ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIV, № 6, 1981 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

З. А. МАРТИРОСЯН, Г. Г. НЕРСИСЯН

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ДВУХ ЦИЛИНДРОВ С НЕИЗВЕСТНОЙ ЗОНОЙ КОНТАКТА

При конструировании современных инженерных сооружений и конструкций для расчета деталей машин весьма важно иметь представление о тех напряжениях, которые возникают в местах соединения отдельных частей двух тел.

В работе рассматривается осесимметричная контактная задача теории упругости для двух цилиндров с различными упругими свойствами, имеющих конечные длины и одинаковые диаметры, которые контактируют между собой торцами при сжимающей внешней торцевой нагрузке. На боковых поверхностях цилиндров нормальные и касательные напряжения равны нулю. Контакт между цилиндрами принимается гладким, а зона, образованная вследствии контакта двух цилиндров, считается неизвестной. На свободных торцах цилиндров приложены симметрично расположенные сжимающие нагрузки таким способом, что образуется кольцевая контактная область, наружный диаметр которой совпадет с диаметром цилиндров (рис. 1.

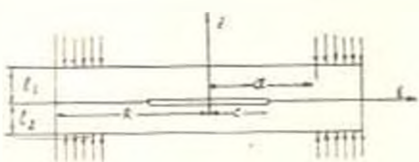

Рис.

Решение рассматриваемой задачи аналогично [1, 2]. Для частных значений внешней нагрузки, упругих постоянных и размеров цилиндров вычислены размеры области контакта и напряжения в контактной зоне.

Подробная библиография по этому вопросу приводится в [3].

1. Граничные условия и условия контакта рассматриваемой задачи имеют вид:

$$\sigma_z^{(1)}(r, l_1) = \begin{cases} \sigma_{(1)}(r), & a < r < R \\ 0, & 0 \le r < a \end{cases} = a_0^{(1)} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(1)} J_0(\beta_k r),$$

$$\tau_{rz}^{(1)}(r, l_1) = 0; \tag{1.1}$$

$$\sigma_r^{(i)}(R,\ z) = \tau_{rz}^{(i)}(R,\ z) = 0, \qquad (i = 1,\ 2); \tag{1.2}$$

$$\sigma_z^{(1)}(r,\ 0) = \sigma_z^{(2)}(r,\ 0), \qquad \tau_{rz}^{(1)}(r,\ 0) = -\tau_{rz}^{(2)}(r,\ 0) = 0; \tag{1.3}$$

$$\begin{cases} \sigma_z^{(1)}(r,\ 0) = 0, & 0 \leqslant r < c, \\ u_z^{(1)}(r,\ 0) = -u_z^{(2)}(r,\ 0), & c < r < R, \end{cases} \tag{1.4}$$

где l_i — длины; R — радиус цилиндров; $J_n(x)$ — функция Бесселя действительного аргумента первого рода; β_k — положительные корни уравнения $J_1(\beta_k R) = 0$.

Все величины, относящиеся к верхнему цилиндру, отмечены индексом 1, а к нижнему — индексом 2.

Функции напряжений Лява ищем в виде [4]:

$$\Phi^{(i)}(r,\ z) = z(A_i r^2 + B_i z^2 + C_i z + \sum_{k=1}^{\infty} [E_k^{(i)} I_0(\lambda_{ki} r) +$$

$$+ G_k^{(i)} \lambda_{ki} r I_1(\lambda_{ki} r)] \sin \lambda_{ki} z) + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k^{(i)} \operatorname{sh} \beta_k z + B_k^{(i)} \operatorname{ch} \beta_k z +$$

$$+ C_k^{(i)} \beta_k z \operatorname{sh} \beta_k z + D_k^{(i)} \beta_k z \operatorname{ch} \beta_k z) J_0(\beta_k r), \tag{1.5}$$

где $I_n(x)$ — функция Бесселя первого рода от мнимого аргумента; $\lambda_{ki} = k\pi/l_i$.

Пользуясь [5], вычисляя при помощи (1.5) напряжения и перемещения, удовлетворим далее условиям (1.1) — (1.4), и введя также обозначения:

$$\lambda_{ki}^3\, l_i G_k^{(i)} I_1(\lambda_{ki} R) = y_k^{(i)}, \tag{1.6}$$

получим следующие соотношения:

$$A_i = \frac{\nu_i}{2(1+\nu_i)}\, a_0^{(i)}; \qquad B_i = \frac{1-2\nu_i}{6(1+\nu_i)}\, a_0^{(i)}; \tag{1.7}$$

$$B_k^{(i)} + 2\nu_i C_k^{(i)} = 0; \tag{1.8}$$

$$A_k^{(i)} \operatorname{sh} \mu_{ki} + C_k^{(i)} \mu_{ki} \operatorname{sh} \mu_{ki} + D_k^{(i)} [2\nu_i \operatorname{sh} \mu_{ki} + \mu_{ki} \operatorname{ch} \mu_{ki}] = 0; \tag{1.9}$$

$$-A_k^{(i)} \operatorname{ch} \mu_{ki} - C_k^{(i)} (\mu_{ki} \operatorname{ch} \mu_{ki} - \operatorname{sh} \mu_{ki}) -$$

$$- D_k^{(i)} [\mu_{ki} \operatorname{sh} \mu_{ki} - (1-2\nu_i) \operatorname{ch} \mu_{ki}] = a_k^{(i)}/\beta_k^3 - P_{ki}; \tag{1.10}$$

$$-A_k^{(1)} + (1-2\nu_1) D_k^{(1)} + A_k^{(2)} - (1-2\nu_2) D_k^{(2)} = p_{k2}^* - p_{k1}^*; \tag{1.11}$$

$$
\left\{
\begin{aligned}
& a_0^{(1)} + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^2 \left[-A_k^{(1)} + (1 - 2\nu_1) D_k^{(1)} \right] J_0(\beta_k r) = \\
& \quad = -\frac{4}{l_1 R} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k^2 J_0(\beta_k r)}{J_0(\beta_k R)} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\lambda_{p1} J_p^{(1)}}{(\lambda_{p1}^2 + \beta_k^2)^2}, \qquad 0 \leqslant r < c, \\
& q_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^2 \left[(1 - \nu_1) C_k^{(1)} + G (1 - \nu_2) C_k^{(2)} \right] J_0(\beta_k r) = 0, \\
& \qquad\qquad c < r < R;
\end{aligned}
\right. \tag{1.12}
$$

$$
y_k^{(i)} = \frac{4\lambda_{ki}^2}{\varphi_k^{(i)}} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\beta_p^4 J_0(\beta_p R) \left[(-1)^k \left(C_p^{(i)} \operatorname{ch} \mu_{pi} + D_p^{(i)} \operatorname{sh} \mu_{pi} \right) - C_p^{(i)} \right]}{(\lambda_{ki}^2 + \beta_p^2)^2}, \tag{1.13}
$$

где

$$
\mu_{ki} = \beta_k l_i; \qquad G = \frac{G_1}{G_2}; \qquad q_0 = (1 - 2\nu_1) C_1 + G (1 - 2\nu_2) C_2;
$$

$$
\varphi_k^{(i)} = \lambda_{ki} R - \lambda_{ki} R \frac{J_0^2(\lambda_{ki} R)}{J_1^2(\lambda_{ki} R)} + \frac{2(1 - \nu_i)}{\lambda_{ki} R}; \tag{1.14}
$$

$$
P_{ki} = \frac{4}{\beta_k l_i R J_0(\beta_k R)} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p \lambda_{pi} Y_p^{(i)}}{(\lambda_{pi}^2 + \beta_k^2)^2};
$$

$$
P_{ki}^{*} = \frac{4}{\beta_k l_i R J_0(\beta_k R)} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\lambda_{pi} Y_p^{(i)}}{(\lambda_{pi}^2 + \beta_k^2)^2};
$$

G_i — модуль упругости; ν_i — коэффициент Пуассона.

Обозначим:

$$
(1 - \nu_1) C_k^{(1)} + G (1 - \nu_2) C_k^{(2)} = \frac{X_k}{\beta_k^2}, \tag{1.15}
$$

представляя X_k в виде

$$
X_k = \frac{1}{(\beta_k c)^{3/2} J_0^2(\beta_k R)} \sum_{n=0}^{\infty} b_n J_{2n+3/2}(\beta_k c) \tag{1.16}
$$

$$
(k = 0, 1, 2, \ldots) \qquad \beta_0 = 0
$$

и подставляя значения $A_k^{(i)}$, $C_k^{(i)}$, $D_k^{(i)}$, которые определяются из соотношений (1.9)—(1.11) и (1.15), в (1.13) и (1.12), получим:

$$
Y_k^{(1)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_{kn}^{(1)} b_n + \sum_{n=1}^{\infty} c_{kn}^{(1)} Y_n^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} d_{kn}^{(1)} Y_n^{(2)} + A_k^{(1)}; \tag{1.17}
$$

$$
Y_k^{(2)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_{kn}^{(2)} b_n + \sum_{n=1}^{\infty} d_{kn}^{(2)} Y_n^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} c_{kn}^{(2)} Y_n^{(2)} + A_k^{(2)}, \tag{1.18}
$$

где

$$
a_{kn}^{(i)} = \frac{4\lambda_{ki}^2}{\varphi_k^{(i)} c^{3/2}} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\beta_p^{1/2} Q_p^{(3-i)} \left[H_p^{(i)} - (-1)^k F_p^{(i)} \right]}{\Delta_p J_0(\beta_p R) (\lambda_{ki}^2 + \beta_p^2)^2} J_{2n+3/2}(\beta_p c)
$$

$$
(i = 1, 2);
$$

$$c_{kn}^{(i)} = \frac{16\lambda_{ni}^{3}}{Rl_i\varphi_k^{(i)}} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\beta_p^3}{(\lambda_{ni}^2+\beta_p^2)^2} \times$$

$$\times \left| \frac{(-1)^k(-1)^n\left[\alpha^{(i)}\operatorname{sh}^2\mu_{pi}Q_p^{(3-i)}+\alpha^{(3-i)}H_p^{(1)}H_p^{(2)}\right]}{\Delta_p(\lambda_{ni}^2+\beta_p^2)^2}\lambda_{ni}-\right.$$

$$\left. -\frac{\left[(-1)^k+(-1)^n\right]\alpha^{(3-i)}F_p^{(i)}H_p^{(3-i)}-\alpha^{(3-i)}H_p^{(1)}H_p^{(2)}}{\Delta_n(\lambda_{ni}^2+\beta_p^2)^2}\lambda_{ni}\right|;$$

$$d_{kn}^{(i)} = -\frac{16\lambda_{ni}^2\alpha^{(3-i)}}{Rl_{3-i}\varphi_k^{(i)}}\sum_{p=1}^{\infty}\times$$

$$\times\frac{\beta_p^3\left[(-1)^k(-1)^nF_p^{(1)}F_p^{(2)}-(-1)^kF_p^{(i)}H_p^{(3-i)}-(-1)^nF_p^{(3-i)}H_p^{(i)}+H_p^{(1)}H_p^{(2)}\right]}{\Delta_p(\lambda_{ki}^2+\beta_p^2)^2(\lambda_{ni}^2+\beta_p^2)^2}\lambda_{ni}; \tag{1.19}$$

$$A_k^{(i)} = \frac{4\lambda_{ki}^2}{\varphi_k^{(i)}}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{\beta_pJ_0(\beta_pR)}{(\lambda_{ki}^2+\beta_p^2)^2}\times$$

$$\times\left|\frac{\alpha^{(3-i)}F_p^{(i)}H_p^{(3-i)}-(-1)^k\left[\alpha^{(i)}\operatorname{sh}^2\mu_{pi}Q_p^{(3-i)}+\alpha^{(3-i)}H_p^{(1)}H_p^{(2)}\right]}{\Delta_p}a_p^{(i)}+\right.$$

$$\left.+\alpha^{(3-i)}\frac{(-1)^kF_p^{(1)}F_p^{(2)}-H_p^{(i)}F_p^{(3-i)}}{\Delta_p}a_p^{(3-i)}\right|;$$

$$H_p^{(i)} = \operatorname{sh}\mu_{pi}\operatorname{Ch}\mu_{pi}+\mu_{pi};\qquad Q_p^{(i)} = \operatorname{sh}^2\mu_{pi}-\mu_{pi}^2,$$

$$F_p^{(i)} = \operatorname{sh}\mu_{pi}+\mu_{pi}\operatorname{Ch}\mu_{pi};\quad \Delta_p = -\left[(1-\nu_1)H_p^{(1)}Q_p^{(2)}+G(1-\nu_2)H_p^{(2)}Q_p^{(1)}\right];$$

$$\alpha^{(1)} = (1-\nu_1);\qquad \alpha^{(2)} = G(1-\nu_2)\qquad (i=1,\ 2),$$

а также систему парных рядов-уравнений:

$$a_0^{(1)}+\gamma\sum_{k=1}^{\infty}(1-M_k)\beta_kX_kJ_0(\beta_kr) = \sum_{k=1}^{\infty}N_kJ_0(\beta_kr),\qquad 0\leqslant r<c;$$

$$q_0+\sum_{k=1}^{\infty}X_kJ_0(\beta_kr) = 0,\qquad c<r<R; \tag{1.20}$$

где

$$\Delta_kM_k = -\{(1-\nu_1)Q_k^{(2)}\left[\operatorname{sh}\mu_{k1}(\operatorname{ch}\mu_{k1}-\operatorname{sh}\mu_{k1})+\mu_{k1}(1+\mu_{k1})\right]+$$

$$+G(1-\nu_2)Q_k^{(1)}\left[\operatorname{sh}\mu_{k2}(\operatorname{ch}\mu_{k2}-\operatorname{sh}\mu_{k2})+\mu_{k2}(1+\mu_{k2})\right]\}; \tag{1.21}$$

$$\Delta_kN_k = (1-\nu_1)F_k^{(1)}Q_k^{(2)}(a_k^{(1)}-\beta_k^3P_{k1})+G(1-\nu_2)F_k^{(2)}Q_k^{(1)}(a_k^{(2)}-\beta_k^3P_{k2})-$$

$$-\Delta_k\beta_k^3P_{k1}^{*}-\beta_k^3G(1-\nu_2)Q_k^{(1)}H_k^{(2)}(P_{k1}^{*}-P_{k2}^{*});$$

$$\gamma = -\frac{1}{1 + \nu_1 + G(4 - \nu_2)}.$$

Применяя известные методы решения парных рядов-уравнений [1, 6, 7], решение уравнений (1.20) сводится к решению следующей бесконечной системы линейных алгебраических уравнений:

$$b_s = \sum_{n=0}^{\infty} a_{sn} b_n + \sum_{n=1}^{\infty} c_{sn}^{(1)} Y_n^{(1)} + \sum_{n=1}^{\infty} c_{sn}^{(2)} Y_{sn}^{(2)} + d_s, \tag{1.22}$$

где $s = 0, 1, 2, \ldots$

$$a_{sn} = 2(4s + 3)\left[\frac{(-1)^{n+s}}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{K_1(u)}{yI_1(y)} I_{2n+3/2}\left(\frac{cy}{R}\right) I_{2s+3/2}\left(\frac{cy}{R}\right) dy + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{R^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{M_k J_{2n+3/2}(\beta_k c) J_{2s+3/2}(\beta_k c)}{\beta_k^2 J_0^2(\beta_k R)}\right];$$

$$c_{sn}^{(1)} = -\frac{8(1 - \nu_1)(4s + 3)c^{3/2}}{\gamma l_1 R^3}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{[(-1)^n F_k^{(1)} - H_k^{(1)}]\, Q_k^{(2)}}{\Delta_k} \times$$

$$\times \frac{\beta_k^{1/2} \lambda_{n1} J_{2s+3/2}(\beta_k c)}{J_0(\beta_k R)(\lambda_{n1}^2 + \beta_k^2)^2}; \tag{1.23}$$

$$c_{sn}^{(2)} = -\frac{8G(1 - \nu_2)(4s + 3)c^{3/2}}{\gamma l_2 R^3} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty}\frac{[(-1)^n F_k^{(2)} - H_k^{(2)}]\, Q_k^{(1)} \beta_k^{1/2} \lambda_{n2} J_{2s+3/2}(\beta_k c)}{\Delta_k J_0(\beta_k R)(\lambda_{n2}^2 + \beta_k^2)^2};$$

$$d_s = \frac{2(4s + 3)c^{3/2}}{\gamma R^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(1 - \nu_1) F_k^{(1)} Q_k^{(2)} a_k^{(1)} + G(1 - \nu_2) F_k^{(2)} Q_k^{(1)} a_k^{(2)}}{\Delta_k \beta_k^{3/2}} \times$$

$$\times J_{2s+3/2}(\beta_k c) - \frac{4c^2 a_0}{\gamma R^2 \sqrt{2\pi}}\,\delta_{0s};$$

$$b_0 = 3\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, q_0;$$

$K_n(x)$ — функция Бесселя от мнимого аргумента второго рода; δ_{0s} — символ Кронекера.

Бесконечные системы (1.17), (1.18) и (1.22) квази-вполне регулярны [3].

Подставляя значение X_2 по формуле (1.16) в первое уравнение (1.20), согласно [1, 2] получим выражение для определения контактного нормального напряжения.

Неизвестную величину c можно определить из условия равенства нулю контактного напряжения на границе области контакта.

2. *Примеры.* На свободных торцах цилиндров приложены равномерно распределенные нормальные нагрузки (рис.):

$$\sigma_z^{(1)}(r, l_1) = \begin{cases} 0, & 0<r<a \\ -P, & a<r<R \end{cases} = -\frac{R^2-a^2}{R^2}p + \frac{2aP}{R^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_1(\beta_k a)}{\beta_k J_0^2(\beta_k R)}J_0(\beta_k r). \qquad (2.1)$$

Целью вычислений является определение размеров области контакта и величины контактного нормального напряжения. Для этого предварительно необходимо найти зависимость радиуса контактной области c от l, что связано с большим объемом вычислений. Во избежание отмеченных трудностей в работе задаются значения c и a и при заданных значениях упругих характеристик материалов определяется l ($l_1 = l_2 = l$). По формулам (1.24) и (1.27) вычислены контактные напряжения для каждого c, соответствующего заданному радиусу a распределенных внешних нагрузок.

Вычисления проведены для значений: $\frac{r}{R} = 0;\ 0{,}1;\ 0{,}2; \ldots; 0{,}9;$ $\nu_1 = 0{,}1;\ 0{,}3;\ 0{,}4;$ $\nu_2 = 0{,}1;\ 0{,}3;\ 0{,}4;$ $G = 0{,}05;\ 0{,}5;\ 1;\ 2;\ 20;$ $a = 0{,}99R$.

Значения длины цилиндра ($l = l_1 = l_2$) при различных размерах области контакта, коэффициентов Пуассона и модулей упругости материалов цилиндров для $a = 0{,}99R$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения l/R

ν	G \ c/R	0,1	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\nu_1 = \nu_2 = 0{,}1$	0,05	0,9266	0,8684	0,7456	0,6562	0,5497	0,4175	0,2537
	0,5	0,9266	0,8691	0,7462	0,6569	0,5503	0,4181	0,2528
	1	0,9266	0,8682	0,7464	0,657	0,5508	0,4187	0,2520
$\nu_1 = 0{,}1$, $\nu_2 = 0{,}3$	0,05	0,925	0,8675	0,7459	0,6569	0,5487	0,4181	0,2528
	0,5	0,9187	0,8628	0,7397	0,6506	0,5441	0,4134	0,2497
	1	0,9156	0,8581	0,7366	0,6475	0,5425	0,4119	0,2481

Значения нормального контактного напряжения для различных l при $a = 0{,}99R$, $\nu_1 = \nu_2 = 0{,}1$, $G = 0{,}5$ и $\varepsilon = \frac{R-c}{2R}$ приведены в табл. 2.

На основании данных вычислений, часть которых приведена в табл. 1 и 2, заключаем, что изменение модулей сдвига и коэффициентов Пуассона материалов слоев мало влияет на размеры области контакта и на напряженное состояние цилиндров.

Таблица 2

Значения напряжений $-10^{-2}\frac{\sigma_z}{p}$

$\frac{R-c_1}{R}$ \ c/R	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$c+\alpha$	19	30	45	60	79	107	148	220	459
$c+2\alpha$	46	67	86	107	134	171	232	345	678
$c+3\alpha$	88	110	132	158	190	235	307	446	852
$c+4\alpha$	140	164	187	213	248	301	385	548	1019
$c+5\alpha$	200	227	240	268	303	362	450	649	1212
$c+6\alpha$	256	270	287	317	352	413	521	725	1421
$c+7\alpha$	294	306	326	352	385	445	564	826	1591
$c+8\alpha$	343	352	368	396	437	508	630	892	1656

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 11. V. 1981

Զ. Ա. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Գ. Գ. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ

ԵՐԿՈՒ ԳԼԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ ԱՆՀԱՅՏ ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ՏԻՐՈՒՅԹՈՎ ԱՌԱՆՑՔԱՍԻՄԵՏՐԻԿ ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐ

Ամփոփում

Դիտարկվում է ճակատներով հպված, տարբեր առաձգական հատկություններ, միևնույն տրամագծեր և վերջավոր երկարություններ ունեցող երկու շրջանային գլանների առաձգականության տեսության առանցքասիմետրիկ խնդիրը։ Նորմալ և շոշափող լարումները գլանային մակերևույթների վրա բացակայում են։ Դիտարկվում է արտաքին այնպիսի բեռ, որի դեպքում առաջանում է օղակաձև կոնտակտի տիրույթ, որի չափերը անհայտ են։ Խնդրի լուծումը ներկայացվում է Ֆուրյեի և Ֆուրյե-Դինիի շարքերի միջոցով։ Այդ շարքերի գործակիցների որոշման համար ստացվում են գծային հավասարումների անվերջ համակարգեր և Բեսելի ֆունկցիաներ պարունակող զույգ շարք-հավասարումներ, որոնց լուծումները հանգեցված են քվազի-լիովին կանոնավոր գծային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ համակարգերի լուծմանը։ Բերված թվային օրինակում որոշվում է կոնտակտի տիրույթի չափը և լարումները կոնտակտների մակերևույթների վրա։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мартиросян З. А., Нерсисян Г. Г.* Некоторые контактные задачи для двух конечных цилиндров из различных материалов. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXXIII, № 1, 1980.
2. *Нерсисян Г. Г.* Об одной контактной задаче для двух цилиндров с неизвестной зоной контакта. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXXIII, № 6, 1980.

3. *Мартиросян З. А.* Осесимметричная контактная задача для двух цилиндров. «Известия АН АрмССР. Механика», т. XXXII, № 2, 1979.
4. *Абрамян Б. Л.* К задаче осесимметричной деформации круглого цилиндра. «Доклады АН АрмССР», т. XIX, № 1, 1954.
5. *Тимошенко С. П.* Теория упругости. М., ОНТИ, 1937.
6. *Cooke J. C., Tranter C. J.* Dual Fourier-Bessel series. The Quart. Journ. of Mech. and Appl. Mathem. August, V. XII, p. 2, 1959. Oxford.
7. *Баблоян А. А., Мелконян А. П.* О двух смешанных осесимметричных задачах теории упругости. «Известия АН АрмССР. Механика», т. XXII, № 5, 1969.