

МАШИНОСТРОЕНИЕ

А. К. ГЕВОРКЯН

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛА
 ИЗГИБНОЙ ВЫНОСЛИВОСТИ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА

Зубья зубчатых колес имеют отклонения размеров в пределах допусков, разброс механических характеристик и, соответственно, значительное рассеивание ресурсов. Поэтому расчет зубчатых колес целесообразно проводить с применением вероятностных методов и теории подобия усталостного разрушения [1].

Цель данного исследования — получить формулы для оценки предела выносливости зубьев зубчатых колес, соответствующего заданной вероятности безотказной работы, по результатам испытаний на усталость цилиндрических образцов и образца — зубчатого колеса. В статье, в развитие работы [2], уточняется важный параметр условия подобия усталостного разрушения — расчетный наиболее напряженный объем зубьев.

Будем рассматривать (рис. 1) изменение первого главного напряжения по нормали к контуру зуба σ_y и вдоль контура σ_x около точки C , где действует максимальное значение этого напряжения σ_{max} . Очевидно, что в точке C $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_{max}$. Первое главное напряжение в различных точках зуба рассчитано с помощью метода конформного отображения [3]. Изменения этого напряжения по осям x и y вблизи точки C для различных чисел зубьев при коэффициенте смещения $X = 0$ приведены на рис. 2 и 3 сплошными линиями.

В наиболее опасном диапазоне (0,95—1,0) σ_y изменение первого главного напряжения по оси y можно принимать линейным, как показано штриховой линией на рис. 3. Тогда можно выразить

$$\sigma_y = \sigma_{max} (1 - \bar{G}_y \cdot y), \quad (1)$$

где y — расстояние, измеряемое по нормали к контуру зуба, от точки C до точки, в которой действует напряжение σ_y ; \bar{G}_y — относительный градиент первого главного напряжения вблизи точки C :

$$\bar{G}_y = \frac{1}{\sigma_{max}} \cdot \frac{\sigma_{max} - \sigma_y}{y}. \quad (2)$$

Согласно [4] можно получить формулу для оценки изменения первого главного напряжения по оси x

$$\sigma_x = \sigma_{\max} \left(1 - K \frac{x^2}{r^2} \right), \quad (3)$$

где x — расстояние, измеряемое по оси x от точки C до точки, в которой действуют напряжения σ_x ; r — радиус выкружки в точке, в которой действуют напряжения σ_{\max} ; K — коэффициент, учитывающий изменение первого главного напряжения по оси x , который согласно Нейберу определяется:

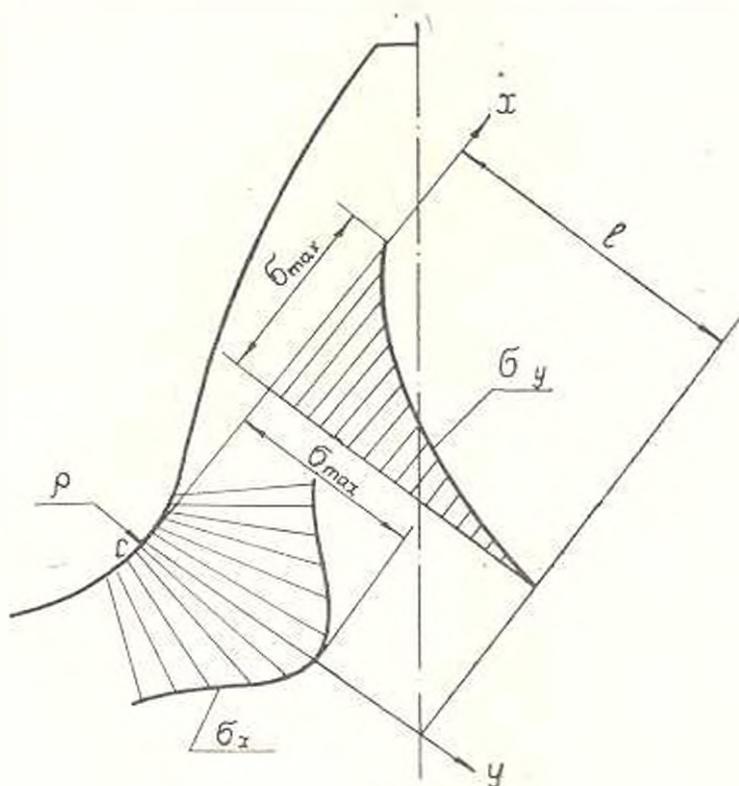


Рис. 1

при растяжении — сжатии —

$$K_r = 1 + r/2a, \quad (4)$$

а при изгибе —

$$K_a = 1 + r/a. \quad (5)$$

здесь a — расстояние от точки на контуре, в котором действует максимальное напряжение, до оси детали.

Штриховой линией на рис. 2 нанесено изменение напряжения, определенное сложением действующих в зубьях местных напряжений изгиба и сжатия, рассчитанных по формуле (3), в которую вместо σ_{\max} , соот-

ответственно, подставлялись местные напряжения изгиба и сжатия, а вместо $K - K_p$ и K_s . Заметно расхождение этих линий, которое может привести к неточности определения напряженного объема зубьев и оценки их надежности. С целью снижения погрешности расчета нами проведено уточнение значения K для зубчатых колес решением (3) относительно K . В табл. 1 представлены значения K в интересующих нас точках.

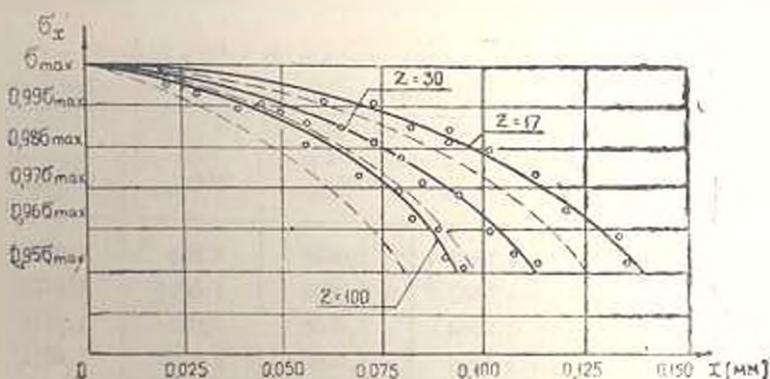


Рис. 2.

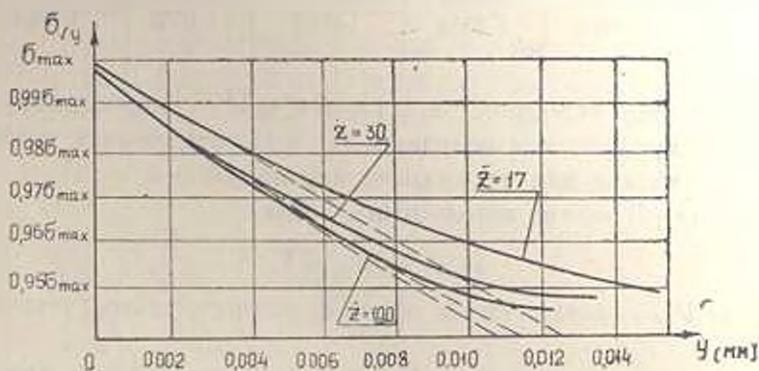


Рис. 3

Обработка результатов по методу наименьших квадратов показывает, что между коэффициентом K и отношением l/l_0 существует следующая функциональная зависимость

$$K_{зуб} = \sqrt{1 + 0.24l/l_0} \quad (6)$$

где l — длина нормали до оси зуба, как показано на рис. 1. На рис. 2 точками показано изменение первого главного напряжения по контуру выкружки зуба, полученное расчетом по формулам (3), (6).

В работе [2] на основе статистической теории прочности «наиболее слабого звена» в предположении нормального распределения прочности звеньев и с учетом изменения первого главного напряжения по объему получена формула, позволяющая по результатам испытания образцов оценить предел выносливости детали σ_p , соответствующий вероятности безотказной работы P

$$\sigma_p = \bar{\sigma}_{об} [1 + v_{об} (\varepsilon U_p - \mu)], \quad (7)$$

где $\bar{\sigma}_{об}$, $v_{об}$ — среднее значение предела выносливости, и коэффициент вариации цилиндрического образца; U_p — квантиль нормального распределения; μ — параметр положения, зависящий от отношения n напряженных объемов детали и образца; ε — параметр рассеивания, зависящий от n .

Таблица 1

ε	K				
	0,99 σ_{max}	0,98 σ_{max}	0,97 σ_{max}	0,96 σ_{max}	0,95 σ_{max}
17	1,0847	1,0853	1,0858	1,086	1,0862
20	1,0678	1,0682	1,0684	1,0694	1,0707
25	1,056	1,0563	1,0568	1,057	1,0571
30	1,0496	1,0499	1,0508	1,0509	1,0511
40	1,0432	1,0438	1,0439	1,044	1,0442
60	1,0383	1,0389	1,039	1,0392	1,0395
100	1,0353	1,0354	1,0355	1,0355	1,0357

В диапазоне вероятностей $0,1 < P < 0,995$, аппроксимируя нормальным распределением величины σ_p , в [5] предложена методика и составлена таблица для нахождения параметров μ и ε .

Формулу (7) можно использовать, когда

$$n = V_d / V_{об} > 1, \quad (8)$$

где V_d и $V_{об}$ — напряженные объемы, соответственно, детали и образца.

Может оказаться, что $n < 1$. Тогда надо использовать следующие формулы:

$$\bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_{об} (1 + v_{об} \mu^* / \varepsilon^*); \quad (9)$$

$$\sigma_p = \bar{\sigma}_x (1 + v_x \cdot U_p), \quad (10)$$

где μ^* , ε^* — параметры положения и рассеивания, вычисленные, по соответствию $n^* = 1/n$ и n^* при $U_p = -1$; $v_x = \frac{1}{\mu} + \frac{\varepsilon^*}{\bar{\sigma}_{об}}$ — коэффициент вариации предела выносливости детали.

Чтобы воспользоваться этими формулами при оценке надежности зубьев на изгиб по результатам испытания образцов с выточкой, следует оценить коэффициент n отношения напряженных объемов. Из уравнений (1), (3) получим размеры зоны сечения, в которой действуют повышенные напряжения

$$x = r \sqrt{\frac{1}{K} \left(1 - \frac{\sigma_x}{\sigma_{max}} \right)},$$

$$y = \frac{1}{\bar{\sigma}_y} \left(1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_{\max}} \right)$$

и по ним можно определить объемы

$$V_x \approx x_x \cdot y_x \cdot L; \quad (11)$$

$$V_{об} \approx x_{об} \cdot y_{об} \cdot L. \quad (12)$$

где L — часть периметра опасного сечения, прилегающая к зоне повышенной напряженности. На основании зависимостей вида (8), (11), (12) получена формула для определения коэффициента и отношения напряженных объемов, которая учитывает наиболее напряженный объем зуба и образца с выточкой

$$n = \frac{b \cdot \sigma_{зуб} \bar{\sigma}_{y_{об}}}{n \sigma_{y_{об}} \bar{\sigma}_y} \sqrt{\frac{K_{об}}{K_{зуб}}}. \quad (13)$$

Таблица 2

Поз.	d , мм	r , мм	$\bar{\sigma}_y$, 1/мм	σ_{-1} , МПа	$K_{об}$
1	5,52	0,26	8,062	240	1,0719
2	5,52	2	1,363	386	1,7246
3	7,52	12	0,482	440	4,1915

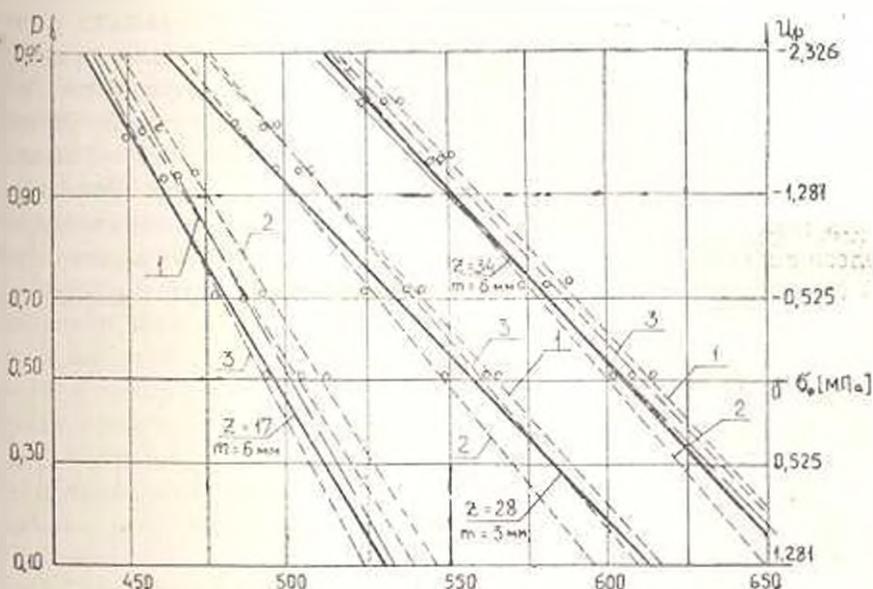


Рис. 4.

По данным табл. 2 [6] для нормального распределения предела выносливости на рис. 4 проведено составление расчетного закона рас-

предела выносливости зуба зубчатого колеса с экспериментальными данными других авторов. Сплошной линией показано распределение предела выносливости, полученного экспериментальным путем, а штриховой линией — расчетные (номера соответствуют позициям образцов в табл. 2). Расчетный закон получен перерасчетом по формулам (7), (10), (13) с учетом коэффициентов, учитывающих характер цикла $R_c = 1,3$ и шероховатости $K_f = 0,87$:

$$\sigma_p = R_c K_f \bar{\sigma}_{z=28} [1 + \gamma_{z=28} (n U_p - 1)] \quad \text{при } n > 1; \quad (14)$$

$$\sigma_p = R_c K_f \bar{\sigma}_{z=28} (1 + \gamma_{z=28} U_p) \quad \text{при } n < 1. \quad (15)$$

Как видно на рис. 4, расхождение расчетных и экспериментальных данных, в среднем, не превышает 3—4%.

Подсчитав по формуле (13) отношение напряженных объемов детали и цилиндрического образца, изготовленных из материала одной плавки, а также имея экспериментальные данные среднего $\bar{\sigma}_{z=28}$ и среднего квадратического отклонения $S_{z=28}$ предела выносливости цилиндрического образца, по формулам (14) или (15) можно определить предел выносливости зуба зубчатого колеса, соответствующий заданной вероятности безотказной работы P .

Как показали многочисленные эксперименты [1], оценки рассеивания характеристик сопротивления усталости детали при помощи коэффициента вариации предела выносливости образца имеют существенное расхождение. Погрешность оценки можно свести к минимуму, если иметь результаты экспериментов на сопротивление усталости идентичной детали при нулевом цикле. Для получения данных среднего и среднего квадратического отклонения предела выносливости детали согласно ГОСТ 21078-79 рекомендуется испытывать не менее 20 образцов. Это свидетельствует о целесообразности испытаний зубчатых колес с числом зубьев $z \geq 20$. В качестве образца нами предлагается взять наиболее часто применяемое в машинах и испытаниях зубчатое колесо с $z = 28$ и $m = 3$ мм. С учетом значения параметра этого зубчатого колеса $\rho = 1,5609$ мм, $L = b = 10$ мм, $\bar{\sigma}_y = 4,971$ мм, $K = 1,051$ формулу (13) можно представить в виде

$$n = 0,316 \frac{z-b}{\bar{\sigma}_y / K_{dyn}} \quad (16)$$

Обозначим в формуле (7)

$$[1 + \gamma_{z=28} (n U_p - 1)] = K_R, \quad (17)$$

тогда

$$\sigma_p = \bar{\sigma}_{z=28} K_R, \quad (18)$$

где K_R — коэффициент надежности зуба зубчатого колеса, соответствующий вероятности безотказной работы P ; $\bar{\sigma}_{z=28}$ — среднее значение предела выносливости зуба зубчатого колеса с $z = 28$ и $m = 3$ мм.

Если по формуле (16) $n < 1$, тогда надо использовать зависимости (9) и (10).

Таблица 3

n	K_R		
	$P = 0,95$	$P = 0,99$	$P = 0,995$
1	0,77	0,674	0,64
1,5	0,744	0,654	0,621
2	0,726	0,64	0,607
2,5	0,713	0,625	0,601
3	0,701	0,618	0,587
3,5	0,694	0,612	0,58
4	0,685	0,606	0,574
4,5	0,68	0,602	0,569
5	0,675	0,597	0,567
5,5	0,671	0,592	0,562
6	0,667	0,587	0,557
6,5	0,663	0,583	0,554
7	0,658	0,579	0,551
7,5	0,654	0,576	0,549
8	0,651	0,574	0,546
8,5	0,649	0,572	0,544
9	0,646	0,569	0,542
9,5	0,643	0,565	0,541
10	0,64	0,56	0,539

Для инженерных расчетов в табл. 3 приведены значения K_R , рассчитанные по зависимости (16), (17) для различных вероятностей безотказной работы. Графические построения показали, что в диапазоне $P = 0,7 \div 0,995$ связь между n и K_R практически линейна. Это позволяет определить K_R для промежуточных значений n линейной интерполяции по табличным значениям.

Экспериментально полученные среднее и среднее квадратическое отклонения предела выносливости зуба зубчатого колеса с $z = 28$ и $m = 3$ мм по формулам (16)–(18) пересчитаны на значения для $z = 17$, $m = 6$ мм и $z = 34$, $m = 6$ мм. Результаты пересчета показаны штрихпунктирной линией на рис. 4, откуда видно, что расхождение между расчетным законом распределения пределов выносливости и экспериментальными данными, в среднем, составляет 1,5–2,5%, которое можно считать приемлемым для технических расчетов.

Проведенные исследования позволяют вместо неопределенной величины коэффициента запаса прочности оценить вероятность безотказной работы зубчатого колеса. В дальнейшем точность предлагаемого метода предполагается уточнить по результатам специально организованных испытаний на надежность зубьев зубчатых колес.

ԱՏԱՐՆԱԿԻ ԱՏԱՄԻ ԿՐՄԱՆ ԳԻՄՆԵՅԻՈՒՆՈՒԹՅԱՆ
ՍԱՀՄԱՆԻ ԲԱՇԽՄԱՆ ՊԵՐԱՄԵՏՐՆԵՐԻ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ու լ մ

Ամրության միջակայքական «ստադեկ թույլ օղակի» տեսության հիման վրա և օղակների ամրության նորմալ բաշխման ենթադրմամբ ստադարկված է մեթոդ առամնանվի առումների դիմացկունության սահմանի ղնահատման համար, որը համապատասխանում է անխափան աշխատանքի տրված հալա-նականությանը: Առաջարկված մեթոդում ընդունված թույլագրությունները հաս-տատվում են հաշվարկման արդյունքների և փորձնական սվլյալների համընկ-ման բարձր ճշտությամբ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Сервисен С. В., Козачи В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. М., «Машиностроение», 1975.
2. Решетов Д. П., Иванов А. С. Оценка влияния абсолютных размеров на прочность детали по рассеиванию характеристик прочности образцов. «Вестник машиностроения», 1978, № 7.
3. Устищенко В. Л. Напряженное состояние зубьев цилиндрических прямозубых колес. М., «Машиностроение», 1972.
4. Ваганов Р. Л. Статистическая теория рассеивания случайной координаты повреждения тела. «Машиноведение», 1970, № 4.
5. Решетов Д. П., Иванов А. С., Фадеев В. Э. Оценка надежности системы типа цепи. «Известия ВУЗов. Машиностроение», 1978, № 11.
6. Тибапов В. П. Исследование прочности валов осей при низких температурах. Автореферат канд. диссерт. М., МВТУ, 1972.