

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Г. Л. ГРДИЛЯН

АНАЛИЗ НАЧАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИМЕНИТЕЛЬНО  
 К СТАЦИОНАРНОЙ СТАДИИ ПРОЦЕССА  
 РЕВЕРСИВНОЙ ВЫТЯЖКИ

Определенный интерес представляет решение задачи о влиянии анизотропии на предельное значение коэффициента вытяжки  $m = \frac{d}{d_{1-1}}$ , полученное на основе исследования начального течения. Такой подход для оценки влияния анизотропии на величину предельного коэффициента вытяжки из листовой заготовки использован в [1—3]. В случае ортотропного материала значение коэффициента вытяжки определялось из условия, что при максимально возможном значении радиального напряжения в условиях плоского напряженного состояния

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{1}{\sqrt{2F}} \sqrt{1 + \frac{F}{F + 2H \cos^2 2\varphi + (N - F) \sin^2 2\varphi}}$$

где  $\varphi$  — угол, определяющий направление главной оси анизотропии относительно радиального направления;  $N$ ,  $F$ ,  $H$  — параметры анизотропии [4]), когда радиальное напряжение на внешнем контуре заготовки равно нулю.

В случае трансверсально изотропного материала  $N = 2H + F$  и коэффициент анизотропии:  $R = \frac{H}{F}$ .

Используя зависимость между параметрами анизотропии и пределом текучести в плоскости листа [4]:

$$\frac{1}{\sigma^2} = H + F,$$

после подстановки значений для трансверсально изотропного материала получим

$$\sigma_y = \sigma_{\text{max}} = \tau, \frac{1 + R}{\sqrt{1 + 2R}}.$$

Обычно при таком подходе к решению задачи принимается допущение [1, 3], что материал не упрочняется ( $\sigma_x = \sigma_y = \text{const}$ ), толщина

на материала постоянна ( $h = h_0 = \text{const}$ ) и начальное пластическое течение у внешнего контура заготовки при предельно достижимом значении коэффициента вытяжки начинается только тогда, когда радиальное напряжение на внутреннем контуре достигает значения  $\sigma_{r \text{ max}}$ .

Соответствующая этой модели схема стационарной стадии процесса реверсивной вытяжки приведена на рис. 1.

Решение выполним, учитывая, что напряженное состояние является плоским и напряжения распределяются равномерно по толщине материала, т. е. будем учитывать только мембранные напряжения безмоментной теории оболочек.

Дифференциальное уравнение равновесия элемента, выделенного в пластической области, используется с учетом изменения толщины и трения и может быть записано в виде [5]:

$$\frac{d(\sigma_r r h)}{dr} - \sigma_\varphi h + \mu p \frac{r}{\sin \varphi} = 0, \quad (1)$$

где  $\mu$  — коэффициент трения;  $h$  — текущее значение толщины материала;  $p$  — давление, передаваемое на элемент со стороны матрицы, которое определяется на основании уравнения Лапласа. С учетом знаков кривизны из уравнения Лапласа имеем:

$$p = -h \left( \frac{\sigma_\varphi}{r} \cos \varphi - \frac{\sigma_r}{r_\omega} \right) = \frac{h \sigma_r}{r_\omega} \left( 1 - \frac{\sigma_\varphi}{\sigma_r} \cdot \frac{r_\omega}{r} \cos \varphi \right), \quad (2)$$

где  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  — нормальные напряжения в радиальном и окружном направлениях;  $r$  и  $\varphi$  — координаты положения элемента;  $r_\omega$  — радиус средней поверхности горообразной части оболочки, условно принятый постоянным.

Как видно из рис. 1:

$$\cos \varphi = \frac{\frac{r_2 + r_1}{2} - r}{r_\omega} = \frac{r_0}{r_\omega} \left( \frac{1+m}{2} - \bar{r} \right), \quad (3)$$

где  $m = \frac{r_2}{r_0}$  — коэффициент вытяжки, а  $\bar{r} = \frac{r}{r_0}$  — безразмерная радиальная координата. Следовательно:

$$\sin \varphi = \frac{r_0}{r_\omega} \sqrt{\bar{r}(1+m) - \bar{r}^2 - m}. \quad (4)$$

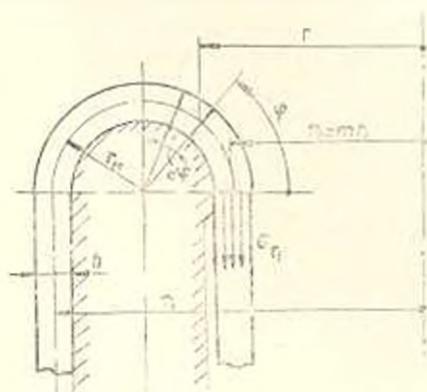


Рис. 1. Схема процесса реверсивной вытяжки.

Подставляя полученные значения в дифференциальное уравнение равновесия (1) и используя безразмерные характеристики радиальной координаты  $\bar{r} = \frac{r}{r_0}$  и толщины  $\bar{h} = \frac{h}{h_0}$ , получим:

$$\frac{d(\bar{\sigma}_r \bar{r} \bar{h})}{d\bar{r}} - \bar{\sigma}_r \bar{h} + \frac{\mu \bar{\sigma}_r \bar{h} \bar{r}}{\sqrt{\bar{r}(1+m) - \bar{r}^2 - m}} \left[ 1 - \frac{\bar{\sigma}_\theta}{\bar{\sigma}_r} \left( \frac{1+m}{2\bar{r}} - 1 \right) \right] = 0. \quad (5)$$

Для принятых условий ( $h = h_0 = \text{const}$  и  $\sigma_r = \sigma_{r_0} = \text{const}$ ) уравнение (5) может быть записано в виде

$$d(\bar{\sigma}_r \bar{r}) - \bar{\sigma}_\theta d\bar{r} + \frac{\mu \bar{\sigma}_r C(\bar{\sigma}_r \bar{r}) \bar{r} d\bar{r}}{\sqrt{(1+m)\bar{r} - \bar{r}^2 - m}} = 0, \quad (6)$$

где  $\bar{\sigma}_r = \frac{\sigma_r}{\sigma_{r_0}}$  и  $\bar{\sigma}_\theta = \frac{\sigma_\theta}{\sigma_{\theta_0}}$  — безразмерные характеристики нормальных напряжений.

$$C(\bar{\sigma}_r \bar{r}) = 1 - \frac{\bar{\sigma}_\theta}{\bar{\sigma}_r} \left( \frac{1+m}{2\bar{r}} - 1 \right). \quad (7)$$

Если воспользоваться условием пластичности Мизеса—Хилла для трансверсально изотропного материала при плоском напряженном состоянии [4]:

$$\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \frac{2R}{1+R} \sigma_r \sigma_\theta = \sigma_s^2, \quad (8)$$

отношение  $\frac{\sigma_r}{\sigma_\theta}$  можно выразить через безразмерную характеристику радиального напряжения:

$$\frac{\bar{\sigma}_\theta}{\bar{\sigma}_r} = \frac{R}{1+R} - \sqrt{\frac{1}{\bar{\sigma}_r^2} - \frac{1+2R}{(1+R)^2}}. \quad (9)$$

Подставляя это значение в уравнение (7), получаем:

$$C(\bar{\sigma}_r \bar{r}) = 1 + \left( 1 - \frac{1-m}{2\bar{r}} \right) \left( \frac{R}{1+R} - \sqrt{\frac{1}{\bar{\sigma}_r^2} - \frac{1+2R}{(1+R)^2}} \right). \quad (10)$$

Из уравнения (8) следует, что

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{R}{1+R} \bar{\sigma}_r - \sqrt{1 - \frac{1+2R}{(1+R)^2} \bar{\sigma}_r^2}. \quad (11)$$

Подставляя это значение в дифференциальное уравнение (6), после преобразований получаем:

$$d\bar{\sigma}_r = -\frac{d\bar{r}}{\bar{r}} \left\{ \frac{1}{1+R} \bar{\sigma}_r + \sqrt{1 + \frac{1+2R}{(1+R)^2} \bar{\sigma}_r^2} + \frac{\mu \bar{\sigma}_r \bar{r} C(\bar{r})}{\sqrt{(1+m)\bar{r} - \bar{r}^2 - m}} \right\}. \quad (12)$$

Интегрирование этого уравнения выполнили на ЭВМ для различных значений  $R$  и  $\mu$ . Принималось, что противонапряжение отсутствует ( $\bar{\sigma}_r = 0$ ) и  $C(\bar{r}) = 1$ , т. е. в диапазоне  $m \leq \bar{r} < 1$  при  $0,7 < m \leq 0,4$  среднее значение этой функции незначительно отличается от единицы.

На рис. 2 приведены построенные по результатам этих расчетов графики изменения безразмерной характеристики радиального напряжения  $\bar{\sigma}_r(\bar{r})$  в пластической области при реверсивной вытяжке трансверсально изотропных материалов с различными значениями коэффициентов анизотропии ( $R = 0, 1$  и  $4$ ) при различных условиях трения ( $\mu = 0$  и  $\mu = 0,2$ ).

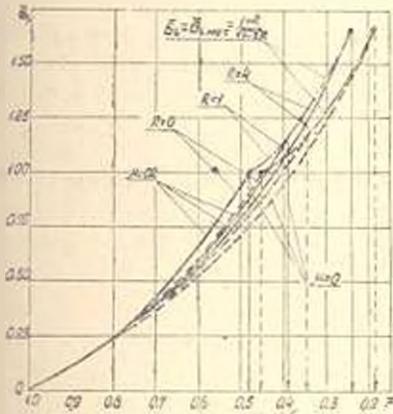


Рис. 2. График зависимости  $\bar{\sigma}_r(\bar{r})$ . Штриховые линии — при  $\mu = 0$ . Сплошные линии — при  $\mu = 0,2$ .

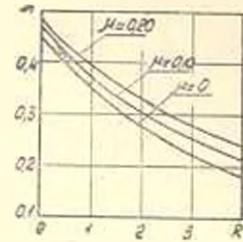


Рис. 3. График зависимости  $m(R)$ .

Как видно из рис. 2, значение коэффициента  $m$  тем больше, чем больше коэффициент трения  $\mu$  и чем меньше коэффициент анизотропии  $R$ . Предельное значение  $\bar{r} = m$  определяется по условию, что  $\bar{\sigma}_r = \bar{\sigma}_{r\max}$  независимо от условий трения. Точки, ограничивающие каждую пару кривых, имеют одинаковые ординаты  $\bar{\sigma}_r = \bar{\sigma}_{r\max}$ .

На рис. 3 приведены графики, характеризующие зависимость достигнутого коэффициента вытяжки  $m$  от коэффициента анизотропии  $R$  при различных условиях трения, построенные с использованием графического решения, приведенного на рис. 2.

Երևան

11. V. 1981

#### Գ. Լ. ԴԻՊՅԱՆ

ՍԿՉԲՆԱԿԱՆ ՀՈՍՔԻ ՎԵՐԼՈՒՍՈՒԹՅՈՒՆԸ ԴԱՐՁԱՓՈՆՈՒՄՈՎ ԱՐՏԱԶԳՄԱՆ ՊՐՈՅԵՍԻ ԿԱՅՈՒՆ ՓՈՒԼԻ ՀԱՄԱՐ ԿԻՐԱՆՄԱՄԲ

Ա մ փ ն փ ու մ

Հողվածում վերլուծված է մետաղյա թիթեղի անիզոտրոպ հատկության ազդեցությունը բուժական ման գետալների դարձափոխումով արտաձգման

գործակցի սահմանային արժեքի վրա սկզբնական ընթացքի դեպքում, որը համապատասխանում է կայուն փուլին, բայց դեռ չի գրավել կայուն վիճակ։  
Վերլուծման արդյունքը ցույց է տալիս, որ զարձափոխումով արտաձրգման դորձակցի արժեքը զգալիորեն կախված է թիֆնդյա մետաղի ստիզոտրոպիայից և շփման գործակիցներից։

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Аршинский К. М. Теория листовой штамповки анизотропных материалов.—Саратов: Изд-во Саратовс. ун-вера, 1973.— 111 с.
2. Шевелев В. В., Яковлев С. П. Анизотропия листовых материалов и ее влияние на вытяжку.— М.: Машиностроение, 1972.— 136 с.
3. Яковлев С. П., Шевелев В. В. О начальном течении фланца заготовки при вытяжке анизотропного материала.— В кн.: Технология машиностроения «Исследования в области пластичности и обработки металлов давлением», Тула, ТПИ, 1967 Вып. 1, с. 6—11.
4. Хилл Р. Математическая теория пластичности.— М.: ГИТТЛ, 1956.— 426 с.
5. Попов Е. А. Основы теории листовой штамповки.— М.: Машиностроение, 1968 — 283 с.