

ТЕПЛОТЕХНИКА

Л. С. ОГАНЕСЯН

ПРИБЛИЖЕННЫЙ АНАЛИЗ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ
В ВЕРТИКАЛЬНОМ ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Решение ряда практических задач сводится к расчету теплообмена при естественной конвекции в вертикальном плоском канале. Большинство работ [1, 2, 3 и др.], посвященных исследованию естественной конвекции в вертикальных каналах, рассматривают теплообмен при заданных температурах стенок. Между тем, часто в технологических аппаратах известно не распределение температуры на стенках, а тепловые потери от стенок.

В [4] эта задача рассматривается в канале микроминиатюрной РЭА и исходя из конкретных условий задачи (наличие выступов), принимается логарифмический профиль скоростей, что приводит к громоздким расчетным выражениям. Кроме этого, в этой работе не приводятся расчетные выражения для определения изменения температур стенок, что часто является важной величиной для анализа работ технологических аппаратов.

Рассмотрим свободную конвекцию в вертикальном плоском канале при симметричной тепловой нагрузке (рис. 1).

При формулировке задачи делаются следующие допущения.

1. Течение жидкости в канале стабилизировано и процесс теплообмена стационарный.
2. Теплопроводность жидкости по оси x равна нулю.
3. Во входном сечении канала ($x = 0$) температура жидкости постоянна по сечению и равна T_0 .
4. Плотность теплового потока постоянна на поверхностях канала и равна q .

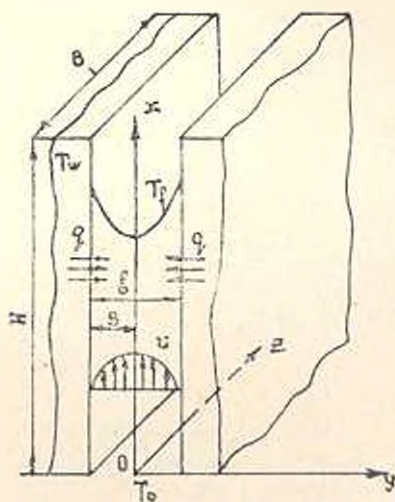


Рис. 1. Физическая модель процесса.

5. Температурные и скоростные поля в канале симметричны относительно плоскости $y = 0$.

6. Ширина канала значительно меньше его глубины ($b \ll B$, $b \ll H$ — рис. 1).

При этих допущениях ламинарное движение несжимаемой жидкости (за исключением изменения плотности в члене, описывающем действие подъемной силы) в канале описывается уравнениями плоско-го пограничного слоя [5, 6]:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu_f \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \beta g (T_f - T_0); \quad (1)$$

$$u \frac{\partial T_f}{\partial x} + v \frac{\partial T_f}{\partial y} = a_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Граничные условия записываются в следующем виде:

$$y = \pm s, \quad x > 0, \quad u = 0, \quad v = 0; \quad (4)$$

$$y = \pm s, \quad x > 0, \quad q = \mp \lambda_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial y} \right)_{y=\pm s}; \quad (5)$$

$$x \leq 0, \quad u = 0, \quad v = 0; \quad (6)$$

$$x \leq 0, \quad T_f = T_0. \quad (7)$$

В этих выражениях: u, v — продольная и поперечная составляющие скорости, м/с; x, y — текущие координаты, м; g — ускорение свободного падения, м/с²; β — температурный коэффициент расширения жидкости, 1/град; ν_f, λ_f, a_f — коэффициенты кинематической вязкости, теплопроводности и температуропроводности жидкости, м²/с, Вт/м·град, м²/с; T_f — локальная температура жидкости в канале, $b = 2s$ — ширина канала, м; q — плотность теплового потока на стенках канала, Вт/м².

При стабилизированном движении жидкости в канале профиль скорости с учетом принятых допущений и граничных условий можно записывать в виде

$$u = u_{oc} (1 - \bar{y}^2). \quad (8)$$

где u_{oc} — скорость потока на оси канала, м/с; $\bar{y} = y/s$ — безразмерная координата.

При таком распределении скорости ее среднее значение будет

$$u_c = \int_0^1 u_{oc} (1 - \bar{y}^2) d\bar{y} = \frac{2}{3} u_{oc}. \quad (9)$$

Следуя [2], для определения средней скорости жидкости, систему уравнений, описывающей свободную конвекцию жидкости в канале, преобразуем следующим образом. Умножая (1) на ν_f и проинтегрировав по объему канала с учетом уравнения неразрывности и граничных условий (4), для определения U_c находим следующее соотношение:

$$u_c = 5 \frac{\nu_f H}{b^2} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{b^4 g \beta (T_{fv} - T_0)}{30 H \nu_f^2}} - 1 \right), \quad (10)$$

где $T_{fv} = \frac{\int_{-s}^{+s} \int_0^H \int_{-s}^s T_f dy dz dx}{2sBH}$ — среднеобъемная температура жидкости. (11)

Для определения среднеобъемной температуры аппроксимируем профиль температуры жидкости в любом сечении полиномом четвертой степени, в котором, вследствие симметрии, нечетные степени должны отсутствовать:

$$T_f = T_{oc} + a_2 \bar{y}^2 + a_4 \bar{y}^4, \quad (12)$$

где T_{oc} — температура на оси канала, град.

По условию прилипания ($y = \pm s$, $u = 0$, $v = 0$) из уравнений энергии следует

$$y = \pm s; \quad \frac{\partial^2 T_f}{\partial \bar{y}^2} = 0. \quad (13)$$

Используя граничные условия (5) и (13), из (12) получаем:

$$T_f = T_{oc} + \frac{3}{4} \frac{qs}{\lambda} \bar{y}^2 - \frac{1}{8} \frac{qs}{\lambda} \bar{y}^4. \quad (14)$$

Среднерасходная температура жидкости в канале:

$$T_p = \frac{\int_0^s u T_f d\bar{y}}{\int_0^s u d\bar{y}} = T_{oc} + \frac{39}{280} \frac{qs}{\lambda}, \quad (15)$$

из которого следует, что

$$T_{oc} = T_p - \frac{39}{280} \frac{qs}{\lambda}. \quad (16)$$

Так как по условию задачи плотность теплового потока на стенке постоянна, а входная температура жидкости равняется T_0 , то из теплово-

го баланса следует, что среднерасходная температура жидкости по длине канала будет меняться по линейному закону:

$$T_p = \frac{q}{\rho_f c_p u_{cs}} x + T_0 \quad (17)$$

где c_p — удельная изобарная теплоемкость жидкости, $\text{кДж/кг} \cdot \text{град}$. Имея в виду закон изменения среднерасходной температуры жидкости по длине канала, законы изменения T_{oc} и T_f можно представить следующим образом:

$$T_{oc} = T_0 + \frac{q}{\rho_f c_p u_{cs}} x - \frac{39}{280} \frac{qs}{\lambda}; \quad (18)$$

$$T_f = T_0 + \frac{q}{\rho_f c_p u_{cs}} x - \frac{39}{280} \frac{qs}{\lambda} + \frac{3}{4} \frac{qs}{\lambda} \bar{y}^2 - \frac{1}{8} \frac{qs}{\lambda} \bar{y}^4, \quad (19)$$

Как следует из (19), температура жидкости по длине канала при стабилизированном движении жидкости меняется по линейному закону. Этот вывод на основании анализа систем дифференциальных уравнений, описывающих стабилизированный свободноконвективный теплообмен в вертикальных каналах, был указан в [7].

Имея закон распределения температуры жидкости в канале (11), определяем среднеобъемную температуру жидкости

$$T_{fo} = T_0 + \frac{qH}{\rho_f c_p u_{cs}} + \frac{3}{70} \frac{qb}{\lambda}. \quad (20)$$

С учетом (20) выражение (10) для определения средней скорости жидкости в канале можно представить в следующей безразмерной форме:

$$\frac{Pe_s}{Pr} = 5 \left(\sqrt{1 + \frac{1}{30} \frac{Ra_s}{Pe_s \cdot Pr} + \frac{1}{700} \frac{Ra_s}{Pr}} - 1 \right), \quad (21)$$

где

$$Pe_s = \frac{u_s b}{a_f} \frac{b}{H}; \quad Pr = \frac{\nu_f}{a_f}; \quad Ra_s = Cr_s \cdot Pr = \frac{g \beta_s}{\nu_f^2} \cdot \frac{q \beta_s}{\lambda} b^3 \cdot \frac{b}{H} \cdot Pr.$$

Как при анализе режима работы технологических аппаратов, так и для определения интенсивности теплообмена необходимо знать закон изменения температуры стенки и ее среднее значение. Из (19) получаем:

$$T_w = T_0 + \frac{q}{\rho_f c_p u_{cs}} x + \frac{17}{35} \frac{qs}{\lambda}; \quad (22)$$

$$\bar{T}_w = \frac{1}{H} \int_0^H T_w dx = T_0 + \frac{qH}{2\rho_f c_p u_{cs}} + \frac{17}{35} \frac{qs}{\lambda}. \quad (23)$$

Определим локальный коэффициент теплоотдачи, как в [8]:

$$q = \alpha_x (T_w - T_p). \quad (24)$$

Сравнивая (24), (22) и (17), находим:

$$Nu_x = \frac{2b}{\lambda} = 4,12. \quad (25)$$

Полученное выражение для локального безразмерного числа Нуссельта строго совпадает со значением этого числа при стабилизированном, вынужденном ламинарном движении жидкости в плоских каналах. Средний коэффициент теплообмена, отнесенный к температуре входа, определим как [2, 8]:

$$\bar{q} = \bar{\alpha} (\bar{T}_w - T_0). \quad (26)$$

Подставляя в (26) значение $\bar{T}_w$, с учетом (24), находим:

$$\bar{Nu} = Nu_x \frac{Pe}{Nu_x + Pe}. \quad (27)$$

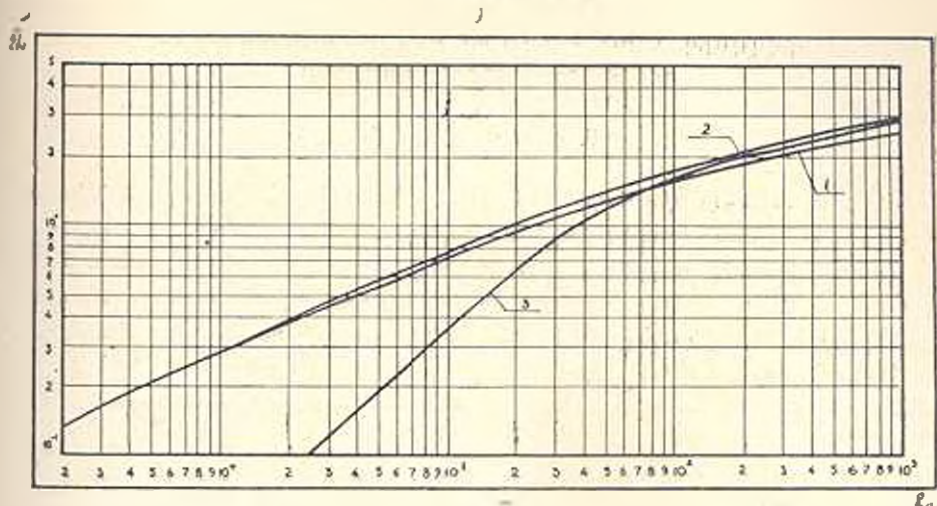


Рис. 2. Зависимость среднего числа Нуссельта от Ra при: 1. $q = \text{const}$, $Pr = 0,72$; 2. $q = \text{const}$, $Pr = 5$; 3. $T_w = \text{const}$, $Pr = 0,72$.

Уравнения (27) и (21), содержащие общий параметр Pe , позволяют найти зависимость $\bar{Nu} = \bar{Nu}(Ra, Pr)$, которая представлена на рис. 2 для различных значений критерия Прандтля. На этом же рисунке представлена, по работе [2], зависимость $\bar{Nu} = \bar{N}(Ra)$ для воздуха ($Pr = 0,72$) при постоянной температуре стенки. Анализ приведенных на рисунке данных позволяет констатировать следующее.

1. Для одинаковых значений числа $Ra < 0,75$ среднее значение числа Нуссельта больше при $q = \text{const}$, чем при $T_w = \text{const}$. При

$Ra_+ > 75$ средние значения числа Нуссельта для сравниваемых вариантов практически совпадают.

2. Среднее значение числа Нуссельта при одинаковом значении Ra_+ слабо зависит от критерия Прандтля. При $5 \leq Pr < 1000$ полученные значения Nu , при интервале $0 < Ra_+ \leq 1000$ практически совпадают со значением Nu при $Pr = 5$.

3. В области $0 < Ra_+ \leq 10$ с погрешностью до 1% для $0,72 \leq Pr \leq 1000$ выполняется равенство

$$Nu = 0,268 Ra_+^{0,41} \quad (28)$$

4. Полученные зависимости можно рекомендовать для расчета среднего и локального значений числа Нуссельта для аппаратов, имеющих плоские вертикальные каналы и работающих в условиях естественной конвекции.

ВрИИ им. К. Маркса

Поступило 13 III. 1978

Լ. Ս. ՀՈՂԱՆՆԻՍՅԱՆ

ՌԻՉԼԱԶԻԳ ՀԱՐԹ ԿԱՆԱԼՈՒՄ ԲՆԱԿԱՆ ԿՈՆՎԵԿՑԻԱՅԻ ՄԱՏԱՎՈՐ ՎԵՐՈՒՄԵՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա Մ Վ Ի Ն Վ Ի Ն Մ

Բերված են ուղղահայաց հարթ կանալում, ջերմային սիմետրիկ բռնվածության ղեկարգում ազատ կոնվեկցիայի տեսական ուսումնասիրման արդյունքները: Ստացված են կրիտերիալ առնչություններ նուսսելտի թվի տեղական և միջին արժեքների հաշվման համար: Դուրս են բերված հաշվարկային բանաձևեր, որոնց միջոցով կարելի է հաշվել սլաքի ջերմաստիճանի փոփոխությունը րատ կանալի բարձրության:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ostrach S. Laminar Natural Convection Flow and Heat Transfer of Fluids With and Without Heat Sources in Channels With Constant Wall Temperatures. NASA Technical Note, 2363, 1952.
2. Дудышев Г. Н., Кайданов А. И. Приближенный анализ естественной конвекции в плоском канале при стабилизированном течении жидкости. «Инженерно-физический журнал», т. XVII, № 2, 1969.
3. Гудалевич В. Б. Теплообмен в вертикальной плоской щели в условиях естественной конвекции. «Вопросы радиоэлектроники», сер. ТРТО, вып. 1, 1968.
4. Перелека В. И., Новиков В. В. К расчету коэффициента теплоотдачи при естественной конвекции в щелевых каналах микроминиатюрной РЭА. «Вопросы радиоэлектроники», сер. ТРТО, вып. 1, 1970.
5. Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М. Теория тепло- и массообмена. М., ГЭИ, 1961.
6. Исаев С. И. и др. Теория тепломассообмена. М., «Высшая школа», 1979.
7. Бугненко Г. А. О свободной тепловой конвекции в вертикальных цилиндрах произвольного сечения. «Прикладная математика и механика», т. XVII, 1953.
8. Петухов Б. С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах, М., «Энергия», 1977.