



$$p(t) = \frac{m_p \cdot \Delta \cdot A^2}{z} \sum_{i=1}^{\infty} B_i \cos i \cdot A \cdot t,$$

где  $i$  — номер соответствующей гармоники возмущающей силы;  $A$  и  $B_i$  — постоянные коэффициенты:  $A = \frac{\omega_0}{2} \left(1 - \frac{d_{\text{ст}}}{D_0}\right) \cdot z$ ;  $B_i = \frac{1}{4 \cdot i^2 - 1}$ .

Дифференциальное уравнение движения уравновешенного ротора с учетом нелинейной жесткости и радиального зазора подшипников будет

$$\begin{cases} m_p \ddot{y}_1 = P_p - F_{y_1} + p(t); \\ F_{y_1} = F_{y_1}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $m_p$ ,  $P_p$  — масса и вес ротора;

$$P_p = C_p \cdot (\lambda_{1\text{ст}} - \lambda_{2\text{ст}}), \quad (4)$$

$C_p$  — жесткость ротора;  $\lambda_{1\text{ст}}$ ,  $\lambda_{2\text{ст}}$  — перемещение ротора и упругая деформация подшипника от статически приложенных сил по направлению оси  $y$ ;  $F_{y_1}$  — восстанавливающая сила, обусловленная упругостью ротора:

$$F_{y_1} = C_p (y_1 - y_2 + \lambda_{1\text{ст}} - \lambda_{2\text{ст}}); \quad (4)$$

$y_1$ ,  $y_2$  — перемещение ротора и упругая деформация подшипника по оси  $y$ ;  $F_{y_2}$  — восстанавливающая сила, обусловленная контактной упругостью подшипников [3]:

$$F_{y_2} = C \cdot B (y_2 - \lambda_{2\text{ст}})^{3/2}, \quad (5)$$

$C$  — коэффициент Герца;  $B$  — периодическая функция времени:

$$B = B_0 - B_1 \cdot \cos \omega_0 \cdot t;$$

$$B_0 = \cos^{5/2} \frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} (1 + \cos^{5/2} \varphi); \quad (6)$$

$$B_1 = \cos^{5/2} \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{2} (1 + \cos^{5/2} \varphi).$$

Подставляя (3) + (6) в (2) и разлагая функцию  $(y_2 - \lambda_{2\text{ст}})^{3/2}$  в ряд Тейлора, получим:

$$\begin{cases} \ddot{y}_2 \cdot \xi = \omega_0^2 \cdot \xi + p'(t); \\ C_p \cdot \xi = (h^2 - q \cdot \cos \omega_0 t) y_2 - \delta \cdot \cos \omega_0 t, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\xi = y_1 - y_2$ ;  $3/2 C \cdot B_0 \cdot \lambda_{2\text{ст}}^{1/2} = h^2$ ;  $3/2 C \cdot B_1 \cdot \lambda_{2\text{ст}}^{1/2} = q$ .

$$C \cdot B_1 \cdot \lambda_{2\text{ст}}^{3/2} = \delta; \quad C_p / m_p = \omega_0^2; \quad p'(t) = \frac{p(t)}{m_p}.$$

Ограничимся нахождением периодического решения (7) методом малого параметра Пуанкаре [4]. Предполагая величину  $q$  малой по сравнению с  $h^2$ , представим  $\xi$  и  $y_2$  в виде ряда

$$\ddot{z} = \sum_{n=0}^{\infty} q^n \cdot \ddot{z}_{2n}, \quad y_2 = \sum_{n=0}^{\infty} q^n \cdot y_{2n}. \quad (8)$$

Подставив (8) в (7), приравняв коэффициенты при одинаковых степенях  $q$ , получим систему  $n$  линейных дифференциальных уравнений, решения которых подставим в (8). Опустив члены, не зависящие от времени, а в зависящих — сохранив только члены низшей степени по малому параметру  $q$ , получим:

$$y_1 = y_{10} + y_1'; \quad y_2 = y_{20} + y_2'. \quad (9)$$

где

$$y_{10} = \frac{\dot{\theta} \cdot \omega_0^2 \cdot \cos \omega_0 t}{[h^2 \omega_1^2 - \omega_0^2 (h^2 + C_p)]} + \frac{A^2 \cdot \Delta (h^2 + C_p)}{\pi} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{B_i \cdot \cos i \cdot A \cdot t}{[h^2 \omega_1^2 - i^2 A^2 (h^2 + C_p)]};$$

$$y_1' = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1} [D_n' \cos n \omega_0 t + D_{n1}' \cos [(n-1) \omega_0 + iA] \cdot t + D_{n1}' \times \\ \times \cos [(n-1) \omega_0 - i \cdot A] \cdot t];$$

$$D_n = \dot{\theta} \cdot \omega_1^2 \prod_{s=1}^n \frac{\omega_1^2 - (n-1)^2 \omega_1^2}{2^{n-1} [n^2 \omega_1^2 - \omega_n^2 (h^2 + C_p)] [h^2 \omega_1^2 - n \omega_n^2 (h^2 + C_p)]};$$

$$D_n' = \frac{A^2 \cdot \Delta \cdot C_p \cdot \omega_1^2}{\pi} \times$$

$$\prod_{s=1}^{n-2} \frac{B_s [\omega_1^2 - [(n-2) \omega_0 + iA]^2]}{2^{n-1} (\omega_1^2 - i^2 A^2) [h^2 \omega_1^2 - i^2 A^2 (h^2 + C_p)] [h^2 \omega_1^2 - [(n-1) \omega_0 + iA]^2 (h^2 + C_p)]};$$

$$D_n'' = \frac{A^2 \cdot \Delta \cdot C_p \cdot \omega_1^2}{\pi} \times$$

$$\prod_{s=1}^{n-2} \frac{B_s [\omega_1^2 - [(n-2) \omega_0 - iA]^2]}{2^{n-1} (\omega_1^2 - i^2 A^2) [h^2 \omega_1^2 - i^2 A^2 (h^2 + C_p)] [h^2 \omega_1^2 - [(n-1) \omega_0 - iA]^2 (h^2 + C_p)]};$$

$$y_{20} = \frac{\dot{\theta} (\omega_1^2 - \omega_0^2)}{[h^2 \omega_1^2 - \omega_0^2 (h^2 + C_p)]} \cos \omega_0 t + \frac{A^2 \cdot \Delta \cdot C_p}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{B_i \cos i A t}{[h^2 \omega_1^2 - i^2 A^2 (h^2 + C_p)]};$$

$$y_2' = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1} [E_n \cos n \omega_0 t + E_{n1}' \cos [(n-1) \omega_0 + i \cdot A] \cdot t + E_{n1}' \times \\ \times \cos [(n-1) \omega_0 - i \cdot A] \cdot t];$$

$$E_n = \dot{\theta} \prod_{s=1}^n \frac{(\omega_1^2 - \omega_s^2) (\omega_1^2 - n^2 \omega_0^2)}{2^{n-1} [h^2 \omega_1^2 - \omega_0^2 (h^2 + C_p)] [h^2 \omega_1^2 - n^2 \omega_0^2 (h^2 + C_p)]};$$

$$E_{n1}' = \frac{A^2 \cdot \Delta \cdot C_p}{\pi} \times$$

$$\times \prod_{i=1}^n \frac{B_{ni} \{ \omega_i^2 - [(n-1)\omega_0 + i \cdot A]^2 \}}{2^{n-1} [h^2 \omega_i^2 - i^2 A^2 (h^2 + C_p)] | h^2 \omega_i^2 - [(n-1)\omega_0 + i \cdot A]^2 (h^2 + C_p) |}$$

$$E_{ni} = \frac{A^2 \cdot \Delta \cdot C_p}{n} \times$$

$$\times \prod_{i=2}^n \frac{B_{ni} \{ \omega_i^2 - [(n-1)\omega_0 - iA]^2 \}}{2^{n-1} [h^2 \omega_i^2 - i^2 A^2 (h^2 + C_p)] | h^2 \omega_i^2 - [(n-1)\omega_0 - iA]^2 (h^2 + C_p) |}$$

Решение (9) характеризует спектр вибрации ротора машины, обусловленной эксплуатационным зазором и нелинейной жесткостью подшипников. Как видно, при определенных значениях указанных факторов существуют многочисленные резонансные частоты, при совпадении которых с какой-либо из гармоник возмущений возникает резкое возрастание амплитуды отдельных составляющих спектра вибрации. Зависимость амплитуды колебания ротора от величины эксплуатационного зазора с учетом податливости элементов подшипника при различных нагрузках и постоянстве всех остальных параметров показана на рис. 2. На графика видно, что существует оптимальное значение эксплуатационного зазора  $e_0$ , при котором его значение не влияет на вибрацию ротора. При увеличении зазора выше оптимального происходит резкое возрастание амплитуды колебания. С увеличением нагрузки на подшипник значение оптимального зазора увеличивается. Это свидетельствует о том, что податливость колец и их качения приводит к уменьшению колебания ротора.

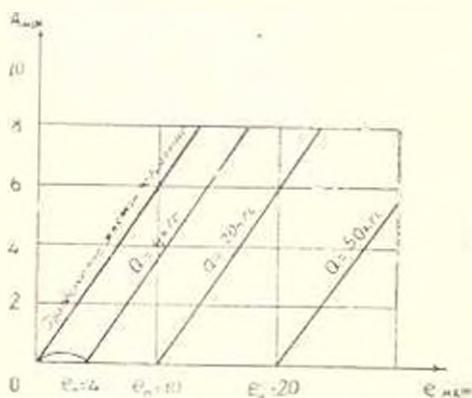


Рис. 2. Влияние величины зазора  $e$  и нелинейной жесткости подшипника № 308 на уровень вибрации ротора при различных статических нагрузках

Из полученных выражений (9) и графика на рис. 2 видно, что снижение уровня вибрации ротора может быть достигнуто либо за счет уменьшения эксплуатационного зазора, либо за счет повышения податливости опор, введенной в систему упругих элементов.

При использовании в конструкции машины подшипников определенного класса точности регулирование зазора в системе может быть достигнуто за счет изменения посадки сопрягаемых поверхностей. При этом следует учитывать, что для обеспечения нормальной работы подшипника эксплуатационный зазор должен быть не менее толщины граничного слоя масляной пленки и не более оптимального значения  $e_0$ .

## Выводы

1. Нелинейные дифференциальные уравнения колебания ротора, получаемые с учетом контактной жесткости и радиального зазора, можно линеаризовать методом малого параметра Пуанкаре.

2. Наличие эксплуатационного зазора в подшипниках качения приводит к возникновению бесчисленного множества гармоник возникающих сил, действующих на подшипник.

3. Существует оптимальное значение радиального зазора, при котором обеспечивается нормальная работа подшипников. Оптимальный зазор для каждого типа подшипника необходимо подсчитать из условия минимизации колебания ротора.

4. Увеличение податливости подшипника уменьшает влияние зазора на виброактивность ротора.

Երևի մ. Կ. Մարգար

Поступило 9.VI.1979

Հ. Գ. ՇԵՎԿԱՆ, Թ. Պ. ԿԱՍԻՅԱՆ, Գ. Խ. ԿՈՆՏԱՆԻՅԱՆ

## ՎՈՐՈՒԱՆ ԱՌԱՆՅՐԱԿԱԼՆԵՐՈՎ ԸՆՈՐԸՆ ԲԱՏՈՐՆԵՐԻ ԳԻՆԱՄԻԿԱՆ

### Ա մ փ ո փ ո ս մ

Քարծր արագության մեքենաների շահագործումը, ինչպես նաև փորձնական շտապօտոմոնիտորինգի արդյունքները ցույց են տալիս, որ մեքենայի դինամիկայի, առանցքակալային շանգույցների հուսալիության և երկարակենցոթյան վրա զգալի ազդեցություն են թողնում շահագործման բացակն ու կոնտակտային կոշտության ոչ դժային բնույթը:

Աշխատանքում դիտարկվում է բարձր արագության մեքենաների դինամիկայի վրա զորման առանցքակալների շահագործման բացակի և ոչ դժային կոշտության ազդեցությունը: Եկրվում են փորձնական և տաղանթման արդյունքների ու բարձր արագության մեքենաների տառանման սպիկորայ բազարիչները իջեցնելու նպատակով տրվում են հանձնարարականներ:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кривков Ю. С. Влияние зазора на вибрацию и шум подшипников качения. «Вестник машиностроения», 1959, № 8.
2. Толстов Г. П., Рязь Фурье, М., Гостехиздат, 1951.
3. Шостал Т., Шаницкий А. А. Вибрация шарикоподшипника с радиальным зазором. «Машиноведение», 1973, № 4.
4. Проскураков А. П. Метод Пуанкаре и теории нелинейных колебаний. М., «Наука», 1977.