac{dh}{dl} = \beta (1 - \cos \varphi) + \beta l \sin \varphi \frac{d\varphi}{dl} \quad (4)$$

Уравнение (1) в непризматических трубах круглого сечения примет вид:

$$\frac{d\varphi}{dl} = - \frac{1 - \cos \varphi}{l \sin \varphi} + \frac{i_0 \frac{Q^2 n^2 \left[1 - \frac{2\alpha}{gn^2} \beta^{1+2y} l^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4\varphi} \right)^{1+2y} \right]}{\beta^{5+2y} l^{2y} \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4\varphi} \right)^{1+2y}}}{\beta l \sin \varphi \left[1 - \frac{2\alpha Q^2}{g} \frac{\sin \varphi}{\beta^{3/2} \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right)^2} \right]} \quad (5)$$

Большое практическое значение имеет решение указанного дифференциального уравнения в переходных участках гидротехнических сооружений. Граничные условия в этом случае диктуются условиями движения сопрягающих участков. В призматических участках ($r = \text{const}$) полный дифференциал $\frac{dh}{dl}$ при $h = r (1 - \cos \varphi)$ представляется в виде:

$$\frac{dh}{dl} = r \sin \varphi \frac{d\varphi}{dl} \quad (6)$$

и дифференциальное уравнение неравномерного движения жидкости будет:

$$\frac{d\varphi}{dl} = \frac{i_0 \frac{Q^2 n^2}{r^{5+2y} \left[\left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4\varphi} \right)^{1+2y} \right]}}{r \sin \varphi \left[1 - \frac{2\alpha Q^2}{gr^2} \frac{\sin \varphi}{\left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right)^3} \right]} \quad (7)$$

В. Т. Чоу [2] приводил формы кривых свободных поверхностей в призматических закрытых подводах. Однако, им не рассмотрен слу-

чай, когда равномерного движения в водоводе существовать не может ($Q > Q_{p \max}$, где $Q_{p \max}$ — максимальный расход равномерного движения). В этом случае движение в трубе будет частично напорным, частично безнапорным. Граничные условия в контрольном сечении диктуются гидравлическими условиями русла вне водовода. Когда поток выходит из водовода критической глубиной, граничным условием задачи является критическая глубина, соответствующий угол которой определяется уравнением:

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{r^3 \left(\varphi_{кр} - \frac{\sin 2\varphi_{кр}}{2} \right)^3}{2 \sin \varphi_{кр}} \quad (8)$$

Точку отрыва, откуда движение жидкости от напорного переходит в безнапорное, можно получить интегрированием дифференциального уравнения неравномерного движения жидкости до $\varphi = \pi$.

Число Фруда, определяющееся уравнением

$$Fr = \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{v^3} \quad (9)$$

вблизи области отрыва стремится к нулю и $\frac{dh}{dl}$ принимает значение:

$$\frac{dh}{dl} = l_0 \left(1 - \frac{Q^2}{Q_n^2} \right) \quad (10)$$

где Q_n — расход при полном наполнении.

Интегрирование дифференциальных уравнений (5) и (7) производится по методу Рунге-Кутты на ЭВМ.

В зоне «b» кривая свободной поверхности является кривой спада, а в зоне «с» — кривой подпора, которая теоретически продолжается до критической глубины. В действительности, при коротких трубах, когда $l < l_{кр}$ ($l_{кр}$ — длина до сечения, где глубина потока становится критической), поток выходит из конца трубы глубиной, меньше критической.

При длинных трубах и $Q > Q_{p \max}$ образуется гидравлический прыжок, после чего движение становится напорным и поток протекает по полному сечению трубы. Прыжковая функция в указанных случаях принимает следующий вид:

$$\pi(h) = \frac{\alpha Q^2}{gr^2 \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right)} + \frac{r^3 \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) \left(\frac{\varphi \cos \varphi}{2} - \frac{\sin^3 \varphi}{3} - \frac{\cos \varphi \sin 2\varphi}{4} \right)}{\frac{\sin 2\varphi}{4} - \frac{\varphi}{2}} \quad (11)$$

а при полном наполнении ($\varphi = \pi$):

$$\pi(h) = \frac{\alpha Q^2}{K \pi r^2} + \pi r^2. \quad (12)$$

Это справедливо также для труб горизонтальных и с обратным уклоном.

Пример. Гидротехническая тоннель круглого сечения кончается расширяющимся участком длиной $l = 30$ м. Построить кривые свободной поверхности, определить места отрыва потока от потолка и построить графики прыжковой функции для призматического участка при двух расходах $Q_1 = 66 \text{ м}^3/\text{с}$, $Q_2 = 179 \text{ м}^3/\text{с}$ и следующих нижеуказанных данных: $i_0 = 0,0005$; $r_0 = 3,1$ м; $\beta = 0,0875$, $n = 0,017$, $y = 1/6$.

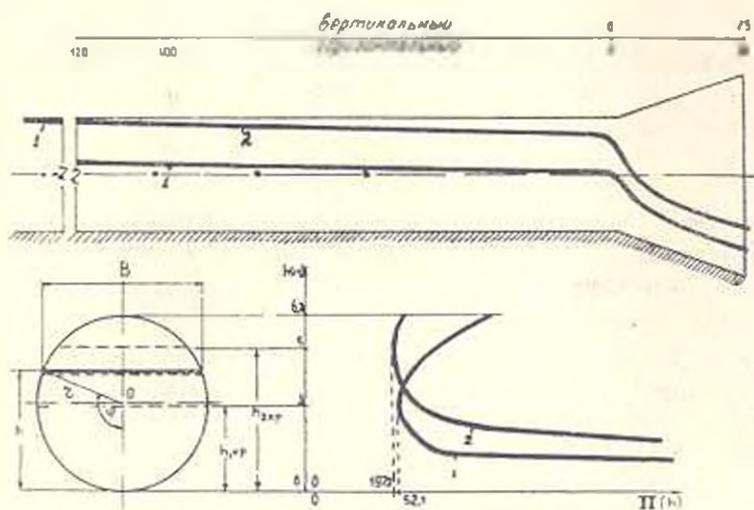


Рис. 1.

Таблица

$Q_1 = 66 \text{ м}^3/\text{с}$		$Q_2 = 179 \text{ м}^3/\text{с}$	
$l, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	$l, \text{ м}$	$h, \text{ м}$
-8000	6,2	-120	6,2
-6000	5,89	-100	6,11
-4000	5,52	-80	5,99
-3000	5,3	-60	5,85
-2000	5,01	-40	5,69
-1000	4,57	-20	5,49
0	3	0	5
+10	1,88	+10	3,28
+20	1,58	+20	2,78
+30	1,4	+30	2,47

При переходе от призматического участка в непризматический движение от спокойного перейдет в бурное. В конце призматического участка образуется критическая глубина. Для нашей задачи при расходе $Q_1 = 66 \text{ м}^3/\text{с}$ получаем $\varphi_{1 \text{кр}} = 1,538$ ($h_{1 \text{кр}} = 3 \text{ м}$), а при расходе $Q_2 = 179 \text{ м}^3/\text{с}$ — $\varphi_{2 \text{кр}} = 2,231$ ($h_{2 \text{кр}} = 5 \text{ м}$).

На рис. и в табл. приведены кривые свободной поверхности для вышеуказанных данных в призматических и непризматических участках и графики прыжковой функции для призматического участка.

ЕрПИ им. К. Маркса

3. II. 1982

Հ. Վ. ՅՈՒՄԱՋՅԱՆ

ՀԵՂՈՒԿՆԵՐԻ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐԱԶՁԱՓ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ԿՂՈՐ ԿՏՐՎԱՅՔՈՎ ՈՉ ՃՆՇՈՒՄԱՅԻՆ ԽՈՂՈՎԱԿՆԵՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ու մ

Ստացված է կլոր կտրվածքով ոչ ճնշումային պրիզմատիկ ու ոչ-պրիզմատիկ խողովակների համար հեղուկների անհամասարաչափ շարժման դիֆերենցիալ համասարումը և ինչպես նաև թռիչքի ֆունկցիայի համասարումը պրիզմատիկ խողովակների համար:

Բերվում են ազատ մակերևույթի կորերի հնարավոր տեսքերը այն դեպքի համար, երբ խողովակում նորմալ խորութուն գոյութուն ունենալ չի կարող: Դիֆերենցիալ համասարումը ինտեգրվում է էՂՄ-ի միջոցով: Լուծված է թվային օրինակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Чертоусов М. Д. Гидравлика (спец. курс).— М.: Госэнергоиздат.— 44 с.
2. Чоу В. Т. Гидравлика открытых каналов.— М.: Строиниздат, 1969, с. 160—162.