

Е. В. ЕРЕМЕНКО, В. К. САГРАДЯН

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСФОРМАЦИИ КАЧЕСТВА  
 ВОДЫ В БЫСТРОТЕКУЩИХ РЕКАХ

Для охраны водных объектов от загрязнения важное значение имеет прогнозирование качества воды с помощью математических моделей, используемых обычно при планировании водоохранных мероприятий.

Настоящая работа посвящена построению математической модели трансформации соединения азота и определению коэффициентов неконсервативности применительно к быстротекущим (горным) рекам. Особенностью формирования качества воды таких рек является влияние целых таких факторов, как сравнительно большие скорости течения и интенсивное перемешивание водных масс. Это позволяет пренебречь влиянием донных отложений и продольной дисперсии в связи со сравнительно большим значением параметра  $V \gg K, D$  [1] ( $V$  — средняя скорость потока,  $K_1$  — коэффициент неконсервативности,  $D$  — коэффициент продольной дисперсии). Из-за существенного влияния турбулентного перемешивания на коэффициенты неконсервативности, что установлено специальными исследованиями [2], в модели коэффициенты неконсервативности должны быть чувствительны к динамике перемешивания, т. е. иметь статическую и динамическую составляющие. Из [1] следует, что указанным условиям при рассмотрении установившихся условий движения потока и разбивке водотока по длине на секции математическая модель трансформации соединений азота может быть выражена соответствующими крайними условиями следующих уравнений:

$$\begin{aligned}
 V \frac{dN_1}{dx} + K_1 N_1 &= 0; \\
 V \frac{dN_2}{dx} + K_2 N_2 - K_1 N_1 &= 0; \\
 V \frac{dN_3}{dx} + K_3 N_3 - K_2 N_2 &= 0; \\
 V \frac{dN_4}{dx} + K_4 N_4 - K_3 N_3 &= 0;
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$V \frac{dS}{dx} - K_S(S_L - S) + \alpha_1 K_1 N_1 + \alpha_2 K_2 N_2 + \alpha_3 K_3 N_3 - K_{\text{БПК}} \cdot N_{\text{БПК}} = 0, \quad (1)$$

где  $V$  — средняя скорость потока,  $\text{м/с}$ ;  $N_1, N_2, N_3, N_4, S, N_{\text{БПК}}$  — соответственно, концентрация органического азота, аммонийного ( $\text{NH}_4$ ), нитритов ( $\text{NO}_2$ ), нитратов ( $\text{NO}_3$ ), растворенного кислорода ( $\text{O}_2$ ) и биохимической потребности кислорода (БПК);  $K_1, K_2, K_3, K_4, K_{\text{БПК}}$  — коэффициенты неконсервативности соответствующих веществ ( $N_1, N_2, N_3, N_4, S, N_{\text{БПК}}$ ),  $1/\text{сут}$ ;  $K_1 = 0,81$   $1/\text{сут}$  — коэффициент редукации для малых рек;  $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 3,43, \alpha_3 = 1,14$  — коэффициенты, показывающие удельный расход растворенного кислорода на окисление, соответственно, органического азота, аммония и нитритов [3].

Количество биохимических потребностей кислорода  $N_{\text{БПК}}$  определяется с помощью следующих зависимостей:

$$N_{\text{БПК}} = N_{\text{БПК}_0} e^{-\frac{K_{\text{БПК}}}{V} X}, \quad (2)$$

где  $N_{\text{БПК}_0}$  — величина БПК в начале периода;  $X$  — расстояние между створами;

$$K_{\text{БПК}} = K_{\text{БПК}}^{\text{ст}} + K_{\text{БПК}}^{\text{дин}}, \quad (3)$$

$K_{\text{БПК}}^{\text{ст}}$  — статическая составляющая коэффициента неконсервативности, которая определяется с помощью зависимости (5), а динамическая составляющая:

$$K_{\text{БПК}}^{\text{дин}} = \frac{K_1 V}{1 - t}, \quad (4)$$

где  $t$  — время добогатини,  $\text{час}$ .

Решение уравнения (1) для первых трех взаимосвязанных компонентов модели получено в [4]. Здесь для всех уравнений системы (1) получены решения, которые могут быть применены к любой системе взаимосвязанных секций.

Для выполнения математической модели необходимо определить коэффициенты неконсервативности, входящие в модель, полученные после интегрирования системы уравнений (1). Эти коэффициенты при статических и динамических условиях были определены методом подбора на условия наилучшего согласования концентраций рассматриваемых веществ, полученных в экспериментах [5] и расчетным путем после интегрирования системы (1) (табл.).

Анализ коэффициентов неконсервативности, полученных на основе экспериментальных исследований, показывает, что их величина изменяется в зависимости от скорости течения и температуры воды. Статические составляющие коэффициентов зависят лишь от температуры и могут быть обобщены с помощью следующего выражения:

$$K_i^{\text{ст}} = K_{i,20}^{\text{ст}} \cdot \theta^{T-20}, \quad (5)$$

где  $i = 1-4$ ;  $A_i$  — температурный коэффициент, равный по экспериментальным данным;  $A_1 = 1.109$ ;  $A_2 = 1.096$ ;  $A_3 = 1.037$ ;  $A_4 = 1.022$ ;  $K_{ст}$  — статическая составляющая коэффициента неконсервативности при  $T = 20^\circ\text{C}$ , которая для всех рассматриваемых веществ может быть определена из таблицы.

Таблица

Кэф. не- консерв; $1/\text{сут}$	Температура $^{\circ}\text{C}$								
	0	5	10	15	20	25	30		
при статических условиях ( $V=0$ )	$K_1$	0,018	0,036	0,084	0,204	0,336	0,48	0,562	
	$K_2$	0,072	0,148	0,206	0,36	0,6	0,84	1,152	
	$K_3$	0,36	0,48	0,6	0,72	0,84	0,96	1,272	
	$K_4$	0,000216	0,000223	0,00024	0,000271	0,0003	0,000348	0,00037	
	$K_5$	0,048	0,053	0,06	0,072	0,1	0,12	0,148	
$V = 0,5 \text{ м/с}$	$K_1$	$\frac{0,216}{0,216}$	$\frac{0,0528}{0,048}$	$\frac{0,12}{0,1}$	$\frac{0,223}{0,231}$	$\frac{0,36}{0,389}$	$\frac{0,528}{0,553}$	$\frac{0,672}{0,58}$	
		$\frac{0,096}{0,084}$	$\frac{0,168}{0,163}$	$\frac{0,235}{0,304}$	$\frac{0,528}{0,415}$	$\frac{0,72}{0,7}$	$\frac{0,912}{0,962}$	$\frac{1,296}{1,22}$	
	$K_2$	$\frac{0,408}{0,401}$	$\frac{0,6}{0,513}$	$\frac{0,744}{0,755}$	$\frac{0,888}{0,753}$	$\frac{1,056}{0,95}$	$\frac{1,248}{1,155}$	$\frac{1,512}{1,492}$	
		$\frac{0,000230}{0,000244}$	$\frac{0,000242}{0,000234}$	$\frac{0,000247}{0,00025}$	$\frac{0,000281}{0,000282}$	$\frac{0,000324}{0,000328}$	$\frac{0,000377}{0,000371}$	$\frac{0,000415}{0,00041}$	
	$V = 1 \text{ м/с}$	$K_1$	$\frac{0,024}{0,0235}$	$\frac{0,072}{0,06}$	$\frac{0,132}{0,11}$	$\frac{0,23}{0,252}$	$\frac{0,408}{0,416}$	$\frac{0,576}{0,597}$	$\frac{0,768}{0,6}$
			$\frac{0,12}{0,09}$	$\frac{0,18}{0,168}$	$\frac{0,288}{0,388}$	$\frac{0,6}{0,5}$	$\frac{0,792}{0,73}$	$\frac{1,032}{1,024}$	$\frac{1,44}{1,4}$
		$K_2$	$\frac{0,432}{0,422}$	$\frac{0,648}{0,52}$	$\frac{0,792}{0,66}$	$\frac{0,936}{0,8}$	$\frac{1,126}{1,01}$	$\frac{1,32}{1,25}$	$\frac{1,68}{1,652}$
			$\frac{0,000235}{0,000228}$	$\frac{0,000245}{0,000236}$	$\frac{0,000252}{0,000255}$	$\frac{0,000293}{0,000291}$	$\frac{0,000386}{0,000336}$	$\frac{0,000384}{0,000385}$	$\frac{0,000256}{0,000425}$
$V = 2 \text{ м/с}$		$K_1$	$\frac{0,0288}{0,0288}$	$\frac{0,056}{0,093}$	$\frac{0,156}{0,13}$	$\frac{0,288}{0,3}$	$\frac{0,456}{0,496}$	$\frac{0,6}{0,716}$	$\frac{0,096}{0,8}$
			$\frac{0,132}{0,11}$	$\frac{0,216}{0,2}$	$\frac{0,48}{0,462}$	$\frac{0,648}{0,583}$	$\frac{0,84}{0,854}$	$\frac{1,2}{1,212}$	$\frac{1,68}{1,65}$
		$K_2$	$\frac{0,504}{0,485}$	$\frac{0,696}{0,586}$	$\frac{0,84}{0,71}$	$\frac{1,008}{0,9}$	$\frac{1,2}{1,17}$	$\frac{1,44}{1,536}$	$\frac{1,968}{2,002}$
			$\frac{0,00024}{0,00024}$	$\frac{0,00025}{0,000245}$	$\frac{0,000264}{0,000271}$	$\frac{0,000312}{0,000316}$	$\frac{0,00036}{0,00036}$	$\frac{0,00041}{0,00047}$	$\frac{0,000528}{0,00048}$

В числителе — значения  $K_i$ , полученные на основе экспериментальных данных, в знаменателе — расчетные по формулам (9).

Анализ коэффициентов неконсервативности при разных скоростях течения и фиксированных температурах показывает на их линейную за-

зисимость от скорости. В общем случае интенсивность перемешивания в потоке, как известно, определяется не только абсолютным значением средней скорости потока, но и его характерным линейным размером. Применяя в качестве такого размера гидравлический радиус русла  $R_p$  и учитывая соображения размерности, выражение для полного коэффициента неконсервативности при фиксированной температуре можно представить в виде линейной зависимости:

$$K_t = K_t^{cr} + F_t \frac{V}{R_p} \quad (6)$$

Обработка приведенных данных показала, что зависимость  $F_t$  от температуры может быть аппроксимирована квадратичными уравнениями и поэтому:

$$K_t^d = (a_i T^2 + b_i T + c_i) \frac{V}{R_p} \quad (7)$$

Тогда общая формула для расчета полного коэффициента неконсервативности может быть представлена в следующем виде:

$$K_t = K_t^{cr} + K_t^d = K_t^{cr} + (a_i T^2 + b_i T + c_i) \frac{V}{R_p} \quad (8)$$

или

$$\begin{aligned} K_1 &= (10^{-13} \cdot 2257^2 - 10^{-11} \cdot 727T + 10^{-12} \cdot 586) \frac{V}{R_p} + K_1^{cr}; \\ K_2 &= (10^{-13} \cdot 2417^2 + 10^{-12} \cdot 1227T + 10^{-11} \cdot 174) \frac{V}{R_p} + K_2^{cr}; \\ K_3 &= (10^{-13} \cdot 4767^2 - 10^{-12} \cdot 589T + 10^{-11} \cdot 672) \frac{V}{R_p} + K_3^{cr}; \\ K_4 &= (10^{-12} \cdot 4787^2 - 10^{-16} \cdot 1087T + 10^{-14} \cdot 132) \frac{V}{R_p} + K_4^{cr}. \end{aligned} \quad (9)$$

Данные таблицы свидетельствуют об удовлетворительном совпадении расчетных и экспериментальных значений  $K_1, K_2, K_3, K_4$ . Динамическая составляющая коэффициента неконсервативности  $K_t^d$  составляет 25—30% от  $K_t^{cr}$ , однако в природных условиях из-за большой турбулентности она оказалась существенно большей, поэтому на основе данных рек Раздан и Ахурия необходимо ее скорректировать. Для этого введем корректирующий множитель  $\varphi_1$ , зависящий от соотношения линейных размеров  $\frac{B}{H}, \frac{R_p}{L_s}$ , где  $B, H$  — ширина и глубина водотока;  $L_s, R_p$  — линейная зависимость для эксперимента, которому соответствует диаметр трубы ( $L_s = 0,037$  м).

Корректирующий множитель приведен в следующем виде:

$$\tau_i = 1 + P_i \left( \frac{R_p}{L_s} - 1 \right), \quad (10)$$

где  $P_i$  — коэффициент  $i$ -го вещества, который, как показала обработка натуральных исследований, является функцией:

$$P_i = f \left( \frac{R_p}{L_s}; \frac{B}{H} \right), \quad i = 1-4.$$

Учитывая это, выражение (8) представляется в следующем виде:

$$K_i = K_i^c + (a_i T^2 + b_i T + C_i) \frac{V}{R_p} \cdot \tau_i. \quad (11)$$

На основе натуральных данных, полученных для рек Раздан и Ахурян,  $P_i$  принимает вид:

для отношения  $B/H = 8-20$

$$P_1 = [0,000602 (B/H)^2 - 0,00325 (B/H) + 0,093] (R_p/L_s)^2 - 0,0187 (B/H)^2 - 0,681 (B/H) + 8,66; R_p/L_s + 0,0181 (B/H)^2 - 0,678 (B/H) + 8,57;$$

$$P_2 = [0,00595 (B/H)^2 - 0,139 (B/H) + 0,957] (R_p/L_s)^2 - [0,0471 (B/H)^2 - 1,411 (B/H) + 13,27] R_p/L_s - 0,0361 (B/H)^2 - 1,127 (B/H) + 11,52; \quad (12)$$

$$P_3 = [0,0295 (B/H)^2 - 0,753 (B/H) + 5,97] (R_p/L_s)^2 - [0,669 (B/H)^2 - 25,49 (B/H) + 242,8] R_p/L_s + 1,191 (B/H)^2 - 36,867 (B/H) + 300,1;$$

$$P_4 = [11,15 (B/H)^2 - 190,5 (B/H) + 899,6] (R_p/L_s)^2 - [212,4 (B/H)^2 - 4625,1 (B/H) + 28017] R_p/L_s + 201,25 (B/H)^2 - 4430,4 (B/H) + 27117;$$

для отношения  $B/H = 25-36$ ,

$$P_1 = [0,029 (B/H)^2 - 1,67 (B/H) + 21,65] (R_p/L_s)^2 - [0,196 (B/H)^2 - 11,61 (B/H) + 177,2] R_p/L_s + 0,167 (B/H)^2 - 9,94 (B/H) + 152,8;$$

$$P_2 = [0,0312 (B/H)^2 + 1,80 (B/H) + 28] (R_p/L_s)^2 - [0,522 (B/H)^2 - 34,12 (B/H) + 557,7] R_p/L_s + 0,491 (B/H)^2 - 32,10 (B/H) + 529,6; \quad (13)$$

$$P_3 = [0,0652 (B/H)^2 - 3,18 (B/H) + 41,9] (R_p/L_s)^2 - [0,0742 (B/H)^2 - 6,17 (B/H) + 138,95] R_p/L_s + 0,00889 (B/H)^2 + 2,97 (B/H) + 98,8;$$

$$P_4 = [6,01 (B/H)^2 - 355,1 (B/H) + 6156] (R_p/L_s)^2 - [176,22 (B/H)^2 - 12270,31 (B/H) + 216703] R_p/L_s + 210,61 (B/H)^2 - 14180 (B/H) + 242091.$$

ԱՐԱԳԱՀՈՍ ԳԵՏԵՐՈՒՄ ՋՐԻ ՈՐԱԿԻ ՁԵՎԱՓՈՆՈՒԹՅԱՆ  
ԽՈԳԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ռ լ մ

Ջրօգտագործման տեղերում ջրի որակի ուսումնասիրման համար մաթեմատիկական մոդելավորման միջոցով առաջարկվում է մի մեթոդ:

Այս մոդելների օգտագործման դժվարությունը բացատրվում է նրանցում ընդգրկված բայրայիտղ նյութերի արագությունը բնորոշող գործակիցների որոշմամբ, որը իրագործվում է բնական պայմանների կամ էլ լաբորատոր հետազոտումների հիման վրա: Լաբորատոր պայմաններում ջրի  $T=0 \div 30^{\circ}\text{C}$  ջերմաստիճանի և  $V=0.5-2$  մ/վ արագության համար որոշվել են այդ գործակիցները, որոնք բաղկացած են ստատիկ և դինամիկ բաղադրիչներից: Լաբորատոր պայմաններից բնականին անցնելու համար օգտագործված է գործակիցը, որը կախված է գետի զծային չափերի հարարերակցությունից:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Васильев О. Ф., Еременко Е. В.* Моделирование трансформации соединений азота для управления качеством воды в водоемах. «Водные ресурсы», 1980, № 5.
2. *Ведер А. А., Айтсем А. М.* О критерии подобия процесса превращения органических веществ. Докл. и сообщ. Всесоюз. науч.-техн. конф. по охр. поверхн. и подземн. под тн. загрязн. Таллин, изд. ТНН, 1967.
3. *Павл Ю. М.* Моделирование некоторых процессов, формирующих качество воды в Невской губе. «Сб. науч. тр. ВИННВО», вып. 8, Харьков, 1978.
4. *O'Connor D. L., Robert V. Thomann, D. Di Toro* Dynamic Water Quality Forecasting and Management, Washington, EAP-660 3-73 oop.
5. *Саградян В. К.* Экспериментальные исследования трансформации и воде соединения азота и перманганатной окисляемости в динамических и статистических условиях. Сб. «Управление качеством природных вод», Харьков, изд. ВИННВО, 1980.