ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII, № 6, 1979 Серия технических наук

ГИДРОТЕХНИКА

С. А. АНАНЯН

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ РАСТВОРА СОЛЕЙ ФИЛЬТРАЦИОННЫМ ПОТОКОМ В ГРУНТАХ

В процессе капитальных промывок уровень грунтовых вод в междренном расстоянии, где расположены чеки, постепенно по определенному закону повышается, а в некоторых случаях может достичь поверхности земли или приблизиться к ней, в связи с чем по времени уменьшается мощность зоны аэрации, а мощность зоны грунтовых вод, наоборот, увеличивается.

Различные значения физико-химических параметров почвы и скоростей фильтрации в зоне аэрации почвенного раствора и грунтовых вод, а также перемещения по времени границ, разделяющих зоны аэрации от грунтовых вод, являются основными особенностями решаемых ниже задач.

Содово-засоленные почвы Араратской равнины промываются слабым раствором отработанной серной кислоты. Характерной ее особенностью является нейтрализация в короткий срок токсических компонентов солей в почве и длительный процесс превращения этих солей из твердой фазы в жидкую (при взаимодействии кальциевых и натриевых солей) при непрерывной схеме омывания почвенных агрегатов оросительной водой. В большинстве случаев после кислования почвы средне- и труднорастворимые соли выстилают главным образом на поверхности почвенных агрегатов, для которых применимы линейные уравнения кинетики растворения.

Учитывая сказанное, процесс миграции солей с учетом процесса растворения в зоне аэрации и грунтовых вод приближенно будем исследовать при помощи общих дифференциальных уравнений массопереноса [1—3] с учетом особенностей гидравлически связанных между собой зон аэрации и грунтовых вод.

З а д а ч а 1. Исследовать изменения по времени и глубине концентрации грунтовых и почвенных вод с учетом процессов растворения при непрерывной схеме подъема уровня грунтовых вод в междренном пространстве.

Математическую формулировку этой задачи можно представить в следующем виде:

$$\left|\begin{aligned} & D_1 \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2} - V_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} + \beta_1 (C_{\text{н}} - C_1) = n_1 \frac{\partial C_1}{\partial t}; \\ & D_2 \frac{\partial^2 C_2}{\partial x^2} - V_2 \frac{\partial C_2}{\partial x} + \beta_2 (C_{\text{н}} - C_2) = n_2 \frac{\partial C_2}{\partial t}, \end{aligned}\right. \tag{1}$$

а граничные условия — $C_1(x,0) = \tilde{C}_1 = \text{const}$; $C_2(x,0) = \tilde{C}_2 = \text{const}$; (2)

$$\left| D_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} + V_1 (C_p - C_1) \right\|_{x=0} = 0; \quad \left| D_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} = D_2 \frac{\partial C_2}{\partial x} \right\|_{x=x_0-Wt} \tag{3}$$

$$C_1(x_0 - Wt,\ t) = C_2(x_0 - Wt, t); \ \frac{\partial C_2}{\partial x}\Big|_{x=\infty} = 0. \tag{4}$$

здесь $C_1(x,t)$, $C_2(x,t)$ — соответственно, концентрация почвенного раствора в зоне аэрации и грунтовых вод: $\tilde{C}_1$, $\tilde{C}_2$ и $C_н$, $C_н'$ — концентрации начального и предельного насыщения; C_d — минерализация промывной (оросительной) воды; D_1, D_2 и β_1 β_2 — коэффициенты конвективной диффузии и скорости растворения; V_1 V_2 и W — скорости фильтрации и подъема уровня грунтовых вод: n_1 n_2 — коэффициент пористости грунтов: x_0 — начальная глубина залегания уровня грунтовых вод.

Введем вместо независимой переменной x новую — y:

$$y = x - (x_0 - Wt), \tag{5}$$

а вместо $C_1(x,t)$ и $C_2(x,t)$ — функции $\varphi(y,t)$ и $\Phi(y,t)$:

$$C_1(x,t) = C_н + \varphi(y,t) \exp\left[\frac{V_1 + W}{2D_1} y - \frac{(V_1+W)^2}{4D_1} - \beta_1 t\right]; \tag{6}$$

$$C_2(x,t) = C_н' + \Phi(y,t) \exp\left[\frac{V_2 + W}{2D_2} y - \frac{(V_2+W)^2}{4D_2} - \beta_2 t\right]. \tag{7}$$

С учетом (6), (7) исходная система уравнений (1) и граничные условия (2)—(4) примут следующий вид:

$$\left| \begin{aligned} & D_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \\ & D_2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\partial \Phi}{\partial t}; \end{aligned} \right. \tag{8}$$

$$\varphi(y,0) = (\tilde{C}_1 - C_н) \exp\left(-\frac{V_1 + W}{2D_1} y\right);$$

$$\Phi(y,0) = (\tilde{C}_2 - C_н') \exp\left(-\frac{V_2 + W}{2D} y\right); \tag{9}$$

$$D_1 \frac{\partial \varphi}{\partial y}\Big|_{y=-x_0+Wt} + \frac{W - V_1}{2} \varphi(-x_0 + Wt,\ t) = V_1 (C_н - C_p) \exp \times$$

$$\times \left[\frac{V_1 + W}{2D_1}(x_0 - Wt) + \frac{(V_1+W)^2}{4D_1} + \beta_1 t\right]; \tag{10}$$

$$C_н + \varphi(0,\ t) \exp\left[-\beta_1 t - \frac{(V_1+W)^2}{4D_1} t\right] = C_н' + \Phi(0,\ t) \exp \times$$

$$\times \left[-\beta_2 t - \frac{(V_2+W)^2}{4D_2} t\right]; \tag{11}$$

$$\left[D_1 \frac{\partial\varphi}{\partial y}\Big|_{y=0} + \frac{V_1+W}{2}\varphi(0,\,t)\right]\exp\left[-\beta_1 t - \frac{(V_1+W)^2}{4D_1}t\right] =$$

$$= \left[D_2\frac{\partial\Phi}{\partial y}\Big|_{y=0} + \frac{V_2+W}{2}\Phi(0,\,t)\right]\exp\left[-\beta_2 t-\frac{(V_2+W)^2}{4D_2}t\right]; \qquad (12)$$

$$\left[\frac{\partial\Phi}{\partial y} + \frac{V_2+W}{2D_2}\Phi(y,\,t)\right]\Big|_{y=\infty} = 0. \qquad (12')$$

При решении системы уравнений (8) методом преобразования Лапласа с учетом (5) удается точно удовлетворять граничные условия (11) — (12'), а условие (10) — при больших t, $\left(t > 0{,}7\frac{x}{W}\right)$, т. е. при малых параметрах Лапласа.

С учетом сказанного, результаты решения исходной системы дифференциальных уравнений (1) можно представить в следующем виде:

$$h(t) = \left(-\frac{3V_1+W}{4l}\right)(C_н'-C_н)\,e^{bt}\left[e^{-y\sqrt{\frac{b}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2t}}-\sqrt{bt}\right)+e^{y\sqrt{\frac{b}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2t}}+\sqrt{bt}\right)\right]+$$

$$+\left(\frac{V_1-W}{4l}\right)(\tilde{C}_2-C_н')\,e^{(b+b'-\beta_2)t}\left[e^{-y\sqrt{\frac{(b+b'-\beta_2)}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2t}}-\sqrt{(b+b'-\beta_2)t}\right)+e^{y\sqrt{\frac{(b+b'-\beta_2)}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2t}}+\sqrt{(b+b'-\beta_2)t}\right)\right]+$$

$$+\left(\frac{V_1-W}{4l}\right)(C_н-\tilde{C}_1)\,e^{(2b-\beta_1)t}\left[e^{-y\sqrt{\frac{2b-\beta_1}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2t}}-\sqrt{(2b-\beta_1)t}\right)+e^{y\sqrt{\frac{2b-\beta_1}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2t}}+\sqrt{(2b-\beta_1)t}\right)\right]+$$

$$+\left(\frac{V_1+W}{2l}\right)e^{at}\left[e^{-y\sqrt{\frac{a}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2t}}-\sqrt{at}\right)+\right.$$

$$+e^{y\sqrt{\frac{A}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2 t}}+\sqrt{at}\right)\Big]+$$

$$+\frac{V_1(C_н-C_р)}{2l}e^{\left(-\frac{V_2+W}{2D_1}x_0+At\right)}\left[e^{-y\sqrt{\frac{A}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2 t}}-\sqrt{At}\right)+\right.$$

$$+e^{y\sqrt{\frac{A}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2 t}}+\sqrt{At}\right)\Big]+\frac{V_1(\bar{C}_1-C_н)}{l}e^{\left(-\frac{V_1+W}{2D_1}x_0+Bt\right)}\times$$

$$\times\left[e^{-y\sqrt{\frac{B}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2 t}}-\sqrt{Bt}\right)+e^{y\sqrt{\frac{B}{D_2}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{D_2 t}}+\sqrt{Bt}\right)\right]; \tag{13}$$

$$C_2(x,t)=C_н'+(\bar{C}_2-C_н)e^{-\beta_2 t}+h(t)\exp\times$$
$$\times\left[\frac{V_2+W}{2D_2}y-\left(\beta_2+\frac{(V_2+W)^2}{4D_2}\right)\right], \tag{14}$$

где

$$a=\beta_2-\beta_1+\frac{(V_2+W)^2}{4D_2}-\frac{(V_1+W)^2}{4D_1};\ b=\beta_1+\frac{(V_1+W)^2}{4D_1};$$

$$b'=\beta_2+\frac{(V_2+W)^2}{4D_2};\ l=-\frac{V_2-V_1-2\sqrt{a D_2}}{2}+\frac{W-3V_1}{2};$$

$$A=a-\beta_1+\frac{V_2+W}{2D_1}W+\frac{(V_1+W)^2}{4D_1};\ B=a+\frac{(V_1+W)^2}{4D_1}+$$
$$+\frac{(V_2+W)W}{2D_1};\ t>0{,}7\ \frac{x_0}{W}.$$

Для упрощения расчетов, согласно [3] можно принять, что исходное засоление перед промывкой близко к предельному, т. е. из расчетной формулы (13) можно отбросить члены, которые умножаются на $(C_н-\bar{C}_1)$, $(C_н-\bar{C}_2)$. Отметим, что формула (14) относится к периоду вытеснения и растворения солей твердой фазы, не описывает полный вынос солей и опреснение почвы и дает более точные результаты для больших значений коэффициента $at>1$.

Задача 2. Принимается, что скорости фильтрации в зоне аэрации большие и поэтому в первом дифференциальном уравнении системы (1) можно пренебречь первым членом, который характеризует процесс диффузии солей.

Исходную систему дифференциальных уравнений и граничные условия для второй задачи можно представить в виде:

$$\begin{cases} -V_1\dfrac{\partial C_1}{\partial x}+\beta_1(C_н-C_1)=n_1\dfrac{\partial C_1}{\partial t},\ 0<x<(x_0-Wt); & (15а)\\ D_2\dfrac{\partial^2 C_2}{\partial x^2}-V_2\dfrac{\partial C_2}{\partial x}+\beta_2(C_н-C_2)=n_2\dfrac{\partial C_2}{\partial t},\ (x_0-Wt)<x<\infty; & (15б)\end{cases}$$

$$C_1(x,\ 0)=C_0\exp\left(-\alpha\frac{x}{x_0}\right);\ C_2(0,\ t)=C_0\exp(-\alpha)=\text{const};$$

$$C_1(0,\ t)=C_P=\text{const};\ C_1(x_0-Wt,\ t)=C_2(x_0-Wt,\ t). \qquad (16)$$

Решение дифференциального уравнения (15а) имеет вид:

$$C_1(x,\ t)=\begin{cases} C_н\left[1-\exp\left(-\beta_1\dfrac{x}{V}\right)\right]+C_P\exp\left(-\beta_1\dfrac{x}{V}\right); & x<Vt;\\ C_н[1-\exp(-\beta_1 t)]+C_0\exp\left[\left(-\alpha\dfrac{x}{x_0}\right)-\left(\beta_1-\alpha\dfrac{V}{x_0}\right)t\right]; & x<Vt.\end{cases} \qquad (17)$$

Для $C_2(x,\ t)$ вводим новую ункцию $\Phi(y,\ t)$:

$$C_2(x,\ t)=C_н'+\Phi(y,\ t)\exp\left[\frac{V_2+W}{2D_2}y-\frac{(V_2+W)^2}{4D_2}-\beta_2 t\right]. \qquad (18)$$

С учетом (18) дифференциальное уравнение (15б) примет вид:

$$D_2\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}=\frac{\partial\Phi}{\partial t}, \qquad (19)$$

решение которого удобно искать в виде суммы двух функций $\Phi_1(y,\ t)$ и $\Phi_2(y,\ t)$ [4], которые должны удовлетворять следующим условиям:

$$\Phi(y,\ t)=\Phi_1(y,\ t)+\Phi_2(y,\ t);$$

$$D_2\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial y^2}=\frac{\partial\Phi_1}{\partial t};\ D_2\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial y^2}=\frac{\partial\Phi_2}{\partial t};\ \Phi_1(0,\ t)=0;\ \Phi_1(y,\ 0)=$$

$$=C_0\exp(-\alpha)\exp\left(-\frac{W^2}{2D_2}y\right);\ \Phi_2(y,\ 0)=0;$$

$$\Phi_2(0,\ t)=\left\{C_н[1-\exp(-\beta_1 t)+C_0\exp\left[-\frac{\alpha}{x_0}(x_0-Wt)-\left(\beta_1-\alpha\frac{V}{x_0}\right)t\right]\right\}.$$

Окончательное решение дифференциального уравнения (15б) можно представить в виде

$$C_2(x,\ t)=C_н'+\frac{1}{2}[C_0\exp(-\alpha)-C_н'][\operatorname{erfc}(\eta_1)-\exp(\zeta_1)\operatorname{erfc}(\eta_2)]+$$
$$(20)$$
$$+\frac{1}{2}[(C_н-C_P)-(C_н-C_P)\exp(\zeta_3)][\exp(\zeta_3)\operatorname{erfc}(\eta_3)+\exp(\zeta_4)\operatorname{erfc}(\eta_4)]\exp(-\zeta_4),$$

где

$$\eta_{1,2}=\frac{(V_2+W)t\mp(x-x_0+Wt)}{2\sqrt{D_2 t}};\quad \eta_{3,4}=\frac{(x-x_0+Wt)}{2\sqrt{D_2 t}}\mp$$

$$= \sqrt{\left[\frac{(V_2+W)^2}{4D_2} + \beta_2\right]} t; \quad \zeta_1 = \frac{(V_2+W)(x-x_0+Wt)}{D_2};$$

$$\zeta_2 = -\frac{\beta_1}{V_1}(x_0 - Wt); \quad \zeta_{3,4} = \mp (x-x_0-Wt)\sqrt{\frac{(V_2+W)^2}{4D_2^2} + \frac{\beta_2}{D_2}};$$

$$\zeta_5 = \frac{V_2+W}{2D_2} y.$$

Задача 3. Принимается, что уровень грунтовых вод при капитальных промывках в сравнительно короткий период времени приближается к поверхности почвы и по времени остается постоянным. Поэтому при решении задачи отпадает надобность разделять область массопереноса на две зоны. Процесс превращения твердой фазы солей в жидкую в этом случае описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma_1 (Cn - \alpha_0 N), \tag{21}$$

который, как известно [2], выражает обратимую адсорбцию и десорбцию растворимых веществ при изотерме Генри. Здесь $\alpha_0 = \frac{1}{\Gamma}$, Γ — коэффициент Генри; n — активная пористость грунта.

Задача решается при помощи систем дифференциальных уравнений массопереноса

$$\begin{cases} V\frac{\partial C}{\partial x} + \gamma\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial t} = 0, \quad \gamma = \frac{1-n}{n}, \\ \frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma_1 (Cn - \alpha_0 N) \text{ или } \frac{\partial N}{\partial t} = \alpha (C - N), \end{cases} \tag{22}$$

$$\begin{gathered} t = 0, \; C_0(x, 0) = C_0 \exp(-\delta x), \; N(x, 0) = N_0 \exp(-\delta x), \\ t > 0, \; x = 0, \; C = C_p. \end{gathered} \tag{23}$$

Результаты решения задачи для $C_1(x, t)$ можно представить в следующем виде:

$$C_1(x, t) = \frac{(1-n)\alpha N_0 e^{-\delta x}}{nA}\left[\left(1+\frac{\alpha}{A}\right)e^{At} + \left(\alpha + \frac{a_0 V}{A}\right)t - \left(1+\frac{\alpha}{A}\right)\right] +$$
$$+ \frac{V a_0 C_0 e^{-(\delta x - At)}}{A^2}\left[(1-e^{-At})\frac{2\alpha}{A} - \left(\alpha - \frac{a_0 V}{A}\right)te^{-At} - \left(\alpha - A + \frac{14 a_0 V}{A}\right)t - \right.$$
$$\left. - \left(1 - \frac{2\alpha}{A} - \frac{A^2}{a_0 V}\right)\right] - \left(1 + \frac{3a_0 V}{A^2}\right)e^{-At} + \frac{3a_0 V}{A^2}; \tag{24}$$

$$N(x, t) = \alpha e^{-\alpha t}\int_0^t C(x, \tau)\, e^{\alpha\tau}\, d\tau + N_0 e^{-\delta x}; \quad A = \delta V - \frac{\alpha(1-n)}{n},$$

$$a_0 = \frac{\alpha^2 (1-n)}{nV}. \tag{25}$$

Уравнения (24) — (25) дают более точные результаты при малых значениях коэффициента α ($\alpha < 0{,}02$), который входит в уравнение сорбции (22). Это дала возможность при решении задачи ограничиться первыми тремя членами ряда, расположенными по степеням малого параметра $\frac{x}{\rho}$. Аналогичным образом получены решения задачи для $t > \frac{x}{V}$.

Более сложные задачи массопереноса фильтрационным потоком при капитальных промывках и орошении на фоне горизонтального и вертикального дренажей для разных гидрогеологических и мелиоративных условий можно разрешить методом математического моделирования [4—6].

ЕрПИ им. К. Маркса Поступило 2· V.1979

Ս. Ա. ԱՆԱՆՅԱՆ

ԳՐՈՒՆՏՆԵՐՈՒՄ ԱՂԱԼՈՒԾՈՒՅԹՆԵՐԻ ՖԻԼՏՐԱՑԻՈՆ ՀՈՍՔՈՎ ՇԱՐԺՄԱՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՈՐՈՇ ՀԱՐՑԵՐ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում բերված են նյութատեղափոխման երեք միաչափային խնդիրների մոտավոր լուծման արդյունքները աղակալած հողերի կապիտալ լվացման ժամանակ գրունտային ջրերի շարժման պրոցեսում։

Խնդիրների լուծումը իրականացված է հայտնի ֆիզիկո-քիմիական դիֆերենցիալ հավասարումների օգնությամբ՝ տարբեր սորբցիոն պրոցեսների պայմաններում։

Առաջին երկու խնդիրների լուծման ժամանակ հաշվի է առնված նաև, որ գրունտային ջրերի մակարդակը լվացման պրոցեսների ժամանակ բարձրանում կամ իջնում է, որի հետևանքով հավասարումների լուծումը իրականացված է շարժական սահմանային պայմանների համար։ Այդ հանգամանքը խնդրի լուծման ժամանակ առաջացնում է որոշ դժվարություններ, որոնք հաղթահարված են մոտավոր եղանակներով։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Веригин Н. Н., Шержуков Б. С., Шапинская Г. П.* К расчету промывания засоленных почв. Тр. коорд. сов. по гидротех., вып. 35, Л., «Энергия», 1967.
2. Под ред. *Н. Н. Веригина.* Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород. М., «Недра», 1977.
3. *Аверьянов С. Ф.* Борьба с засолением орошаемых земель. М., «Колос», 1978.
4. *Ананян С. А.* Изменение минерализации почвенного раствора и грунтовых вод при капитальных промывках. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXIX, № 6, 1976.
5. *Ананян С. А.* О некоторых результатах решения пространственной задачи массопереноса. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXX, № 6, 1977.
6. *Ананян С. А.* Массоперенос фильтрационным потоком на фоне горизонтального дренажа. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXXII, № 2, 1979.