

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

А. А. САРУХАНИЯН

О ПЕРИОДЕ НАГНЕТАНИЯ ГИДРОТАРАНА

Известно, что период нагнетания гидротарана начинается с закрытия ударного и открытия нагнетательного клапанов. В момент закрытия ударного клапана происходит гидравлический удар, который приводит к повышению давления в питательном трубопроводе. Величина повышения давления не достигает своего возможного наибольшего значения, т. к. при некотором значении давления открывается нагнетательный клапан и начинается подача жидкости в воздушный колпак.

На рис. 1 приводится схема гидротарана.

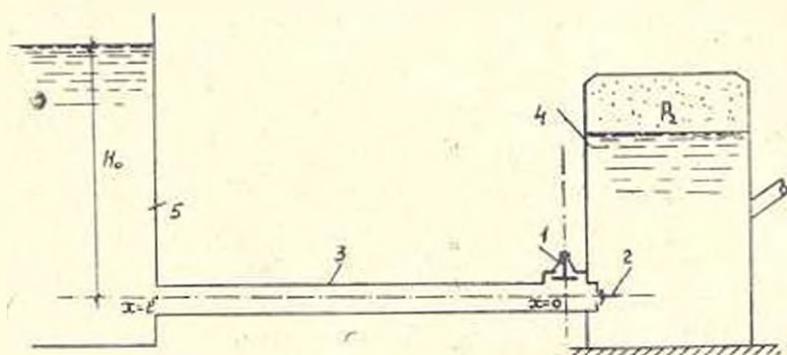


Рис. 1.

Таран состоит из ударного (1), нагнетательного (2) клапанов, питательного трубопровода (3) длиной l , воздушного колпака (4), давление в котором во время работы тарана принимается постоянным и равным p_0 . Питание тарана осуществляется из бака (5), где уровень жидкости неизменный и равен H_0 , за счет чего в начале трубопровода (3) создается постоянное давление p_0 . При открытии ударного клапана (1) через него начинается истечение жидкости с возрастанием скорости и давления под ним. При некотором значении давления происходит захлопывание ударного клапана и начинается нагнетательный период, продолжительность которого определяется параметрами установки и может в несколько раз превысить фазу удара [1].

В настоящее время имеются описания процесса нагнетания гидротарана, исходя из экспериментальных данных. Целью настоящей работы является теоретическое исследование нестационарного процесса в питательном трубопроводе гидротарана. Даются аналитические зависимости для определения изменения скорости в период нагнетания.

Пусть в конце периода разгона в конечном сечении трубопровода (3), когда скорость движения жидкости равна v_0 , происходит закрытие клапана (1) за промежуток времени, не превышающий фазу удара. Во время работы тарана пренебрежем потерями напора, вызванными гидравлическими сопротивлениями. Тогда задача по определению закона изменения скорости и давления в питательном трубопроводе сводится к решению системы дифференциальных уравнений гидравлического удара [2]:

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial t} \\ \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\rho a^2} \frac{\partial p}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

За начало отсчета координат примем конец трубопровода (3), где вызывается рассматриваемый процесс (рис. 1).

Систему уравнений (1) можно свести к одному уравнению второго порядка относительно давления p . Как известно, это уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \quad (2)$$

а начальные и граничные условия задачи —

$$p(x, 0) = p_0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad \text{при } t = 0; \quad (3)$$

$$p(0, t) = p_0, \quad p(l, t) = p_0 \quad \text{при } t > 0. \quad (4)$$

Для решения полученной краевой задачи с неоднородными граничными условиями, введем неизвестную функцию $u(x, t)$, полагая, что

$$p(x, t) = u(x, t) + M(x, t), \quad (5)$$

где $u(x, t)$ представляет отклонение функции $p(x, t)$ от некоторой известной функции $M(x, t)$ [3].

Для функции $u(x, t)$ находим значение:

$$u(x, t) = p_2 + \frac{x}{l} (p_0 - p_2). \quad (6)$$

Тогда функция $M(x, t)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 M}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \quad (7)$$

с однородными краевыми условиями:

$$M(x, 0) = p_0 - \left[p_2 + \frac{x}{l} (p_0 - p_2) \right];$$

$$\left. \frac{\partial M}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad \text{при } t = 0; \quad (8)$$

$$M(0, t) = 0, \quad M(l, t) = 0, \quad \text{при } t > 0.$$

Общее решение уравнения (7) при начальных и граничных условиях (8) имеет вид:

$$M(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{\pi k a}{l} t + b_k \sin \frac{\pi k a}{l} t \right) \sin \frac{\pi k}{l} x, \quad (9)$$

где

$$a_k = \frac{2}{l} \int_0^l \left\{ p_0 - \left[p_2 + \frac{x}{l} (p_0 - p_2) \right] \right\} \sin \frac{\pi k}{l} x dx = \frac{2(p_0 - p_2)}{\pi k}; \quad (10)$$

$$b_k = \frac{2}{\pi k a} \int_0^l \left. \frac{\partial M}{\partial t} \right|_{t=0} \sin \frac{\pi k}{l} x dx = 0. \quad (11)$$

Подставляя значения a_k и b_k в уравнение (9), получим:

$$M(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(p_0 - p_2)}{\pi k} \cos \frac{\pi k a}{l} t \cdot \sin \frac{\pi k}{l} x. \quad (12)$$

Используя выражения (5), (6), (12) для $p(x, t)$, получим окончательное решение:

$$p(x, t) = p_2 + \frac{x}{l} (p_0 - p_2) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(p_0 - p_2)}{\pi k} \cos \frac{\pi k a}{l} t \cdot \sin \frac{\pi k}{l} x. \quad (13)$$

Уравнение (13) выражает закон изменения давления в питательном трубопроводе во время периода нагнетания. Для клапанного узла (при $x = 0$) из (13) следует, что в процессе нагнетания давление постоянно и равно p_2 .

Воспользовавшись (1) и (13), для $v(x, t)$ получим:

$$v(x, t) = \frac{p_0 - p_2}{\rho l} t + \frac{2(p_0 - p_2)}{\pi a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi k a t}{l}}{k} \cos \frac{\pi k}{l} x + c(x), \quad (14)$$

где $c(x)$ — произвольная функция интегрирования, значение которой в данном случае равно $c(x) = v_0$.

Следовательно, окончательный закон изменения скорости в клапанном узле ($x = 0$) будет:

$$v = v_0 + \frac{p_0 - p_2}{\rho l} t + \frac{2(p_0 - p_2)}{\rho a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi k a}{l} t}{k}. \quad (15)$$

После несложных преобразований уравнение (15) примет вид:

$$v = v_0 - \frac{p_2 - p_1}{\rho a}, \quad \text{при } 0 \leq t \leq \frac{2l}{a}.$$

С этой скоростью начинается нагнетание жидкости в воздушный колпак.

Таким образом, в период первой фазы справедливо вывод Б. М. Бубекина о скачкообразном изменении скорости [4].

В момент прихода волны повышенного давления к питательному баку равновесие не устанавливается, ибо у питательного бака образуется волна пониженного давления, которая распространяется от бака к клапанному узлу. До подхода волны пониженного давления к клапанному узлу скорость в нем не изменяется. Поэтому, за время $\tau = \frac{2l}{a}$ происходит нагнетание жидкости в воздушный колпак со скоростью

$$v = v_0 - \frac{p_2 - p_0}{\rho a}, \quad \text{при } 0 \leq t \leq \frac{2l}{a}.$$

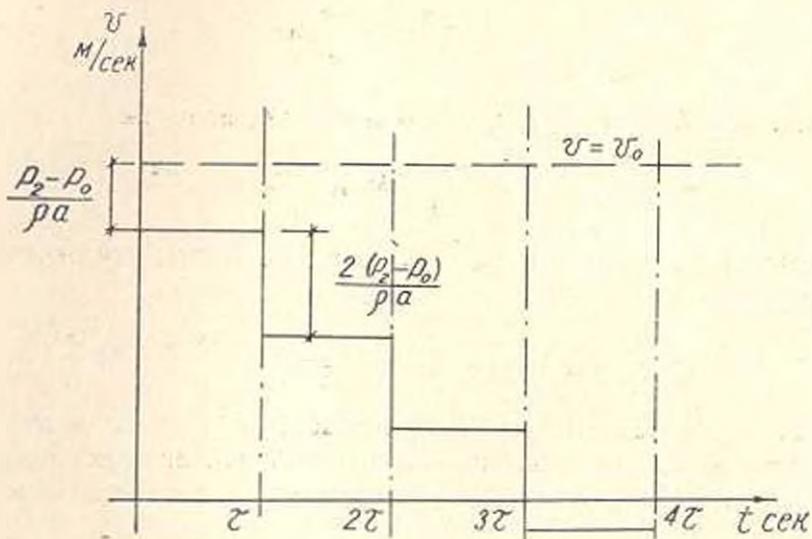


Рис. 2.

В момент прихода волны пониженного давления к клапанному узлу скорость в конечном сечении питательного трубопровода уменьшается в два раза

$$v = v_0 - 2 \frac{p_2 - p_0}{\rho a}.$$

Поэтому в последующей фазе удара происходит нагнетание жидкости в воздушный колпак со скоростью

$$v = v_0 - 3 \frac{p_2 - p_0}{\rho a}, \quad \text{при } \frac{2l}{a} < t < \frac{4l}{a}.$$

Дальнейший процесс поясняется графиком (рис. 2). Скорость уменьшается до момента, когда ее величина в питательном трубопроводе становится равной нулю или меньше $\frac{P_2 - P_0}{\rho a}$. Тогда открывается ударный клапан и цикл работы тарана повторяется.

Выводы

1. Получены аналитические зависимости для определения давления и скорости по длине питательного трубопровода в период нагнетания гидротарана.

2. Анализ зависимости для скорости показал, что за этот период скорость меняется скачкообразно в первой фазе удара $\Delta v_0 = \frac{P_2 - P_0}{\rho a}$, а в последующих фазах — $\Delta v_i = 2\Delta v_0$.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 16. VI. 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Овсепян В. М. Гидравлический таран и таранные установки. М., «Машиностроение», 1968, 121 с.
2. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.—Л., 1951, 223 с.
3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1977, 735 с.
4. Чистопольский С. Д. Гидравлические тараны. М. ОНТИ, 1936, 150 с.