

С. С. ДАРЫНИАН, А. А. ОВСЕПЯН

К ВОПРОСУ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ ДЛЯ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В статье дается методика решения обратной задачи теории сейсмостойкости для упруго-пластических систем с одной степенью свободы (рис. 1). Аналогичная задача для упругих систем исследована в [1, 3]. При решении поставленной задачи принята билинейная диаграмма деформирования конструкций зданий или сооружений (рис. 2). Предполагается, что рассматриваемая система под сейсмическим воздействием претерпевает лишь сдвиговые колебания. Допускается, что логарифмический декремент собственных колебаний системы δ имеет одинаковые значения для упругих и пластических зон.

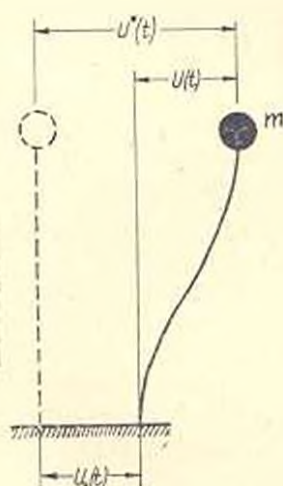


Рис. 1. Расчетная схема деформирования системы с одной степенью свободы.

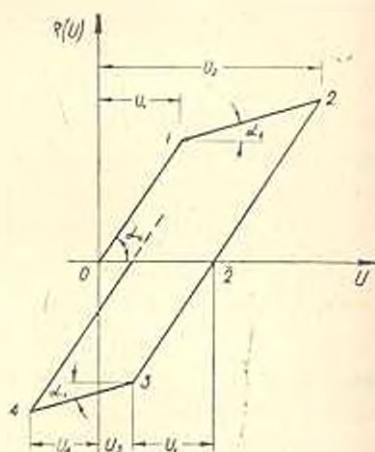


Рис. 2. Билинейная диаграмма деформирования.

1. Дифференциальное уравнение движения сейсмических колебаний системы с одной степенью свободы для упругой стадии (участок 0—1) при решении прямой задачи теории сейсмостойкости может быть записано в следующем виде [2]:

$$\ddot{U}(t) + 2\varepsilon_0 \dot{U}(t) + \omega_0^2 U(t) = -U_0(t), \quad (1.1)$$

где $U(t)$ — (относительное) горизонтальное смещение массы m ; $U_0(t)$ — искомое сейсмическое смещение основания системы; ω_0 и ε_0 — соответственно, круговая частота и коэффициент затухания.

Из рис. 1 следует, что

$$U(t) = U^*(t) - U_0(t). \quad (1.2)$$

Подставляя значения (1.2) в уравнение (1.1), после некоторых преобразований получим [1, 3]:

$$\ddot{U}_0(t) + \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} U_0(t) = f_0^*(t), \quad (1.3)$$

где

$$f_0^*(t) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \ddot{U}^*(t) + \ddot{U}^*(t) + \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} U^*(t).$$

Когда движение переходит в зону упрочнения (участок 1—2), тогда $U > U_1 \approx U_*$, и для прямой задачи дифференциальное уравнение движения записывается следующим образом [2]:

$$\ddot{U}(t) + 2\varepsilon_1 \dot{U}(t) + \omega_1^2 U(t) = -U_0(t) - \lambda \omega_0^2 U_1, \quad (1.4)$$

где $\omega_1^2 = \omega_0^2(1 - \lambda)$; $\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_0 \omega_1}{2\varepsilon_0} = \varepsilon_0(1 - \lambda)^{\frac{1}{2}}$; λ — параметр упрочнения.

После аналогичного преобразования уравнение (1.4) приводится к виду:

$$\ddot{U}_0(t) + \frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} U_0(t) = f_1^*(t), \quad (1.5)$$

где

$$f_1^*(t) = \frac{1}{2\varepsilon_1} \ddot{U}^*(t) + \ddot{U}^*(t) + \frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} U^*(t) + \frac{\lambda \omega_0^2 U_1}{2\varepsilon_1}.$$

В стадии разгрузки (участок 2—2) для прямой задачи дифференциальное уравнение движения имеет вид [2]:

$$\ddot{U}(t) + 2\varepsilon_0 \dot{U}(t) + \omega_0^2 U(t) = -\ddot{U}(t) + \omega_0^2 \lambda (U_{\max} - U_1). \quad (1.6)$$

Используя тот же прием подстановки, получим:

$$\ddot{U}_0(t) + \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} U_0(t) = f_2^*(t), \quad (1.7)$$

где

$$f_2^*(t) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \ddot{U}^*(t) + \ddot{U}^*(t) + \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} U^*(t) - \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} \lambda (U_{\max} - U_1).$$

После того, как происходит полная разгрузка, т. е. движение дойдет до точки 2 диаграммы (рис. 2), можно ее принимать за новое на-

чало отсчета движения с соответствующими начальными условиями и составить аналогичные дифференциальные уравнения для следующих стадий движения (участки $\bar{2}-3$; $3-4$; $4-\bar{4}$ и т. д.).

Таким образом, поставленная задача сводится к интегрированию линейных дифференциальных уравнений первого порядка типа (1.3), (1.5) и (1.7) с соответствующими начальными условиями сопряжения на границах отдельных участков диаграммы (точки 1, 2, $\bar{2}$, 3, 4, $\bar{4}$ и т. д.).

2. На упругом участке диаграммы 0-1 (рис. 2) при нулевом начальном условии движения, т. е. при $U_0(0) = 0$, решение (1.3) согласно [1, 3] имеет вид:

$$U_0(t) = \int_0^t \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t-\tau) \right] f_0^*(\tau) d\tau. \quad (2.1)$$

Время $t_1 = t_*$, при котором движение доходит до точки 1 (рис. 2), определяем из (1.2) с учетом (2.1) при $U(t_1) = U_1$:

$$U_1 = U^*(t_*) + \int_0^{t_*} \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t-\tau) \right] f_0^*(\tau) d\tau = 0.$$

При переходе за предел упругости колебательное движение системы описывается дифференциальным уравнением (1.5), решение которого с учетом сопряжения на границе участков 0-1 и 1-2, т. е. при условии $U_0(t_1) = U_{01}$, имеет вид:

$$U_0(t) = \int_{t_*}^t \exp \left[-\frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} (t-\tau) \right] f_1^*(\tau) d\tau + U_{01} \exp \left[-\frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} (t-t_1) \right]. \quad (2.2)$$

Время t_2 , при котором имеет место максимальное смещение, определяем из (1.2), имея ввиду, что в этот момент скорость движения равняется нулю — $\dot{U}(t_2) = 0$:

$$\begin{aligned} U^*(t_2) - f_1^*(t_2) + \frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} \int_{t_*}^{t_2} \exp \left[-\frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} (t_2-\tau) \right] f_1^*(\tau) d\tau + \\ + \frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} U_{01} \exp \left[-\frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} (t_2-t_1) \right] = 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Определив значение t_2 из (2.3) и подставляя в (2.2) и (1.2), получим относительное смещение массы m в момент времени t_2 :

$$\begin{aligned} U(t_2) = U_{\max} = U^*(t_2) - \int_{t_*}^{t_2} \exp \left[-\frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} (t_2-\tau) \right] f_1^*(\tau) d\tau - \\ - U_{01} \exp \left[-\frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} (t_2-t_1) \right]. \end{aligned} \quad (2.4)$$

В зоне разгрузки (участок 2-2) дифференциальное уравнение имеет вид (1.7), решение которого при условии сопряжения на границе участков 1-2 и 2-2, т. е. $U_0(t_2) = U_{02}$, дает:

$$U_0(t) = \int_{t_1}^t \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t-\tau) \right] f_2^*(\tau) d\tau + U_{02} \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t-t_2) \right]. \quad (2.5)$$

На основании (1.2) и (2.5) для относительного смещения массы m получим:

$$U(t) = U^*(t) - \int_{t_1}^t \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t-\tau) \right] f_2^*(\tau) d\tau - U_{02} \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t-t_2) \right]. \quad (2.6)$$

Момент конца полной разгрузки t_p находим из (2.6) при условии, что относительное смещение равняется максимальному пластическому смещению — $U(t_p) = U_{pl} = \lambda(U_{max} - U_r)$:

$$U^*(t_p) - \lambda(U_{max} - U_r) - \int_{t_1}^{t_p} \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t_p - \tau) \right] f_2^*(\tau) d\tau - U_{02} \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t_p - t_2) \right] = 0. \quad (2.7)$$

Найдя отсюда t_p и подставляя в (2.5), получим величину сейсмического смещения, отвечающую этому моменту.

По этому же принципу можно продолжать решение обратной задачи для второго полуцикла диаграммы (рис. 2) и дальше.

Из всего вышесказанного нетрудно заметить, что полученные решения дифференциальных уравнений по разным участкам можно представить в единообразной форме для всех зон нагружения и разгрузки. Общее дифференциальное уравнение для прямой задачи теории сейсмостойкости сформулируется следующим образом [2]:

$$\ddot{U}(t) + 2\varepsilon_0(1 - \beta_j \lambda)^{\frac{1}{2}} \dot{U}(t) + \omega_0^2[(1 - \beta_j \lambda) U(t) + \beta_j \lambda U_j - (1 - \beta_j) \bar{U}_j - \beta_j U_{j-1}] = -\dot{U}(t), \quad (2.8)$$

где U_j — значение смещения сосредоточенной массы соответствующей точке j диаграммы (рис. 2), которое определяется формулой:

$$U_j = U_{j-1} + (-1)^{\frac{j-1}{2}} U_1 \quad (j = 1, 3, 5, \dots);$$

$\bar{U}_j$ — значение смещения в точке полной разгрузки $\bar{j}$:

$$\bar{U}_j = \lambda \sum_{i=1}^{\bar{j}} (U_i - U_{i-1}) \quad (j = 2, 4, 6, \dots);$$

β_j — постоянный коэффициент, который принимает различные значения для разных участков диаграммы:

$$\beta_j = \begin{cases} 0, & \text{при } j = 0, 2, 4, \dots, \\ 1, & \text{при } j = 1, 3, 5, \dots \end{cases}$$

Поступая аналогично, т. е. подставляя значения (1.2) в дифференциальное уравнение (2.8), получим:

$$U_0(t) + \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (1 - \beta_j \lambda)^{\frac{1}{2}} U_0(t) = f_j^*(t), \quad (2.9)$$

где

$$f_j^*(t) = \frac{1}{2\varepsilon_0 (1 - \beta_j \lambda)^{1/2}} U^*(t) + U^*(t) + \frac{\omega_n^2}{2\varepsilon_0 (1 - \beta_j \lambda)^{1/2}} \times \\ \times [(1 - \beta_j \lambda) U^*(t) + \beta_j \lambda U_i - (1 - \beta_j) \bar{U}_j - \beta_j \bar{U}_{j-1}].$$

Решение уравнения (2.9) в общем виде с учетом сопряжения на границах соответствующих участков $j - j + 1$, т. е. при условии $U_0(t_i) = U_{0j}$, можно представить в таком виде:

$$U_0(t) = \int_{t_j}^t \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (1 - \beta_j \lambda)^{\frac{1}{2}} (t - \tau) \right] f_j^*(\tau) d\tau + \\ + U_{0j} \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (1 - \beta_j \lambda)^{\frac{1}{2}} (t - t_j) \right]. \quad (2.10)$$

Подставляя соответствующие значения j в (2.10), получим уравнения (2.1), (2.2) и (2.5) для отдельных зон упруго-пластического нагружения и разгрузки.

Приведенная методика решения реализована для гармонического воздействия, т. е. $U^*(t) = U \sin pt$. Тогда для каждой зоны соответственно получим:

участок 0—1 —

$$U_0(t) = U \left\{ A \sin pt + B \cos pt - B \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} t \right] \right\},$$

где

$$A = \frac{\omega_0^4 - \omega_0^2 p^2 + 4\varepsilon_0^2 p^2}{\omega_0^4 + 4\varepsilon_0^2 p^2}; \quad B = \frac{2\varepsilon_0 p^2}{\omega_0^4 + 4\varepsilon_0^2 p^2};$$

участок 1—2 —

$$U_0(t) = U \left\{ A_1 \sin pt + B_1 \cos pt - (A_1 \sin pt_1 + B_1 \cos pt_1) \exp \times \right. \\ \times \left. \left[-\frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} (t - t_1) \right] \right\} + \frac{\lambda U_1}{1 - \lambda} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} (t - t_1) \right] \right\} + \\ + U_{01} \exp \left[-\frac{\omega_1^2}{2\varepsilon_1} (t - t_1) \right].$$

где

$$A_1 = \frac{\omega_1^4 - \omega_1^2 p^2 + 4z_1^2 p^2}{\omega_1^4 + 4z_1^2 p^2}; \quad B_1 = \frac{2z_1 p^2}{\omega_1^4 + 4z_1^2 p^2};$$

участок 2—2—

$$U_0(t) = U \left\{ A \sin pt + B \cos pt - (A \sin pt_2 + B \cos pt_2) \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t - t_2) \right] - \lambda (U_{max} - U_1) \left[1 - \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t - t_2) \right] \right] + U_{in} \exp \left[-\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon_0} (t - t_2) \right] \right\}$$

где A и B имеют прежние значения.

Полученные результаты при $T_0 = 2\pi/\omega_0 = 0.25$ с, $T = 2\pi/p = 0.15$ с, $z = 0.5$, $\lambda = 0.5$ приведены на рис. 3.

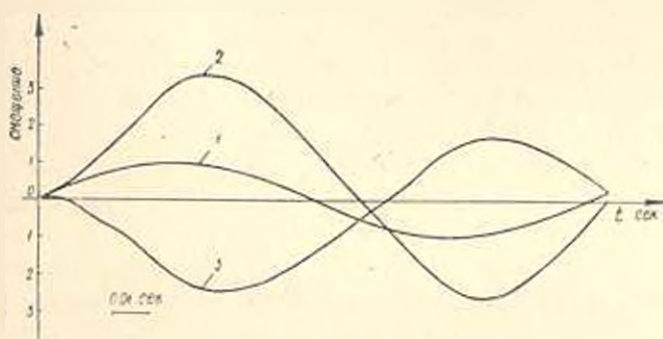


Рис. 3. Изменение смещений во времени: 1 — $U'(t)/U$; 2 — $U(t)/U$; 3 — $U_0(t)/U$.

Приведенная в статье методика решения обратной задачи теории сейсмостойкости позволяет оценить характер и интенсивность сейсмических колебаний на уровне фундамента, при наличии инструментальных записей колебаний на уровне сосредоточенной массы.

ИГИС АН Арм. ССР

Поступило 25. VIII 1981

У. В. ГЕЛЕРИՅԱՆ, Ա. Ա. ՀՈՎՍՍԻՅԱՆ

ՍԵՅՍՄԱԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԱԿԱԴԱՐՁ ԽԵՒՐԻ ԼՈՒՐՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՄԱՍԻՆ ԱՌԱՋԴԱՊԼԱՍՏԻԿ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻՐԻ ՀԱՄԱՐ

Ա Մ Ֆ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում տրվում է սեյսմակայունության տեսության հակադարձ խնդրի լուծման մեթոդը մեկ աղատության աստիճան ունեցող առաձգա-պլաստիկ համակարգերի համար:

Սնվադրվում է, որ դիտարկվող համակարգը կատարում է միայն սահմանափակումներ և վերականգնող ուժի ու տեղափոխության միջև եղած կապը րնութադրվում է պեֆորմացման երկդժային դիագրամով:

Կազմված են շարժման դիֆերենցիալ հավասարումները, որոնց լուծումները համապատասխան սկզբնական պայմաններով հասցված են մինչև վերջ վերլուծական եղանակով: Լինյումակայունության տեսության հակադարձ խնդիրն ընդհանուր առևրով լուծելու համար ստացված հավասարումները բեռնավորման և բեռնաթափման բոլոր առհամասերի համար ներկայացված են միօրինակ տեսքով:

Բերված մեթոդով խնդրի լուծումը իրականացված է Բվապես՝ հարմոնիկ ազդեցության համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Веква Т. П. Численное решение обратной задачи теории сейсмостойкости для упругой системы с двумя степенями свободы. Сб. «Сейсмостойкость сооружений», вып. 3, Тбилиси, «Мецниереба», 1974.
2. Дарбян С. С. О поведении сооружений под сейсмическими воздействиями за пределом упругости. «Бюллетень по инженерной сейсмологии», № 8, Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1973.
3. Нопствиридзе Ш. Г. Некоторые задачи инженерной сейсмологии. Тбилиси, «Мецниереба», 1973.