ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXIII, № 5, 1980 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА, ГИДРОТЕХНИКА

Г. Г. ШАГОРЦЯН

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТНОЙ ОБЕСПЕЧЕННОСТИ НЕЗАРЕГУЛИРОВАННЫХ СТОКОВ

Вопросами разработки методики ирригационного проектирования с применением математического программирования занимались О. Г. Соломония, В. А. Кардаш, Б. Г. Коваленко и другие.

В. А. Кардаш [1, 2] предлагает двухэтапный подход к решению задачи. Нами делается попытка решить задачу с помощью одной модели. Предположим, что речной сток, поступающий за критический для орошения период, имеет стохастический характер с плотностью распределения $f(Q)$ (рис. 1).

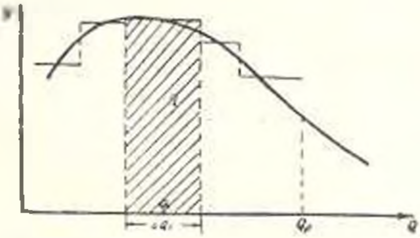

Рис. 1. Кривая плотности распределения стока.

Обозначим через Q_p расчетный расход водоисточника, предназначенного для орошения сельскохозяйственных культур (предполагается, что при дефиците воды некоторые участки не поливаются, а имеющаяся вода распределяется между остальными участками по полной норме).

Сущность задачи заключается в следующем: отыскивается площадь $X_p = Q_p/q$, которая максимизирует ожидаемый за многолетие чистый доход системы (q — укомплектованный средневзвешанный гидромодуль орошения).

С целью составления математической модели задачи произведем кусочно-постоянную аппроксимацию кривой $y = f(Q)$ и предположим, что в интервале ΔQ_i находится расход Q_i, имеющий вероятность p_i (заштрихованная область на рис. 1).

Тогда дискретно-стохастическая модель по нахождению площади орошения X_p (при возделывании одной культуры) записывается в следующем виде:

$$L(X_p) = \sum_{i \in I} p_i \left[CX_i + C'(X_p - X_i)\right] \to \max,$$

$$\left.\begin{aligned} &X_i \leqslant X_p, \\ &X_i \leqslant \frac{Q_i}{q}, \\ &X_i \geqslant 0, \\ &X_p \leqslant 0, \end{aligned}\right\} \quad i \in I. \tag{1}$$

где C и C' — нормативные коэффициенты чистого дохода, полученного с 1 *га* площади, соответственно, при нормальном и ущемленном режимах орошения, учитывающие капитальные затраты; X_i — нормально орошаемая площадь, соответствующая расходу Q_i.

Стохастическая модель этой же задачи имеет следующий вид:

$$\Phi(Q_p) = CX_p \int_{Q_p}^{\infty} f(Q)\,dQ + C\int_0^{Q_p} \frac{Q}{q} f(Q)\,dQ + C'\int_0^{Q_p} \left(X_p - \frac{Q}{q}\right) f(Q)\,dQ. \tag{2}$$

Первый член выражает доход при расходе $Q \geqslant Q_p$. Доход при расходе $Q < Q_p$ выражается вторым и третьим членами, соответствующими нормальному и ущемленному режимам орошения. Можно показать, что модель (2) является пределом модели (1) при $n \to \infty$, что имеет место при $\max \Delta Q_i \to 0$. Для этого запишем $L(X_p)$ в виде двух сумм:

$$L(X_p) = \sum_{X_i \in (\forall X_i / Q_i < Q_p)} p_i \left[CX_i + C'(X_p - X_i)\right] +$$

$$+ \sum_{X_i \in (\forall X_i / Q_i \geqslant Q_p)} p_i \left[CX_i + C'(X_p - X_i)\right]. \tag{3}$$

Для первой суммы в (3) первые балансовые соотношения модели (1) являются строгими неравенствами, т. к. она распространяется на значения $Q_i < Q_p$. Для второй суммы можно заключить, что $X_i = X_p$. Подстановка этого значения в (3) дает:

$$L(X_p) = \sum_{X_i \in (\forall X_i / Q_i < Q_p)} p_i \left[CX_i + C'(X_p - X_i)\right] +$$

$$+ CX_p \sum_{X_i \in (\forall X_i / Q_i \geqslant Q_p)} p_i. \tag{4}$$

При подстановке значения $p_i = f(Q_i)\,\Delta Q_i$ в (4) и переходе к пределу при $n \to \infty$ ($\max \Delta Q_i \to 0$) получаем:

$$\lim_{n \to \infty} L(X_p) = \Phi(Q_p). \tag{5}$$

Обратное приведение $\Phi(Q_p) \to L(X_p)$ не представляет трудности.

Заметим, что некоторые преобразования в (2) позволяют записать:

$$\Phi(Q_p) = C\,\frac{Q_p}{p} - \frac{C - C'}{q}\int_0^{Q_p} F(Q)\,dQ, \tag{6}$$

где $F(Q)$ — функция распределения для Q.

Дифференцируя (6) и приравнивая полученное соотношение нулю, получаем:

$$F(Q_p) = \frac{C}{C - C'}.$$

Рассмотрим два возможных случая.

1. $C' \geqslant 0$, тогда $\dfrac{C}{C - C'} > 1$, следовательно, $Q_p = \infty$, т. е. если нормативный коэффициент чистого дохода C' при ущемленном режиме орошения имеет положительное значение, то расчетный расход водоисточника будет максимальным.

2. $C' < 0$, тогда $\dfrac{C}{C - C'} < 1$; в этом случае Q_p определяется как

$$Q_p = F^{-1}\left(\frac{C}{C + C'}\right), \quad \text{т. е.} \quad X_p = \frac{1}{q}\,F^{-1}\left(\frac{C}{C - C'}\right). \tag{7}$$

Последнее соотношение определяет оптимальный расчетный расход (расчетную площадь) для заданных значений C, C' и характеристик водоисточника.

Полученные результаты свидетельствуют о преимуществе модели (2) в случае, когда возделывается одна культура. Преимущество же модели (1) выявляется в полной мере в том случае, когда возделывается не одна, а состав культур. При этом модель (1) дает численное решение, а (2) — возможность проводить аналитическое исследование ситуации.

Полная модель для случая возделывания нескольких культур принимает следующий вид:

$$\sum_{i \in I,\, j \in J} p_i \left[Ц_j X_{ij} + Ц_j (X_{ij} - X_{jp})\right] - X_p (EK + H_{c}) \to \max;$$

$$\left.\begin{aligned}
&X_{ij} \leqslant X_{jp}\} \quad i \in I,\ j \in J;\\
&\sum_{j \in J} X_{ij} \leqslant \frac{Q_i}{q}\Big\} \quad i \in I;\\
&\left.\begin{aligned} &X_{jp} = n_j X_p\\ &X_{jp} \geqslant 0\\ &X_p \geqslant 0 \end{aligned}\right\}\ j \in J.
\end{aligned}\right. \tag{8}$$

где $Ц_j$, $Ц'_j$ — соответственно, чистые доходы j-ой культуры с 1 *га* при нормальном и ущемленном режимах орошения по сельскохозяйственному производству: X_{ij} — нормально орошаемая площадь j-ой культуры при расходе $Q_i^н$; X_{jp} — расчетная площадь j-ой культуры; K — капитальные вложения по орошению и сельскохозяйственному освоению территории; E — нормативный коэффициент экономической эффективности; n_j — удельный вес занимаемой площади j-ой культуры; $И_{со}$ — издержки эксплуатации оросительной системы: $Q_i^н$ — i-ий расход водоисточника нетто.

В модели (8) выделяются две группы индексов множества Y. Первая группа $j \in J_1$ соответствует культурам, вегетация которых продолжается в критический период, а вторая группа $j \in J_2$ — для которых вегетация заканчивается до критического периода. Учитывая это и выражая X_{jp} через X_p с помощью соотношения $X_{jp} = n_j X_p$ и производя укомплектование переменных, с учетом $\sum_{i \in I} p_i = 1$ получим:

$$\sum_{i \in I} p_i \left[\sum_{j \in J_1} (Ц_j - Ц'_j) X_{ij} \right] + X_p \left[\sum_{j \in J} Ц_j n_j - (EK + И_{со}) \right] \to \max;$$

$$X_{ij} \leqslant n_j X_p; \quad i \in I, \ j \in J_1;$$

$$\left. \sum_{j \in J_1} X_{ij} \leqslant \frac{Q_i^н}{q} \right\} i \in I; \tag{9}$$

$$\left. \begin{array}{l} X_{ij} \leqslant 0 \\ X_p \geqslant 0 \end{array} \right\} i \in I, \ j \in J_1.$$

Пример. Исходные данные для конкретного примера приведены в табл. 1—3.

Таблица 1

Зависимость вероятности от водности источника

p_i	0,04	0,06	0,16	0,29	0,29	0,16
$Q_i^н$, *л. с./га*	4800	4200	3300	2700	2200	1700

Таблица 2

Значения чистых доходов от выращивания культур

Состав культур		Овоще-бахчевые	Корнеплоды	Озимая пшеница с подсевом	Люцерна	Кукуруза на зерно	Яровые зерновые	Озимые чистые
Чистые доходы по с.-х. производству с 1 *га*	нормальный режим ($Ц_j$)	1234	588	11	112	296	−14	−8
	ущемленный режим ($Ц'_j$)	196	299	−3	15	71	−14	−8

Таблица 3

Удельные веса площадей, занимаемых различными с.-х. культурами

	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7
I вариант	0,4165	0,0835	0,125	0,25	0,0835	0,04165	0
II вариант	0.20825	0,04175	0,125	0,375	0,0835	0.04165	0,125

Для первого варианта севооборота: $n = 6$ (соответствует кусочно-постоянной аппроксимации кривой водообеспеченности рис. 2, по значениям приведенным в табл. 1), $q = 0,541$ *л/с/га*; $J = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $J_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $J_0 = \{6\}$; $EK = 480$ *р/га*; ($K = 4000$ *р/га*); $И = 108$ *р/га*; $E = 0,12$.

Задача решена симплексным методом линейного программирования, а результаты представлены на рис. 2.

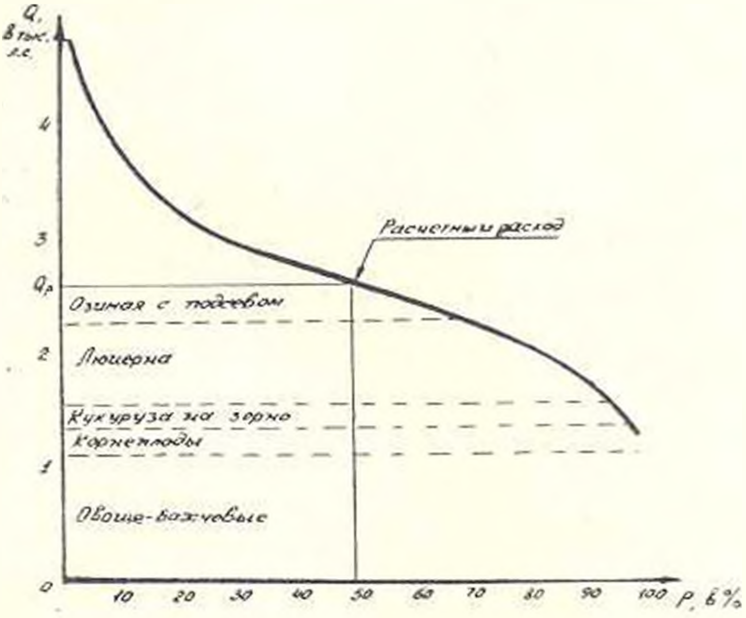

Рис. 2. Очередность исключения культур при маловодье.

Анализ результатов показал, что в оптимальном плане расчетная площадь орошения равна 1879 *га*, из них 1676 *га* приходится на критический период, которому соответствует обеспеченность 50%. Чистый доход системы составляет 2190075 *руб.*, который вычисляется по выражению $4D_c = L + EK \cdot X_p$ (L — значение целевой функции, равное 148155 *руб.*). Капитальные вложения составляют 19516000 *руб.* ($K_c = K \cdot X_p$). Фактический срок окупаемости равен 7,8 *лет* $\left(T_c = \frac{K_c}{4D_c}\right)$.

Решением подобной задачи по второму варианту севооборота выявлено предпочтение первого варианта.

АрмНИИВПиГ

Поступило 10.III.1980

Դ. Դ. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ

ՉԿԱՆՈՆԱՎՈՐՎԱԾ ՀՈՍՔԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԱՅԻՆ ԱՊԱՀՈՎՄԱՆ ՄԻ ՄՈԴԵԼԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում բերված մոդելը հիմնված է հոսքի ապահովության կորի կետ-առ-կետ ապրոքսիմացման հիման վրա: Այն թույլ է տալիս որոշել ոռոգման համակարգերի օպտիմալ պարամետրերը բազմամյա շահագործման պայմանով:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кардаш В. А.* Экономическая оптимизация в орошении. «Вопросы анализа плановых решений в сельском хозяйстве». Часть II. Новосибирск. ИЭиОПП СО АН СССР, 1972, 205 с.
2. *Кардаш В. А., Рапопорт О. Э.* Моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве. Новосибирск. «Наука», 1979, 157 с.