

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Р. П. МАРТИРОСЯН

ВЛИЯНИЕ ДИЛАТАНСИИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ
СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ СДВИГА В МЯГКИХ ГРУНТАХ

Исследование деформаций грунтовых оснований, испытывающих динамические нагрузки, является чрезвычайно важным для инженерной сейсмологии и практики сейсмостойкого строительства.

Песчаные грунты обычно считаются хорошими естественными основаниями, однако, это верно лишь при статических нагрузках. При динамических нагрузках происходит изменение механических свойств основания и наблюдаются значительные неравномерные осадки, которые могут являться причиной потери устойчивости сооружения или возникновения дополнительных напряжений в его конструкциях.

В эпицентральной зоне сильных землетрясений на поверхности земли амплитуды поперечных волн достигают больших величин [1], поэтому при расчетах основания сооружений следует учитывать волны сдвига.

В мягких грунтах деформации сдвига вызывают объемные изменения. Это явление объясняется эффектом дилатансии [2—4, 5], который проявляется как при упругом, так и пластическом деформировании, причем, во всех случаях она может быть положительной (разуплотнение) или отрицательной (уплотнение). Знак дилатансии зависит, в основном, от исходной плотности (пористости) грунта. В [3] введено понятие критической плотности ρ_c . Если начальная плотность ρ равна критической, объем грунта при сдвиге не меняется, при $\rho > \rho_c$ грунт является переуплотненным и при сдвиге станет разрыхляться, а при $\rho < \rho_c$ грунт считается рыхлым и при сдвиге уплотняется. Однако уплотнение произойдет до достижения критического значения, после чего начнется разрыхление.

На рис. 1 показаны экспериментальные кривые, приведенные в [3—5] при изучении дилатансионных свойств песков. На участке 0—1 у плотных песков объемные изменения почти не происходят, а на участке 1—2 после пикового значения τ_m плотные пески разуплотняются с увеличением объема, а рыхлые, наоборот, уплотняются. Это продолжается до достижения значения $\tau = \tau_c$, соответствующего предела текучести.

Рассмотрим разрушение плотного грунта (рис. 1а) при распространении одномерной плоской волны сдвига типа $S//$, фронт которой поляризован в горизонтальной плоскости [1]. Координата z направлена вертикально вверх.

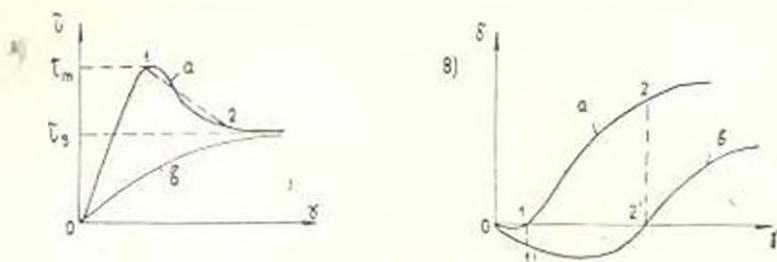


Рис. 1. Диаграмма сопротивления сдвигу (А) и соответствующий график объемного деформирования (В) для плотных (а) и рыхлых (б) песков.

Если $\tau < \tau_m$ (рис. 1а), то в грунте распространяются упругие волны. При этом можно считать, что волна сдвига не вызывает дилатансию, и при решении волновых задач используется известная теория упругих волн [1]. Когда $\tau = \tau_m$, в грунте распространяются упруго-пластические волны сдвига, вызывая дилатансию. Уравнение движения при переменной плотности $\rho(z)$ в функции объемной деформации δ будет:

$$\rho(z) \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

где V — скорость колебаний частиц в волне сдвига, а условие неразрывности деформации сдвига:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial z}, \quad (2)$$

Уравнение сохранения массы при дилатансии запишем:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial V}{\partial z} + \varphi \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

где $\varphi = \frac{\partial \Delta}{\partial t}$; Δ — абсолютная объемная деформация по направлению z .

Имея ввиду, что относительная объемная деформация

$$\delta = \frac{d\Delta}{dz} \quad \text{и} \quad \frac{d\delta}{dt} = \frac{d\delta}{dt} + \varphi \frac{\partial \delta}{\partial z},$$

уравнение (3) запишем:

$$\frac{d\delta}{dt} = -\rho \frac{d\delta}{dt}. \quad (4)$$

Интегрируя (4) при начальных условиях $\delta = 0$, $\rho = \rho_0$, получим:

$$\rho(z) = \rho_0 \exp(-\delta). \quad (5)$$

Имея ввиду, что скорость волны сдвига равна:

$$b = \sqrt{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\tau}{d\gamma}},$$

с учетом (5) получим:

$$b(z) = \sqrt{\frac{\exp \delta}{\rho_0} \cdot \frac{d\tau}{d\gamma}}, \quad (6)$$

где $b(\delta)$ — скорость волны сдвига при дилатации. При $\delta = 0$ получим известное соотношение [6].

Аппроксимируем участок 1—2 диаграммы $\tau = \tau(\gamma)$ как прямую (рис. 1а, пунктирная линия) и принимаем, в первом приближении, что модуль сдвига связан с объемной деформацией по следующему линейному закону:

$$G(\delta) = G_1(1 - k\delta) = \frac{d\tau}{d\gamma}. \quad (7)$$

где G_1 — модуль пластического сдвига; k — некоторый постоянный коэффициент при условии $k < 1$.

Для скорости волны из (6) с учетом (7) получим

$$b(z) = b_1 \sqrt{1 - k\delta} \exp(\delta/2). \quad (8)$$

Преобразуем $\frac{\partial \gamma}{\partial t}$ в следующем виде:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial t} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial \tau}. \quad (9)$$

С учетом (6) из (9) имеем:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{1}{b^2(\delta) \rho(\delta)} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t}$$

или имея в виду (5) и (8), получим:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \frac{1}{b_1^2 \rho_0 (1 - k\delta)} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t}. \quad (10)$$

Подставляя значение $\rho(\delta)$ из (5) в уравнение (1) и значение $\frac{\partial \gamma}{\partial t}$ из (10) в уравнение (2), получим следующую систему двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \exp(-\delta) \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial z} &= 0; \\ \frac{1}{1 - k\delta} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t} - b_1^2 \rho_0 \frac{\partial V}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Исходя из существующих экспериментальных данных, можно предполагать, что при дилатансии вертикальная деформация является функцией от координаты z (рис. 2). Если эту зависимость аппроксимировать квадратной параболой $\Delta = k_1 z^2$, получим:

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\Delta}{dz} = 2k_1 z, \quad (12)$$

где k_1 — некоторый постоянный коэффициент, который меняется в зависимости от величин нормального давления и коэффициента пористости грунта.

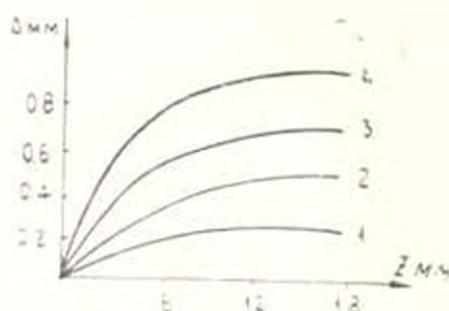


Рис. 2 Зависимость вертикальной деформации Δ от координаты z . Кривые 1—4 соответствуют значениям деформации сдвига $\gamma = 3, 6, 9$ и 12 .

Подставляя значение $\dot{\epsilon}$ из (12) в (11), получим следующую систему с переменными коэффициентами

$$\begin{cases} \exp(-2k_1 z) \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0; \\ \frac{1}{(1 - 2kk_1 z)} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} - b_{1\rho_0}^2 \frac{\partial V}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Система (13) имеет следующие характеристики:

$$\frac{dz}{1 - 2kk_1 z} \cdot \exp(k_1 z) = b_1 dt = 0,$$

интегрируя их, получим

$$\int \frac{dz}{1 - rz} \cdot \exp(k_1 z) = b_1 t = \text{const}, \quad (14)$$

где $r = 2kk_1$.

Разложим подынтегральную функцию (14) в ряд Маклорена, ограничивая первыми двумя членами полученного ряда и интегрируя, из (14) получим:

$$z = q \cdot z^2 + b_1 t = \text{const}, \quad (15)$$

где $q = \frac{r}{2} - k_1$. Знак $(-)$ соответствует прямой волне, а $(+)$ — обратной.

На рис. 3 показано семейство положительных характеристик на координатной плоскости z, t .

Чтобы интерпретировать вид волны, анализируем выражения скорости волны $b(z)$ и модуля сдвига $G(z)$. Подставляя (12) в формулы (7) и (8), имеем:

$$G(z) = G_1(1 - rz) \quad (16)$$

и
$$b(z) = b_1 \sqrt{1 - rz} \cdot \exp(k_1 z).$$

Как видно из этих формул при $z_1 = \frac{1}{r}$, $G(z_1) = b(z_1) = 0$.

Это значит, что на координате z_1 грунт разрыхляется до такой степени, что распространение волны сдвига прекращается. Это и соответствует точке перегиба характеристики (рис. 3), после которой волновое движение превращается в течение грунта, для первой волны до координаты $z_0 = \frac{1}{q}$. После точки z_0 движение прекращается.

Из системы находим, что на характеристиках (14) выполняются следующие соотношения:

$$\frac{\exp(k_1 z)}{\sqrt{1 - rz}} dz \pm b_1 \rho_0 dV = 0. \quad (17)$$

После некоторых преобразований из (17) получим:

$$dz \pm d[b_1 \rho_0 V \sqrt{1 - rz} \exp(-k_1 z)] = \pm \rho_0 b(z) V \cdot \psi(z) dz, \quad (18)$$

где

$$\psi(z) = \left[\frac{r}{2(1 - rz)} + k_1 \right] \cdot \exp(-2k_1 z).$$

Теперь интегрируя (17), получим:

$$\pm \frac{\rho_0 b(z)}{\exp(2k_1 z)} V = \pm \int V b(z) \psi(z) dz. \quad (19)$$

Если определить значения z , то из уравнений (18) можно найти скорости колебаний частиц V .

Из системы (13), исключая V , получим следующее уравнение в частных производных второго порядка относительно z :

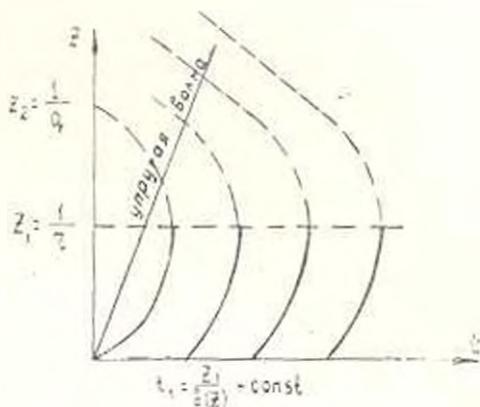


Рис. 3. Характеристики на плоскости z, t .

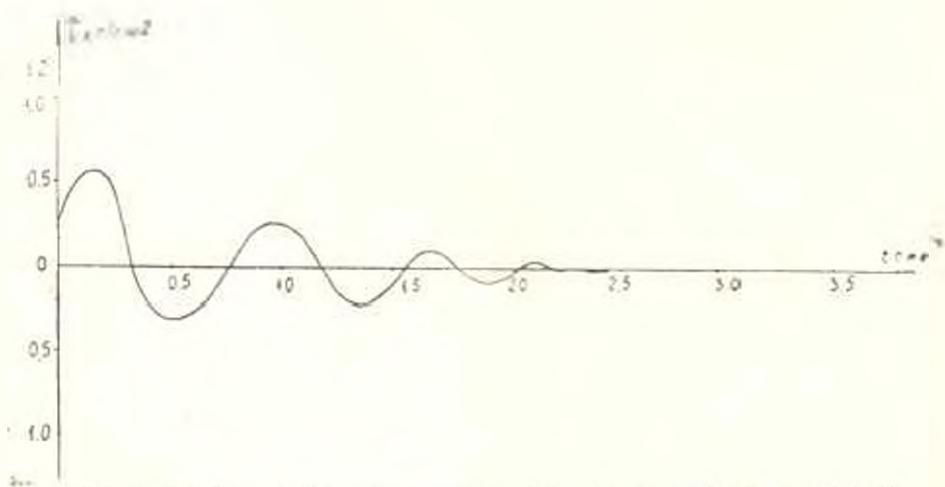
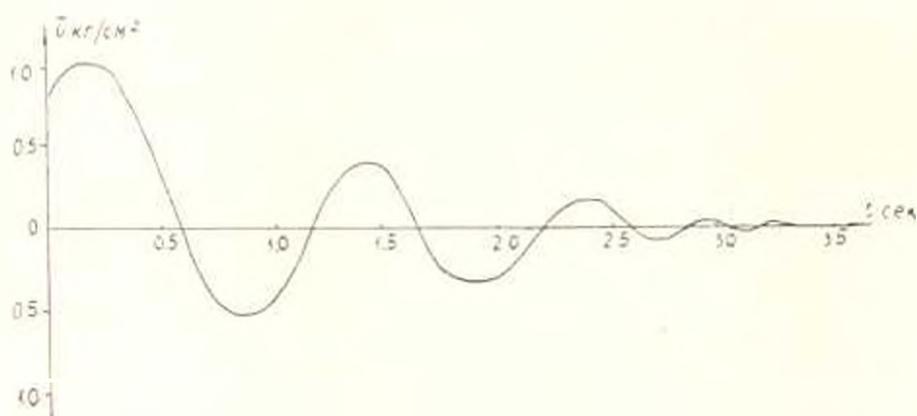
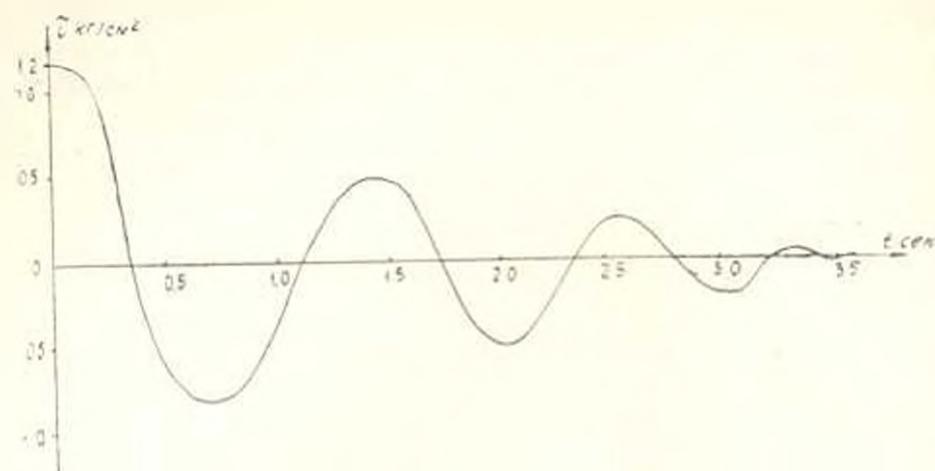


Рис. 4. График касательных напряжений на сечении: а) $z = 100$ см; б) $z = 800$ см; в) $z = 1000$ см.

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} - b^2(z) \frac{\partial^2 \tau}{\partial z^2} - 2k_1 b^2(z) \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0, \quad (20)$$

где $b(z)$ определяется по формуле (16).

Следует отметить, что уравнение (20) гиперболического типа до значения $z = z_1 = \frac{1}{r}$. За координатой z_1 уравнение (20) не имеет места, исходя из понятия характеристик, изложенного выше.

Решение уравнения (20) находим с помощью интегрального преобразования Лапласа, выраженное Бесселевыми функциями первого рода

$$\tau = \tau_0 \exp\left(-\frac{z^2}{4}\right) \left\{ \left(1 - \frac{z^2}{4}\right) \Phi(z, t) - z^2 \left[\Phi_1(z, t) + \frac{1}{2b_1^2} \frac{\partial^2 \Phi(z, t)}{\partial t^2} + r \frac{\partial^2 \Phi_1(z, t)}{\partial t^2} \right] \right\}, \quad (21)$$

где

$$\Phi(z, t) = \frac{r_1 b_1^2 z^2}{k_1^2 |t^2 - r_1^2 z^2|} J_1\left(\frac{b_1^2}{4k^2} |t^2 - r_1^2 z^2|\right); \quad \delta(t - r_1 z^2);$$

$$\Phi_1(z, t) = \frac{1}{16} J_0\left(\frac{1}{4|r_1} |t^2 - r_1 z^2|\right); \quad r_1 = \frac{r}{2b_0};$$

J_0, J_1 — функции Бесселя первого рода, соответственно нулевого и первого порядка; $\delta(t - r_1 z)$ — дельта функция Дирака.

С помощью численного анализа по формуле (21) построены графики $\tau(t)$ на сечениях $z = 400 \div 1000$ см (рис. 4).

Сравнивая эти графики, можно заметить, что амплитуды напряжений и продолжительность действия волны, вследствие дилатансии существенно убываются по координате z .

В результате проведенных исследований можно заключить:

1. Явление дилатансии существенно влияет на распространение сейсмической волны сдвига в мягких грунтах.
2. Скорость распространения волн сдвига в дилатирующем грунте зависит от физических параметров грунта.
3. Мера затухания волны сдвига зависит от исходной плотности и первоначального напряженного состояния.
4. При больших величинах дилатансии грунт стремится к потере прочности и течению.

ԳԻՒՄԱՆԱՍԻԱՅԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՓԱՓՈՒԿ ԳՐՈՒՆՆԵՐՈՒՄ
ՍԵՅՍՄԵԿ ՍԱՀՔԻ ԱՎՔԻ ՏԱՐԱԾՄԱՆ ՎՐԱ

Ա մ փ ո փ ու ս

Ուժեղ երկրաշարժերի էպիկենտրոնային զոնաներում լայնական ալիքների ամպլիտուդը հասնում է մեծ արժեքների, որի հետևանքով փափուկ զրունտներում երևան է զալիս դիատանսիայի էֆեկտը և առաջանում են նկատելի մնացորդային դեֆորմացիաներ:

Հողվածում դիտարկված է միաշափ, առաձգապլաստիկ սեյսմիկ սահքի ալիքների տարածումը փափուկ զրունտում և ի հայտ է բերված դիատանսիայի աղդեցուցյունը այդ ալիքների ինտենսիվության վրա:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Сиваренский Е. Ф., Курнос Д. П. Элементы сейсмологии и сейсмометрии. М., Гостехиздат, 1959.
2. Вязлов С. С. Реологические основы механики грунтов. М., «Высшая школа», 1978.
3. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М., «Стройиздат», 1978.
4. Дючисон Н. Я. Изменение прочности песков после динамических воздействий. НИОСП, 1967.
5. Тейлор Д. Основы механики грунтов. М., «Стройиздат», 1960.
6. Рахматулин Х. А. и др. Вопросы динамики грунтов. М., изд. МГУ, 1964.