

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Ր Ս ԺԱՎԱԽՅԱՆ

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ
 КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ С ПЛОСКИМ КОРОМЫСЛОМ

Для определения основных размеров кулачковых механизмов с плоским коромыслом в [1—3] предлагается графоаналитический метод, и неравенство, описывающее условие выпуклости профиля кулачка, решается различными графическими приемами.

В данной работе методом регрессионного анализа [4] получена общая формула для определения начального угла наклона плоскости коромысла, охватывающая как все рассмотренные законы движения коромысла, так и виды тахограммы (двух—трехчастковые, симметричные, асимметричные). Стремление к аналитическому определению основных размеров кулачкового механизма обусловлено не столько повышением точности решения задачи, сколько возможностью применения аналитического метода на всех этапах проектирования кулачкового механизма. Наличие единой формулы позволит при проектировании механизма решать оптимизационные задачи не только по параметрам схемы механизма, но и по закону движения коромысла.

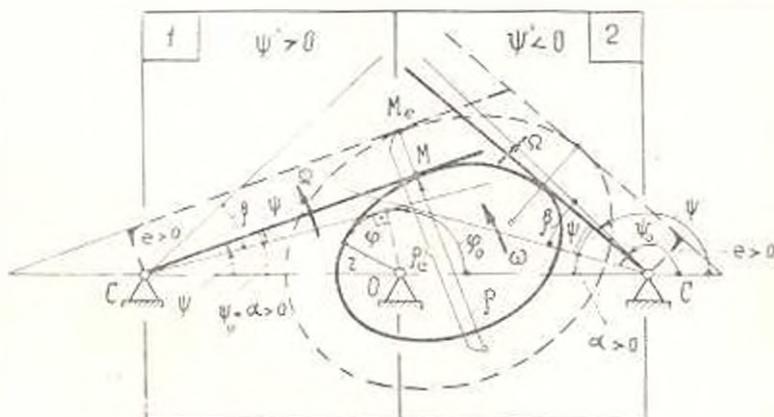


Рис. 1.

На рис. 1 совмещены два возможных варианта механизма, отличающиеся знаком аналога скорости при удалении коромысла.

Радиус кривизны профиля кулачка выражается через геометрические и кинематические параметры механизма зависимостью [1]

$$\rho = \rho_2 - e = \frac{(1 - \Psi') (1 - 2\Psi'') \sin \Psi' + \Psi''' \cos \Psi'}{(1 - \Psi'')^2} \quad (1)$$

в которой Ψ' — угол, координирующий положение коромысла относительно линии стойки (отсчитывается в направлении вращения кулачка), Ψ' , Ψ'' — аналоги скорости и ускорения коромысла, ρ и ρ_2 — относительные радиусы кривизны профилей кулачков (при $l_{02} = 1$) в случае центрального ($e = 0$) и смещенного коромысла ($e \neq 0$), e — относительное смещение плоскости коромысла, положительное, когда последняя пересекает линию стойки вне неподвижных шарниров (рис. 1).

Формула (1) справедлива для обеих схем, приведенных на рис. 1, для которых фаза удаления коромысла описывается очевидными формулами

механизм 1

механизм 2

$$\left. \begin{aligned} \Psi'_0 &= \alpha, & \Psi'_0 &= \pi - \alpha, \\ \Psi &= \alpha + \beta = \alpha + \beta \cdot f(k), & \Psi &= \Psi'_0 - \beta_0 = \Psi'_0 - \beta \cdot f(k), \\ \Psi^{(n)} &= \psi^{(n)} = \beta \cdot f^{(n)}(k) / \varphi_1^n, & \Psi^{(n)} &= -\beta^{(n)} = -\beta \cdot f^{(n)}(k) / \varphi_1^n, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

в которых Ψ'_0 , α — начальные углы, β — угол размаха коромысла, β_0 — угол поворота коромысла от нижнего крайнего положения, положительный для обеих схем, β_0 — фазовый угол удаления, $k = \varphi / \varphi_1$ — безразмерный коэффициент угла поворота φ кулачка при удалении коромысла, называемый также позиционным коэффициентом кулачка, $f(k) = \beta / \beta_0$ — позиционный коэффициент коромысла, (n) — порядок производной по углу поворота кулачка.

Для рассматриваемого механизма значения начального угла α и минимального относительного радиуса кулачка

$$r = \sin \alpha \quad (4)$$

определяются из условия выпуклости профиля кулачка, которое для центральных механизмов имеет вид

$$\rho \geq 0. \quad (5)$$

Для обеспечения качательного движения коромысла должны быть удовлетворены очевидные неравенства

$$\alpha + \beta = 90^\circ \quad (6)$$

и $OM < OC$ (рис. 1). Последнее условие ограничивает верхнюю границу положительного Ψ'' неравенством [1, 5]

$$\Psi''_{\max} = \beta_{mi} \frac{\beta}{\varphi_i} < \frac{1}{2}, \quad (i = 1; 3), \quad (7)$$

откуда находим нижний предел

$$\varphi_i > 2\delta_{mi}\beta, \quad (i = 1; 3) \quad (8)$$

фазового угла φ_i , соответствующего положительному Ψ' . В выражениях (7) и (8) δ_{mi} — максимальное значение коэффициента скорости коромысла, зависящее от закона его движения, i — индекс фазы с $\Psi' > 0$.

Из условия (7) следует, что знаменатель выражения (1) всегда положителен и условие (9) выпуклости профиля кулачка имеет вид

$$\lg \Psi > -\Psi''/(1 - \Psi')(1 - 2\Psi'). \quad (9)$$

С учетом (2) и (3), имея в виду, что для механизма $2 \cos \Psi < 0$, неравенство (9) можно привести к виду

$$\alpha \geq -\psi + \arctg [-\psi''/(1 - \Psi')(1 - 2\Psi')] = F(k) \quad (10)$$

или

$$\alpha > \min \alpha = \max F(k) = F(k^*). \quad (11)$$

Значение k^* определится из условия

$$dF/d\varphi = (1 - \Psi')(1 - 2\Psi')\Psi'' - 3(\Psi'')^2 + \Psi'''(1 - 2\Psi') = 0, \quad (12)$$

полученного из (10) с учетом (3).

Для установления корреляционной связи $\min \alpha = \min \alpha(\varphi_1, \beta)$ были рассмотрены десять наиболее распространенных законов движения коромысла, приведенных в таблице, и семейство кулачковых механизмов в области

$$45^\circ \leq \varphi_1 \leq 180^\circ, \quad 10^\circ \leq \beta \leq 30^\circ, \quad \Delta\varphi_1 = 15^\circ, \quad \Delta\beta = 10^\circ.$$

Для каждого механизма, взятого в области (φ_1, β) с учетом ограничения (8), рассматривались все десять законов и на ЭВМ ЕС-1022 решались соответствующие уравнения (12). По найденному в области

$$k_0 = k|_{\varphi_1 = \varphi_{1\max}} < k < 1 \quad (13)$$

отрицательных ускорений значению k^* по формуле (11) определялись минимально возможные значения начального угла наклона коромысла, удовлетворяющие неравенству (6), и значения $\varphi_{10} = \varphi_1|_{k=k^*}$.

По полученным результатам для каждого варианта кулачкового механизма (рис. 1) и закона движения коромысла (табл.) были составлены корреляционные таблицы типа $\min \alpha(\varphi_1, \beta)$ и $\varphi_{10}(\beta)$, анализ которых позволил установить гиперболическую

$$\min \alpha = \varphi_1^{-1} M(\beta) - I^{**}(\beta) \quad (14)$$

и линейные

$$I^{**}(\beta) = P + p\beta^2 > 0, \quad (15)$$

$$\varphi_{10} = Q + q\beta^2 \quad (16)$$

Таблица

№ закона	Наименование закона	Коэффициент ускорения $\xi = f''(k)$ на участке $0 < k < 1$	Знак ψ'	$\varphi_{10} = Q + q\beta$		$\min z = (P + p\beta) \left(\frac{\varphi_{10}}{\varphi_l} - 1 \right)$	
				Q	q	P	p
1	Постоянное ускорение	$0 < k < 0,5$ 4	+	119,2	-1,34	5,04	1
		$0,5 < k < 1$ -4	-				
2	Равноубывающее ускорение	6 - 12k	+	114,39	1,48	-2,91	2,97
			-	80,78	-1,27	-0,24	0,91
3	Косинусоидальное ускорение	$0,5\pi^2 \cos \pi k$	+	120,08	1,53	-7,69	3,31
			-	78,49	-0,55	-0,55	0,96
4	Закон Стодarta	$36,555k - 415,608k^2 + 801,947k^3 - 571,605k^4 + 143,413k^5$	+	125,53	1,97	-6,22	3,44
			-	110,37	-1,23	3,54	0,87
5	Степенной закон 3-4-5	$60(k - 3k^2 + 2k^3)$	+	139,8	1,83	-2,26	3,17
			-	145,3	-1,32	7,62	1,17
6	Степенной закон 3-4	$0 < k < 0,5$ $-48k(1-2k)$ $0,5 < k < 1$ $-48(1-k)(2k-1)$	+	143,75	2,14	-2,94	3,28
			-	152,45	-1,74	12,01	0,76
7	Синусоидальное ускорение	$2\pi \sin 2\pi k$	+	149,65	1,96	-3,45	3,23
			-	152,72	-1,56	9,83	0,93
8	Двойной гармонический закон	$0,5\pi^2 (\cos \pi k - \cos 2\pi k)$	+	180,13	1,16	-5,95	3,09
			-				
9	Степенной закон 4-5-6-7	$420k^2(1-4k+5k^2-2k^3)$	+	150,09	2,62	3,9	3
			-	259,93	-5,21	7,25	1,02
10	Степенной закон 5-6-7-8-9	$2520k^3(1-5k+9k^2-7k^3+2k^4)$	+	177,87	2,63	11,6	2,2
			-	182,4	-1,84	10,96	0,85

зависимости, обеспечивающие наилучшее приближение с максимально возможными значениями коэффициента корреляции, превышающими 0,99. В случае криволинейной регрессии (14) коэффициенты корреляции вычисляются для линеаризованных функций $\alpha(\varphi_i^{-1})$.

Подставляя в (14) значение $M(\beta) = z_{10}^{1/2}(\beta)$, найденное из (14) при $z_1 = z_{10}$ и $\alpha = 0$, с учетом (15) и (16) получим корреляционную зависимость

$$\min \alpha_i = \left\{ \left(\frac{z_{10}}{z_i} - 1 \right)^{1/2} (z_i - 1)^{1/2} \left(\frac{Q + q^2}{z_i} - 1 \right) \right\} \quad (17)$$

$$(i = 1; 3),$$

которая справедлива для любой фазы движения коромысла по рассмотренным в таблице законам и обоих случаях исполнения кулачкового механизма (рис. 1).

В формуле (17) i — индекс рассматриваемой фазы движения коромысла.

Значения постоянных параметров Q , q , P и p , зависящих только от закона движения коромысла и знака аналога его угловой скорости в рассматриваемой фазе, приведены в таблице, в которой первые строчки для каждого закона соответствуют случаю $\psi' > 0$ (т. е. удалению коромысла в механизме 1 или приближению коромысла в механизме 2). Законы в таблице расположены в порядке возрастания $\min \alpha$, найденного при одинаковых условиях (φ_1, φ_2).

Отсутствие в таблице значений Q , q , P и p означает, что функция $F(k)$ в этих случаях не имеет экстремума в области (13) замедленного движения коромысла, и условие выпуклости кулачка обеспечивается при любых $\alpha > 0$, поскольку в этих случаях функция $F(k)$ в области (13) отрицательна. Наибольшее значение функции $F(k)$ для закона № 7 при $\psi' > 0$ получается на границе $k_0 = 0.5$ или $k = 1$ области (13)

$$\min \alpha_i = F(0.5) = -\frac{5}{2} - \arctg \frac{4}{(z_i - 2)(z_i - 4)} \quad (18)$$

или

$$\min \alpha_i = F(1) = -\frac{5}{2} - \arctg (4/z_i - 1).$$

а для закона № 8 при $\psi' < 0$ — на границе $k_0 = 2/3$

$$\min \alpha_i = F(2/3) = -9\varphi_i/16.$$

Рассматривая фазы удаления ($i=1$) и приближения ($i=3$) коромысла, по формуле (17) или (18) определяются соответствующие им минимально возможные значения $\min \alpha_1$ и $\min \alpha_3$, из которых выбирается большее значение

$$\alpha_i \geq \min \alpha_i, \quad (i = 1; 3), \quad (19)$$

которое по формуле (4) определяет наименьшее значение $r_{\text{ог}}$ минимального относительного радиуса кулачка. Знак равенства в (19) гарантирует точку заострения профиля кулачка на фазе с индексом \bar{i} .

Анализ корреляционных таблиц и формул (14)–(17) показывает, что для одинаковых β и φ_1 начальный угол α получается меньше для фазы с отрицательным φ' . Поэтому, для уменьшения габаритов механизма нужно, чтобы фаза с отрицательным φ' была менее длительной, что объясняется гиперболической связью $\alpha = \alpha(\varphi_1)$.

Из (15) и (17) следует, что при $\varphi_1 > \varphi_{00}$ по (17) получаем $\min \alpha_i < 0$, и условие (5) выпуклости кулачка в этом случае обеспечивается при любом $\alpha > 0$. Получение отрицательных значений $\min \alpha_i$ по формулам (17) при $\varphi_1 > \varphi_{00}$ соответствует расположению центра вращения кулачка между крайними положениями коромысла, т. е. кулачковым механизмом с выносным кулачком [3], у которых ось вращения кулачка вынесена за пределы кулачка (рис. 2).

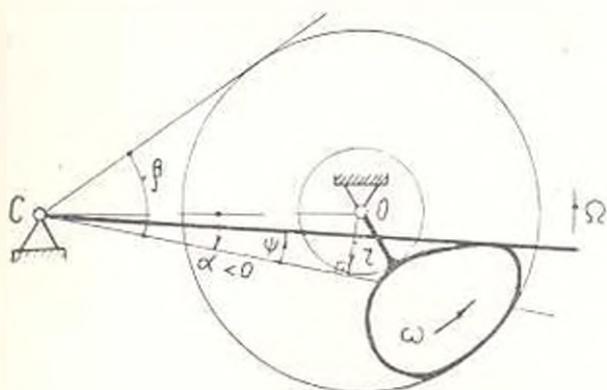


Рис. 2.

Следовательно, формула (17) справедлива и для выносных кулачков, которые могут работать без фазы «ближнего» выстоя, для которых к условию (5) выпуклости профиля кулачка добавляются еще ограничения $\varepsilon_2 = 0$, $\alpha < 0$, $r < 0$ и консольность нады кулачка.

На рис. 3 представлены области существования механизмов и решений для закона синусоидального ускорения с двухчастковой симметричной тахограммой, построенные по формулам (8) и (16). Левее линий $\varphi_{00}(\beta)$ имеем $\min \alpha > 0$, на линиях — $\min \alpha = 0$, а правее — $\min \alpha < 0$. Область В соответствует механизмам с выносным кулачком.

Распространим полученную для двухчастковых симметричных тахограмм (случай «а») формулу (17) на случаи «б» и «в» двухчастковых несимметричных и трехчастковых симметричных или несимметричных тахограмм. На рис. 3 диаграммы движения коромысла при его удалении в указанных трех случаях совмещены так, чтобы на участке отрицательных ускорений они совпадали. График функции $-F(\varphi)$ для всех случаев один и тот же, но имеет различные начала координат.

Выразим углы размаха β_a и β_n коромысел, фазовые углы φ_1 и φ_{10} через те же параметры β и φ_{10} случая симметричной двухчастковой тахограммы. Из рис. 3 и [5] имеем соотношения

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \beta_0 - \beta_a + \alpha_0 = \beta_n - \beta_a - \alpha_n, \\ \varphi_{a,10} &= 0,5\varphi_{10} = u'\varphi_{10} = u'\varphi_{10} = u'\Phi_1, \\ \beta_{max} &= 0,5\beta_n = u\beta_0 = 0,5(\beta_n - \beta_c), \\ \beta_c &= V_{max}t_c = \beta_{max}t_c/t_n = \beta_{max}\beta_a, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

в которых Φ_1 — фазовый угол удаления, $u = \varphi_{max}/\Phi_1$ и $\epsilon = \varphi_c/\Phi_1$ — относительные продолжительности выбега и движения с постоянной скоростью, β_{max} — максимальное значение коэффициента скорости коромысла в случае «в». Подставляя в (17) значения

$$\beta_{aj} = 2u'\Phi_1, \quad \beta_j = \beta_j u_j, \quad (j = a, \delta, n),$$

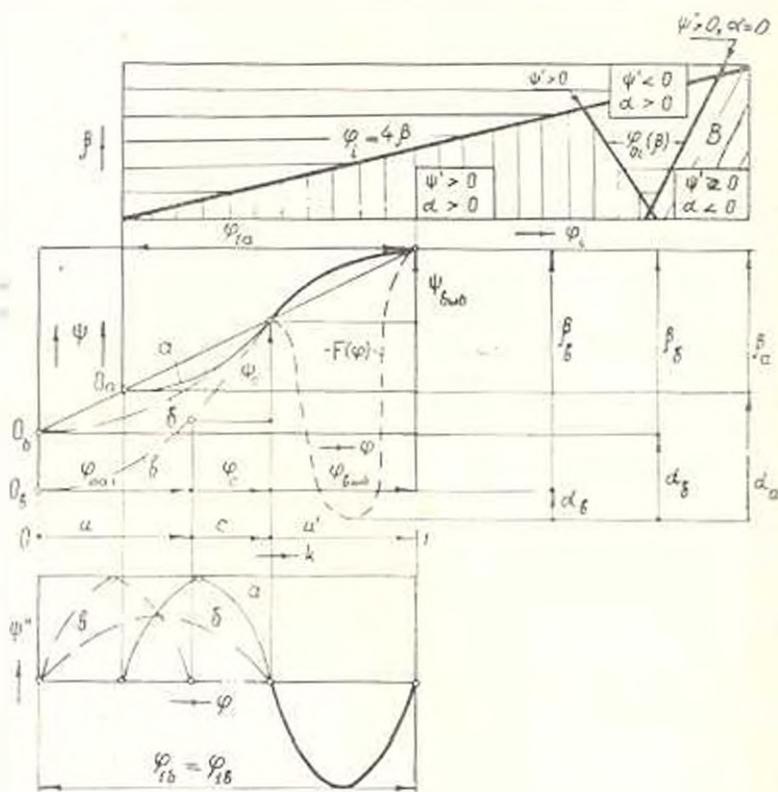


Рис. 3.

найденные из (20), получим формулу

$$\min a_{ij} = (P + p\beta_j d_j) \left(\frac{Q + q\beta_j d_j}{2u\Phi_1} - 1 \right) - \beta_j(1-d_j), \quad (21)$$

$$(i = 1; 3), \quad (j = a, \delta, n).$$

общую для всех рассмотренных случаев, в которой i и Φ_1 — индекс и фазовый угол рассматриваемого участка движения коромысла, f и d_1 — индекс и постоянный коэффициент рассматриваемой тахограммы, причем.

$$d_1 = 2u' = 1, \quad d_0 = 2u', \quad d_0 = 1 - c\delta_{m,1}.$$

ЕрПИ им К. Маркса

Поступило 12. I. 1981

Ռ. Պ. ԶԱՎԱՆՅԱՆ

**ՀԱՐԹ ՃՈՃԱԿԱՆՈՎ ԲՌՈՒՆՑՔԱՅԻՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԻ
ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԶԱՓԵՐԻ ԱՆՍԼԻՏԻԿ ՈՐՈՇՈՒՄԸ**

Ա մ փ ո փ ու մ

Մեխանիզմների ուղղահայաց վերլուծության մեթոդով արտածված է բանաձև հարթ ճոճակով բոունցրային մեխանիզմի հիմնական շափերի որոշման համար լծակի շարժման դիտարկված օրենքների և մեխանիզմի տարրերակների համար:

Ստացված բանաձևեր ընդհանուր է և կիրառելի լծակի տարրեր օրենքներով և տարրեր տախոգրամներով շարժվելու դեպքում, սովորական և արտակենտրոն բոունցրային մեխանիզմների համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Тишин М. М. Проектирование кулачковых механизмов с качающимся плоским рычагом. Тр. сем. по ТММ Инст. машиновед., М., изд. АН СССР, 1947, вып. 4, т. 1.
2. Кожедников С. Н. Проектирование кулачковых механизмов с плоским коромыслом. Науч. тр. Днепропетр. металлург. ин-та, 1949, вып. 17.
3. Есипенко Я. И. Синтез кулачковых механизмов с плоским коромыслом. Науч. тр. Днепропетр. металлург. ин-та, 1949, вып. 17.
4. Джавахян Р. П. Использование корреляционных зависимостей при анализе и синтезе четырехзвенных механизмов «Машиноведение», 1980, 1.
5. Левитский Н. И. Кулачковые механизмы. М., «Машиностроение», 1961