ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIII, № 6, 1980 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

Р. Э. МАРИНОСЯН

К ОЦЕНКЕ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Оценка статической устойчивости электрических систем необходима при планировании и эксплуатации энергосистем. Она реализуется при помощи расположения собственных значений и их перемещения при изменении различных параметров, когда состояние рассматриваемой системы в каждый момент может быть охарактеризовано значениями n переменных, образующих вектор состояния $(x_1, ..., x_n)$. Этот метод может быть применен во многих практических случаях, когда относительно малое число собственных значений системы близко к критическим при анализе устойчивости. В общем случае, когда известен полный набор собственных значений и собственных векторов, перемещение критических собственных значений прослеживается при относительно широком изменении параметров, без пересчета собственных значений или собственных векторов. Новые значения получаются путем определения чувствительностей первого и второго порядков с последующей итерацией для повышения качества оценки. Порядок исследования может быть сформулирован следующим образом.

1. Представление линеаризованных уравнений системы, записанных в виде переменных состояния.

2. Вычисление собственных значений, а также собственных векторов и собственных векторов транспонированной матрицы.

3. Вычисление чувствительностей первого и второго порядков собственных значений относительно интересующих параметров системы.

4. Оценка измененных собственных значений в соответствии с определенными изменениями параметра.

5. Если требуется точное значение для необходимого собственного значения, то следует применить метод обратной итерации [1].

Линеаризованное уравнение системы может быть представлено в следующем виде:

$$\dot{X} = Ax. \qquad (1)$$

После того, как уравнение получено в такой форме, матрица A может быть проанализирована для определения устойчивости системы.

В предлагаемом методе чувствительности первого и второго порядкоа вычисляются при определенном начальном условии. Тогда можно использовать ряды Тейлора для получения и оценки чувствительности движения собственных значений относительно заданного начального условия.

Для определения собственных значений системы единственным подходящим методом является так называемый QR-алгоритм.

Проблема собственных значений это есть определение нетривиальных решений уравнения

$$AY = \lambda Y, \tag{2}$$

где λ — собственное значение, а Y — собственный вектор матрицы A. В [2] описан метод, используемый для нахождения производных собственных значений по параметру α, и получено соответствующее выражение для первой производной:

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha} = \frac{\left(\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right) Y_i,\ V_i\right)}{(Y_i,\ V_i)}, \tag{3}$$

где V_i — собственный вектор транспонированной матрицы A^t.

Для второй производной аналогично можно получить следующее выражение

$$\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial \alpha^2} = \frac{\left(\frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} Y_i,\ V_i\right) + 2\left\{\left[\frac{\partial A}{\partial \alpha} \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^{n} \beta_{ij} Y_j\right],\ V_i\right\} - 2\left\{\left[\frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha} \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^{n} \beta_{ij} Y_j\right],\ V_i\right\}}{(Y_i,\ V_i)}, \tag{4}$$

где n — порядок матрицы A; $\beta_{ij} = \dfrac{\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha} Y_i,\ V_i\right)}{(Y_j,\ V_j)\cdot(\lambda_i - \lambda_j)}$.

Заметим, что матрица $\partial A/\partial \alpha$ в общем бывает слабо заполненной, обычно имея только несколько ненулевых элементов.

Для оценки характерных собственных значений относительно конкретного изменения в данном параметре можно воспользоваться разложением в ряд Тейлора относительно основного значения. Например, если начальное собственное значение — λ_{i_0}, то новое собственное значение, соответствующее изменению $\Delta\alpha$ в определенном параметре, будет

$$\lambda_i = \lambda_{i_0} + \left.\frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha}\right|_{\alpha_0} \cdot (\Delta\alpha) + \frac{1}{2} \left.\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial \alpha^2}\right|_{\alpha_0} \cdot (\Delta\alpha)^2. \tag{5}$$

Известно, что ошибка в оцениваемом значении пропорциональна $(\Delta\alpha)^3$. Следовательно, λ_i — хорошая аппроксимация для данного значения, особенно для сравнительно малых изменений в параметре α. Если требуется точное значение, или если изменение α сравнительно большое, при котором новое значение не обладает достаточной точностью, качество оценки повышается при помощи использования метода обратной итерации.

Метод обратной итерации [1] и его модификация [3] касаются нахождения собственных векторов системы. Необходимо отметить, что итерационный метод не чувствителен к малым ошибкам в собственных значениях [3].

По существу, метод обратной итерации позволяет построить последовательность векторов Y_s, удовлетворяющих соотношению

$$(A - \mu_i I) Y_{s+1} = k_s Y_s, \tag{7}$$

где μ_i — вычисленное приближение к собственному значению λ_i, а k_s выбран таким образом, чтобы относительно некоторой нормы выполнилось условие $\|Y_{s+1}\| = 1$. За начальное приближение Y_0 принимается произвольный единичный вектор.

Процесс итерации считается законченным, когда изменение на любом шаге меньше некоторого наперед заданного значения (обычно берется $10^{-4} - 10^{-4}$). Тогда Y является требуемым собственным вектором. Обычно этот метод сходится после двух или трех итераций. Корректные собственные значения получаются по следующей формуле

$$\lambda_i = \frac{V_i [A] Y_i}{V_i Y_i}. \tag{8}$$

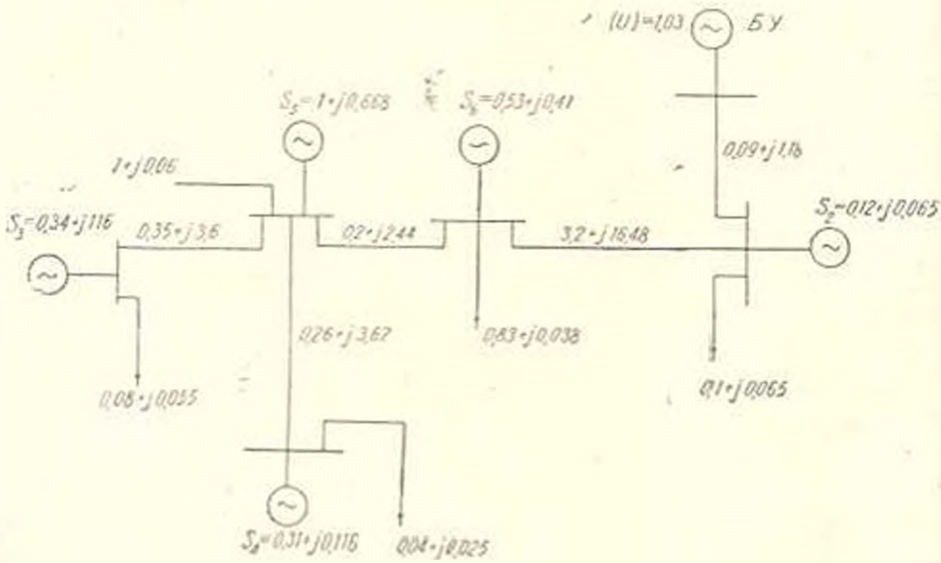

Рис. 1.

Методика определения собственных значений и их перемещения при изменении исследуемых параметров, включающая в себя определение чувствительностей до второго порядка, дана на примере шестиузловой схемы, показанной на рис. 1. Все параметры приведены в относительных единицах при $S_б = 10000$ *МВа* и $U_б = 500$ *кВ*. Предварительно был получен исходный режим при помощи программы расчета установившегося режима, а на следующем этапе — система уравнений, записанных через переменные пространства состояния. Общий порядок системы—42. Для нахождения собственных значений матрицы A использована стандартная библиотечная подпрограмма.

Таблица

Собственные значения	Чувствительности			
	2—6	3—5	4—5	5—6
$-0,2 \pm 8,26$	$32,1 \pm 5,78$	$0,42 \pm 0,52$	$0,39 \pm 0,053$	$46,3 \pm 20,3$
$-0,262 \pm 13,58$	$24,7 \pm 8,72$	$0,28 \pm 0,046$	$0,26 \pm 0,054$	$42,4 \pm 13,72$

В таблице приведены критические собственные значения, отражающие качания ротора и их чувствительности к различным связям (рассматривались только индуктивные составляющие сопротивления связи). Из таблицы видно, что чувствительность к связям 3—5 и 4—5 незначительна и определяющим для изменения собственных значений, а значит и для устойчивости, будет изменение в параметрах связи 2—6 и 5—6. На рис. 2 показано перемещение собственного значения при изменении индуктивности связи 5—6, откуда видно, что при некотором значении данного параметра, большем чем исходное, действительная часть собственного значения становится положительной, т. е. устойчивость нарушается. Кроме того, из рис. 2 видно, что аппроксимация второго порядка хорошо совпадает с точным значением при изменении параметра до 10%.

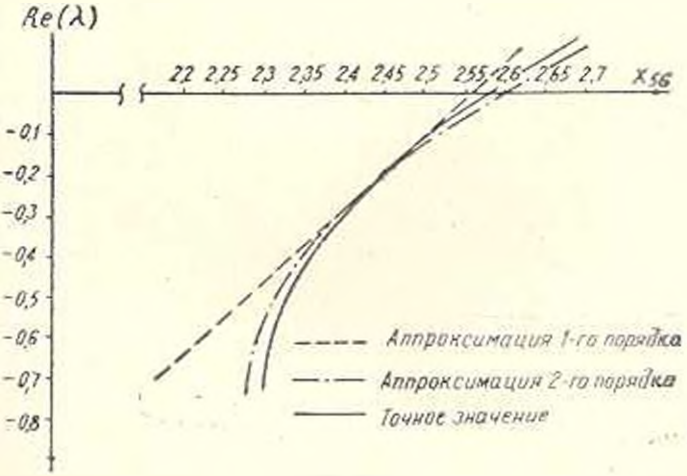

Рис. 2.

Расчеты, проведенные по обоим методам (решением полной проблемы собственных значений на каждом шаге изменения параметра и «направляющим» методом) для сравнения затраченного машинного времени показывают, что чем меньше число собственных значений из общего числа представляют интерес, и чем больше число параметров, тем большая экономия машинного времени получается при применении «направляющего» метода. Например, для системы, порядок которой равен 35, при рассмотрении одного собственного значения, когда изменяется один параметр, необходимо 3,8 *мин.* для решения полной проблемы и 0,5 *мин.* — для направляющего метода, тогда, как при изменении трех параметров — 10,3 *мин.* и 0,7 *мин.*, соответственно.

Выводы

1. Поиск перемещения собственных значений позволяет анализировать устойчивость системы, как некоторый аспект изменения системы, рассматривая собственные значения как функции ее параметров.

2. Применение чувствительности второго порядка при сравнительно малых (до 10%) изменениях параметров дает ощутимый выигрыш во времени. В реальной задаче обычно представляют интерес лишь некоторые из всех собственных значений (не больше 10%). Поэтому по сравнению с вычислениями собственных значений на каждом шаге изменения параметра данный способ эффективен.

3. Приведенный метод позволяет анализировать устойчивость по множеству параметров, что позволяет определить параметры систем автоматического регулирования и, в первую очередь, АРВ сильного действия, при настройке устройств регулирования.

МЭИ Поступило 13. VI. 1980

Ռ. Է. ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՍՏԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Բերված է էլեկտրամեխանիկական համակարգի կայունության գնահատումը՝ սեփական արժեքների դիրքի և նրանց տեղաշարժի միջոցով տարբեր պարամետրերի փոփոխության դեպքում։

Ցույց է տրված, որ սեփական արժեքների տեղաշարժի որոշումը, մինչև երկրորդ կարգի մոտարկումը՝ ապահովվում է թույլատրելի ճշտության և պարամետրերի համեմատաբար մեծ փոփոխությունների դեպքում։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Уилкинсон Дж. Х.* Алгебраическая проблема собственных значений. М., «Наука», 1970.
2. *Фадеев Д. К., Фадеева В. Н.* Вычислительные методы линейной алгебры. М.—Л., Физматгиз, 1963.
3. *Van Ness J. E.* Inverse Iteration Method for Finding Eigenvectors. .IEEE Trans. on Automatic Control", v. AC-11, p. p. 63—66, February, 1969.