ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXII, № 6, 1979 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Р. В. АМБАРЦУМЯНЦ

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЯТИЗВЕННОГО ЗУБЧАТО-РЫЧАЖНОГО ГЕНЕРАТОРА ДВУХ ФУНКЦИЙ

При конструировании различных механических систем всегда ставится требование о получении минимальных габаритов, веса и др. В таких случаях целесообразно, если это возможно, на один и тот же механизм возложить требование одновременного или последовательного воспроизведения нескольких заданных функциональных зависимостей. Очевидно, такая постановка задачи может быть справедливой для механизмов с числом подвижных звеньев, большим двух.

Зубчато-рычажные механизмы, как правило, проектируются как генераторы одной функции [1, 2]. Однако они в силу особой структуры и свойств выгодно отличаются от других механизмов [3]. Ниже рассматриваются вопросы проектирования пятизвенного зубчато-рычажного механизма (рис.), как генератора двух функций.

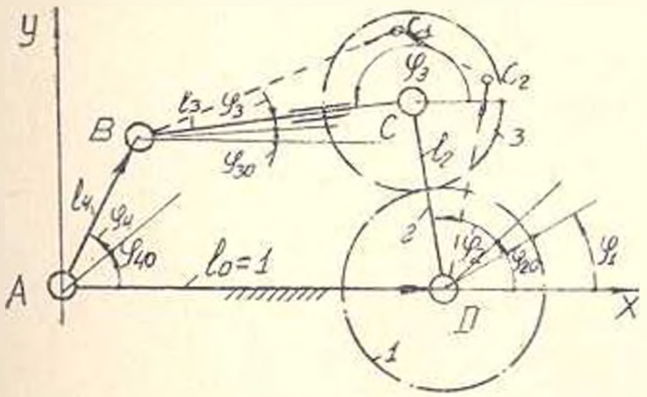

Рис.

Пусть заданы функциональные зависимости $x f_1 y$, $x f_2 z$ и требуется их одновременное воспроизведение на заданном интервале изменения аргумента x с помощью рассматриваемого механизма.

Выявим внутренние связи между углами поворота его звеньев. Поскольку кинематическая цепь 1—2—3 (рис.) является дифференциальным механизмом, для нее справедливо равенство

$$\dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_1 u^2_{31} + \dot{\varphi}_2 u^1_{32}, \tag{1}$$

где $\dot{\varphi}_i$ — угловая скорость i-ого звена ($i = 1, 2, 3$); u^c_{ab} — передаточное отношение между звеньями a, b при условно неподвижном звене c ($a = 3$, $b = 1,2$, $c = 2,1$).

Проинтегрировав выражение (1) при начальных условиях $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \varphi_3 = 0$, получим

$$\varphi_3 = \varphi_1 u_{31}^2 + \varphi_2 u_{32}^2. \tag{2}$$

Предположим, что входным звеном механизма является первое и углы его поворота пропорциональны значению аргумента x, а выходными — второе, четвертое звенья и их углы поворота пропорциональны, соответственно, значениям функций y, z. Определив значения коэффициентов пропорциональности между ними, найдем зависимости $\varphi_1 f_1 \varphi_4$ и $\varphi_1 f_2 \varphi_5$. Тогда

$$\varphi_3 = u_{31}^2[f_1^{-1}(\varphi_4)] + u_{32}^2[f_2^{-1}(\varphi_5)], \tag{3}$$

т. е. заданные функции $x f_1 y$, $x f_2 z$ воспроизводятся пятизвенным зубчато-рычажным механизмом, если положения его звеньев удовлетворяют равенству (3). Выражение (3) показывает, что проектирование пятизвенного зубчато-рычажного механизма, как генератора двух функций, осуществимо независимо от выбора входного звена. Поскольку выражение (3) обеспечивается при соответствующих положениях звеньев шарнирного четырехзвенника, то проектирование пятизвенного зубчато-рычажного генератора двух функций приводится к проектированию шарнирного четырехзвенника с заданными положениями всех его звеньев.

Определение неизвестных параметров шарнирного четырехзвенника можно осуществить с применением алгебры комплексной переменной [4], и при заданных трех положениях механизма необходимо решить матричное равенство

$$A\,[l_2 l_3 l_4]^t = [1\ 1\ 1]^t, \tag{4}$$

где

$A = [\,e^{i\varphi_j}\,]$ — квадратная матрица третьего порядка $(j = 2, 3, 4)$.

Однако использование алгебры комплексной переменной при вычислении параметров схемы механизма позволяет задаваться максимум четырьмя положениями его звеньев.

Представим решение задачи с применением алгебры действительной переменной, что позволяет увеличить число вычисляемых параметров. Расчленим в шарнире C (рис.) механизм на две открытые кинематические цепи и соединим их между собой фиктивным звеном C_1C_2. Приписывая звеньям полученного шарнирного пятизвенника свойства векторов, запишем

$$\bar{l}_4 + \bar{l}_3 - \bar{l}_2 - 1 = \bar{\lambda}, \tag{5}$$

где λ — длина фиктивного звена.

Используя известное свойство преобразованного механизма [4], возведя векторное уравнение (5) в квадрат, для взвешенной разности получим

$$\Delta_q = 2\,[1/2\,(l_4^2 + l_3^2 + l_2^2 + 1 - \lambda^2) + l_4 l_3 \cos(\varphi_4 + \varphi_{40} - \varphi_3 - \varphi_{30}) -$$
$$- l_2 l_4 \cos(\varphi_2 + \varphi_{20} - \varphi_4 - \varphi_{40}) - l_4 \cos(\varphi_4 + \varphi_{40}) - \quad (6)$$
$$- l_3 l_2 \cos(\varphi_2 + \varphi_{20} - \varphi_3 - \varphi_{30}) - l_3 \cos(\varphi_3 + \varphi_{30}) +$$
$$+ l_2 \cos(\varphi_2 + \varphi_{20})].$$

Для вычисления трех параметров схемы механизма выражение (6) можно представить в виде полинома

$$\Delta_q = 2\Sigma P_i f_i(x_j), \quad (7)$$

где

$$i = 0,\ 1,\ 2, \ldots, 6; \quad j = 1,\ 2,\ 3; \quad P_0 = 1/2\,(1 + P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 - \lambda^2);$$
$$P_1 = l_4; \quad P_2 = l_3; \quad P_3 = l_2; \quad P_4 = P_1 P_2; \quad P_5 = P_1 P_3; \quad P_6 = P_2 P_3;$$
$$f_0(x) = 1; \quad f_1(x) = -\cos(\varphi_4 + \varphi_{40}); \quad f_2(x) = -\cos(\varphi_3 + \varphi_{30});$$
$$f_3(x) = \cos(\varphi_2 + \varphi_{20}); \quad f_4(x) = \cos(\varphi_4 + \varphi_{40} - \varphi_3 - \varphi_{30});$$
$$f_5(x) = -\cos(\varphi_4 + \varphi_{40} - \varphi_2 - \varphi_{20}); \quad f_6(x) = -\cos(\varphi_3 + \varphi_{30} - \varphi_2 - \varphi_{20}).$$

При решении системы (7) необходимо обеспечить дополнительное условие — значение λ^2 должно быть очень маленькое число*. Наилучшее решение получится при $\lambda = 0$. Для определения значения коэффициентов P_i, при которых $\lambda = 0$, систему (7) необходимо решить в следующей последовательности. Исключив неизвестное P_0, в предположении, что значение одного из неизвестных коэффициентов P_i известно, получим квадратное уравнение относительно оставшихся неизвестных. Тогда можно найти зависимости, например, $P_1 = f_1(P_3)$, $P_2 = f_2(P_3)$, $P_0 = f_3(P_3)$, а затем — зависимость $\lambda^2 = \lambda(P_3)$.

Значения P_3, при которых функция $\lambda^2 = \lambda(P_3)$ обращается в нуль, будут искомыми решениями системы (7). Поскольку функция $\lambda^2 = \lambda(P_3)$ является неявной, то ее следует исследовать численными методами. В случае непересечения $\lambda^2 = \lambda(P_3)$ с осью значения P_3, следует выбрать новые значения начальных углов φ_{20}, φ_{30}, φ_{40}. Если же исследуемая функция $\lambda^2 = \lambda(P_3)$ пересекается с осью значений P_3 в нескольких точках, то окончательный выбор величины P_3 следует произвести после расчета значений остальных коэффициентов системы (7) и точности воспроизведения заданных функций. Аналогичным образом можно составить полиномы для вычисления четырех и пяти параметров схемы механизма.

---

* В практических расчетах достаточно, чтобы значение λ входило в поле допуска размеров элементов кинематических пар.

Пример. Вычислить параметры пятизвенного зубчато-рычажного генератора при заданных функциях $y = e^x$ и $z = \ln x$ в пределах угла поворота входного звена $0 \leqslant \varphi_1 \leqslant 60^\circ = \varphi_{1m}$ и изменения аргумента $1 \leqslant x \leqslant 2$.

Задаемся углами поворота выходных звеньев, соответствующими интервалу приближения $\varphi_{2m} = 20^\circ$, $\varphi_{4m} = 30^\circ$, и передаточным отношением $u_{31}^{2} = -1$. Согласно заданным начальным условиям находим

$$x = 1 + \frac{1}{60}\varphi_1; \quad \varphi_2 = 11{,}6389\left(e^{\frac{1}{60}\varphi_1} - 1\right); \quad \varphi_4 = 43{,}2807 \ln\left(1 + \frac{1}{60}\varphi_1\right) =$$

$$= 99{,}6678 \lg\left(1 + \frac{1}{60}\varphi_1\right).$$

Выбранные узлы интерполирования и значения приращения углов поворота звеньев шарнирного четырехзвенника представлены в табл.

Узлы \ Углы	φ_1	φ_3	φ_4	φ_2
I	0	0	0	0
II	30°	−14°55′	17°33′	7°32′
III	60°	−20°	30°	20°

В результате расчета получены следующие значения параметров схемы механизма: $l_1 = 0{,}854649$; $l_2 = 0{,}710862$; $l_3 = 0{,}632583$; $\varphi_{40} = 9^\circ 55'$; $\varphi_{30} = 17^\circ 26'$; $\varphi_{20} = 34^\circ 20'$.

Определение точности воспроизводимых функций можно осуществить следующим образом.

После вычисления геометрических размеров шарнирного четырехзвенника легко найти функциональные зависимости $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_2)$, $\varphi_4 = \varphi_4(\varphi_2)$. На основании (2) имеем $\varphi_3(\varphi_2) = \varphi_1 u_{31}^{2} + \varphi_2 u_{32}^{1}$.

Решив последнее уравнение относительно φ_2, находим $\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1)$, а затем — $\varphi_4 = \varphi_4(\varphi_2(\varphi_1))$. Точности воспроизведения функциональных зависимостей можно оценить по разностям $\Delta\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_1) - \mu_y y$, $\Delta\varphi_4 = \varphi_4(\varphi_2(\varphi_1)) - \mu_z z$, где μ_y, μ_z — коэффициенты пропорциональности между углами φ_2, φ_4 и заданными функциями y, z.

Аналогичным образом можно определить точность воспроизведения функций при других выходных звеньях.

Укажем косвенный метод, объединяющий вопросы точности воспроизведения функций. Предположим, что четвертое или второе звено абсолютно точно воспроизводит одну из заданных функций. Тогда легко определить зависимости $\varphi_2 = \varphi_2(\varphi_4)$, $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_4)$ (или $\varphi_3 = \varphi_3(\varphi_2)$, $\varphi_4 = \varphi_4(\varphi_2)$) и с помощью выражения (2), с учетом другой заданной функции, действительное значение угла поворота φ_1 звена 1. В таком случае разность $\Delta\varphi_1 = \varphi_{1T} - \varphi_{1Д}$ между действительным и теоретическим значениями угла поворота звена 1 может дать оценку точности воспроизведения функций одновременно.

Для представленного примера оценку точности воспроизведения функций целесообразно вести косвенным методом, т. к. прямой метод приводит к решению тригонометрического уравнения четвертой степени. Максимальная погрешность положения входного звена и аргумента x в предположении, что четвертое звено точно воспроизводит заданную функциональную зависимость, составляет $\Delta\varphi_1 = \pm 0.02325$ *рад*. $\Delta x = 0.0222$.

Отметим, что выражение (3) позволяет осуществить также проектирование пятизвенного зубчато-рычажного генератора одной функции. Например, если заданная функция пропорциональна отношению φ_4 / φ_1, проектирование рассматриваемого механизма приводится к решению [2], а в случае задания функции положения φ_4 / φ_5 или φ_4 / φ_3 — к решению [5].

Одесский технолог. инст.
пищ. пром. им. М. В. Ломоносова

Поступило 10.XII.1978

Ռ. Վ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆՑ

ԵՐԿՈՒ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՀՆԳՕՂԱԿ ԱՏԱՄՆԱ-ԼԾԱԿԱՎՈՐ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐԻ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկված է հնգօղակ ատամնա-լծակավոր մեխանիզմի սինթեզման ընդհանուր խնդիրը։ Ապացուցված է, որ նրա նախագծումը բերվում է քառօղակ հոդակապային մեխանիզմի նախագծմանը, երբ տրված են վերջինիս բոլոր օղակների դիրքերը։ Սինթեզման համար ստացված հավասարումները թույլ են տալիս երկու ֆունկցիաների միաժամանակ վերարտադրման հնարավորությունը դիտարկվող մեխանիզմով։

Լոգարիթմական և ցուցչային ֆունկցիաների վերարտադրման համար բերված է թվային օրինակ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Эрдман А., Сандор Н.* Кинематический синтез пятизвенного зубчато-рычажного механизма. Тр. Амер. Общ. инж.-мех. «Конструирование и технология машиностроения», сер. Б, 1971, № 1.
2. *Амбарцумянц Р. В.* К синтезу передаточного пятизвенного зубчато-рычажного механизма. «Известия вузов. Машиностроение», 1975, № 6.
3. *Левитский Н. И.* Современные задачи проектирования зубчато-рычажных механизмов. Сб. «Теория и применение зубчато-рычажных механизмов». М., «Наука», 1974.
4. *Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А.* Синтез плоских механизмов. М., Физматгиз, 1959.
5. *G. N. Sandor, R. E. Kaufman.* Kinematik sinthesis of Geared Linkages. Int. Mechanisms, vol. 5, Pergamon Press, 1970, Printed in Great Britain.