

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Р. С. МАРТИРОСЯՆ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНЫХ ДАВЛЕНИЙ НА  
 РАЗГРУЖЕННЫХ НАПРАВЛЯЮЩИХ

Анализ известных способов повышения устойчивости перемещений узлов станков показал, что наиболее перспективным является способ разгрузки направляющих [1, 2], который может привести к положительным результатам только при правильном определении распределения удельных давлений на направляющих, по которому вычисляется величина разгружающего усилия.

Предпринятая попытка учесть расчетным путем жесткость стола не дала результатов из-за большой трудоемкости составления алгоритмов и программ расчета. Поэтому ниже делаются допущения и принимается стол, как абсолютно жесткое тело. Обычно при расчете направляющих пренебрегают неравномерностью распределения удельных давлений по ширине направляющей. При широких направляющих это может привести к существенным отклонениям. В рассматриваемом случае, при наличии отверстий под разгружающие пробки и трех направляющих, лежащих в одной плоскости, указанное допущение нельзя считать оправданным. Вместо последовательного решения задачи в двух плоскостях рассматривается пространственная элюра напряжений.

Выбираем оси координат в плоскости направляющих (рис. 1) таким образом, чтобы выполнялись известные условия:

$$S_y = \int x dF = 0; \quad S_x = \int y dF = 0; \quad J_{xy} = \int xy dF = 0. \quad (1)$$

Суммарная площадь направляющих естественным образом разбивается на отдельные правильные площадки. Поэтому определение статистических моментов относительно любой системы координат  $x'o'y'$  сводится к вычислению сумм:

$$S'_x = \sum_{i=1}^m F_i y_i; \quad (2)$$

$$S'_y = \sum_{i=1}^m F_i x_i, \quad (3)$$

где  $m$ —число площадок;  $F_i, x_i, y_i$ —площадь и координаты центра тяжести  $i$ -ой площадки направляющих относительно осей  $x'o'y'$ .

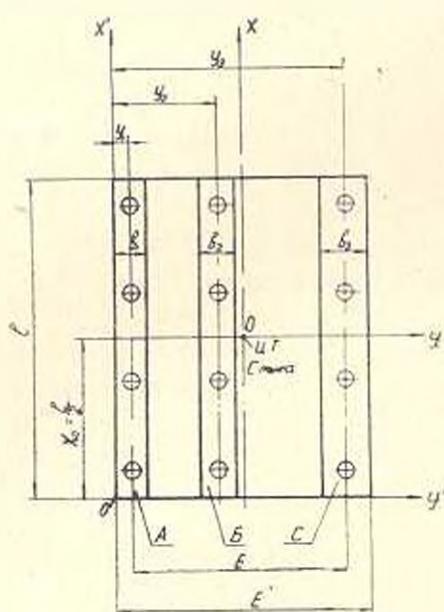


Рис. 1. Схема направляющих стола.

где  $F_1, F_2, F_3$  и  $y_1, y_2, y_3$  — площади и координаты центров тяжести направляющих  $A, B$  и  $C$ .

Площадь  $i$ -той направляющей равна:

$$F_i = lb_i - \sum_{j=1}^n F_{\pi j} = lb_i \left( 1 - \frac{\sum_{j=1}^n F_{\pi j}}{lb_i} \right), \quad (6)$$

где  $l, b_i$  — длина и ширина  $i$ -той направляющей;

$d_{\pi j}, F_{\pi j} = \frac{\pi d_{\pi j}^2}{4}$  — диаметр и площадь  $j$ -ой пробки;  $n$  — число пробок, расположенных на  $j$ -ой направляющей.

Если обозначить:

$$b'_i = b_i \left( 1 - \frac{\sum_{j=1}^n F_{\pi j}}{lb_i} \right), \quad (7)$$

то выражение для  $F_i$  примет простой вид:

$$F_i = lb'_i, \quad (8)$$

где  $b'_i$  — приведенная (с учетом ослабления отверстиями под пробки) ширина  $i$ -ой направляющей.

Для отверстий под пробки площадь принимается отрицательной. В рассматриваемом случае суммарная площадь направляющих состоит из трех площадок  $A, B$  и  $C$  прямоугольной формы, за вычетом площади отверстий, занятых разгружающими пробками. Положим, что площадь стыка направляющих имеет ось симметрии, параллельную  $o'y'$ . Тогда, одна из главных центральных осей ( $oy$ ) совпадает с ней, а другая ( $ox$ ) ей перпендикулярна. При этом имеем

$$x_0 = \frac{l}{2}, \quad S_x = 0, \quad J_{xy} = 0; \quad (4)$$

$$y_0 = \frac{S_x}{F} = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + F_3 y_3}{F_1 + F_2 + F_3}. \quad (5)$$

Подставляя значение  $F$  в (4), получим:

$$z_0 = \frac{S_x}{F} = \frac{b_1 y_1 - b_2 y_2 - b_3 y_3}{b_1' + b_2' + b_3'} \quad (9)$$

При несимметричном расположении пробок координата  $x_0$  определяется аналогично  $y_0$ , а поворот главных центральных осей (при  $J_{xy} \neq 0$ ) относительно  $x' o' y'$  углом

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2J_{xy}}{J_x - J_y} \quad (10)$$

Принимаем, что напряжения (удельные давления) на направляющих распределяются по линейному закону

$$z = A_1 x + B_1 y + C_1 \quad (11)$$

где  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  — постоянные коэффициенты, не зависящие от  $x$  и  $y$ . Это соответствует предположению линейной зависимости между контактной деформацией и напряжением, а также большой жесткости стола по сравнению с контактной жесткостью направляющих. Уравнения равновесия стола имеют вид:

$$\begin{cases} \int_F z dF = P; \\ \int_F z y dF = P l_y; \\ \int_F z x dF = P l_x, \end{cases} \quad (12)$$

где  $P$  — равнодействующая всех сил, действующих на стол, включая усилия от разгружающих пробок, но без давлений, действующих непосредственно на направляющие стола;  $l_x$ ,  $l_y$  — координаты точки приложения равнодействующей.

Подставив значения из (11) во второе уравнение (12), получим:

$$\begin{aligned} & \int_F (A_1 x + B_1 y + C_1) y dF = P l_y \\ \text{или} & \quad A_1 \int_F x y dF + B_1 \int_F y^2 dF + C_1 \int_F y dF = P l_y \end{aligned} \quad (13)$$

Так как поверхность направляющих рассматривается в главных центральных осях, имеем:

$$\int_F x y dF = 0; \quad \int_F y dF = 0.$$

Поэтому из (13) находим:

$$B_1 = \frac{P l_y}{\int_F y^2 dF} = \frac{P l_y}{J_x} \quad (14)$$

Аналогичным образом из первого и третьего уравнений (12) получим:

$$\begin{cases} C_1 = \frac{P}{F}; \\ A_1 = \frac{Pl_x}{J_y}. \end{cases} \quad (15)$$

Теперь формула (11) для распределения напряжений по поверхности направляющих примет вид:

$$\sigma = P \left[ \frac{1}{F} + \frac{l_x}{J_y} x + \frac{l_y}{J_x} y \right]. \quad (16)$$

Применительно к направляющим столов расточных станков это выражение справедливо, если эпюра напряжений охватывает всю рабочую площадь направляющих и напряжения (удельные давления) остаются всюду положительными ( $\sigma > 0$ ).

По физическому смыслу  $F > 0$ ,  $J_x > 0$ ,  $J_y > 0$ , а также  $P > 0$ . Наименьшее значение  $\sigma$  достигает в одной из четырех наиболее удаленных точках (углах) направляющих. При этом, знаки координат этой точки  $x_k$ ,  $y_k$  противоположны знакам, соответствующим координатам точки приложения равнодействующей внешних сил, т. е.

$$\begin{cases} l_x x_k < 0, \\ l_y y_k < 0. \end{cases} \quad (17)$$

В частности, если  $l_x > 0$ ,  $l_y > 0$ , то  $x_k = -x_0$ ;  $y_k = -y_0$  (рис. 1). Если

$$\sigma_{\min} = P \left[ \frac{1}{F} + \frac{l_x}{J_y} x_k + \frac{l_y}{J_x} y_k \right] < 0, \quad (18)$$

то при наличии зазоров между направляющими станины и планками стола фактическая рабочая площадь направляющих уменьшается и формула (16) перестает быть справедливой. Для определения распределения удельных давлений в этом случае предлагается следующий метод последовательных приближений, удобный для реализации его при расчете на ЭВМ.

Полагая в (16)  $\sigma = 0$ , находим уравнение нейтральной линии сечения направляющих (в предположении отсутствия зазоров в планках направляющих). Площадь направляющих, охваченную положительным напряжением, принимаем за новую рабочую поверхность направляющих и вычисляем для нее положение главных центральных осей, моментов  $J_x$  и  $J_y$ . Затем снова проверяем условие  $\sigma_{\min} \geq 0$  и если оно с заданной точностью не выполняется, то процесс итераций продолжается. Для плоского напряженного состояния хорошая сходимость этого метода последовательных приближений легко доказывается.

Подставляя в (16) координаты каждой из четырех наиболее удаленных точек направляющей и полагая  $\sigma = 0$ , получим уравнение замкнутого граничного контура—геометрического места точек приложения

равнодействующей внешних сил  $P$ , при которых  $\sigma_{\min} = 0$ . Для области, находящейся внутри этого контура,  $\sigma > 0$ .

Перепишем выражение  $\sigma$  в виде

$$\sigma = \frac{P}{F} \left[ 1 + \frac{L_x F}{J_y} x + \frac{L_y F}{J_x} y \right]. \quad (19)$$

Так как

$$\frac{J_y}{F} = i_y^2, \quad \frac{J_x}{F} = i_x^2,$$

где  $i_x, i_y$  — радиусы инерции площади направляющих относительно ее главных центральных осей, то

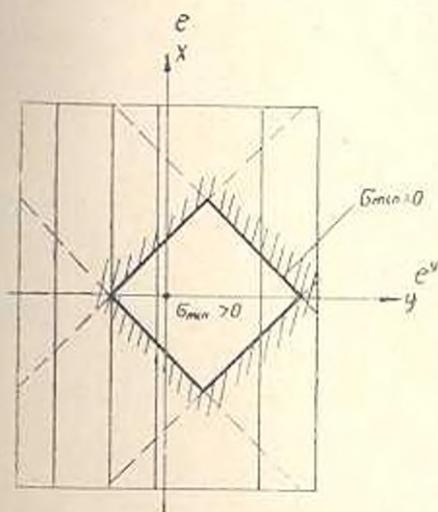
$$\sigma = \frac{P}{F} \left[ 1 + \frac{L_x}{i_y^2} x + \frac{L_y}{i_x^2} y \right]. \quad (20)$$

Тогда уравнения граничных кривых запишутся в виде:

$$\sigma = \frac{P}{F} \left[ 1 + \frac{L_x}{i_y^2} x_k + \frac{L_y}{i_x^2} y_k \right] = 0$$

или

$$\frac{\frac{L_y}{i_y^2}}{x_k} + \frac{\frac{L_x}{i_x^2}}{y_k} = 1.$$



Фиг. 2. Форма замкнутого граничного контура.

Зависимость (21) — это уравнение прямых в форме отрезков, отсекаемых на координатных осях граничный контур, имеющий форму четырехугольника (рис. 2) и не зависящий от величины равнодействующей  $P$ .

Полагаем теперь, что пробки приработались и распределение давления по их рабочей поверхности равномерное. Равнодействующая внешних сил равна:

$$P = G_{ст} + G_{изд} - \sum_{j=1}^n Q_j,$$

где  $G_{ст}$  и  $G_{изд}$  — соответственно, вес стола и изделия, устанавливаемого на стол;  $Q_j$  — разгружающее усилие  $j$ -ой пробки.

$$\begin{cases} M_y = G_{ст} x_{0c} + G_{пзл} x_{0a} - \sum_{j=1}^m Q_j x_{0j}, \\ M_x = G_{ст} y_{0c} + G_{пзл} y_{0a} - \sum_{j=1}^m Q_j y_{0j}, \\ l_x P = M_y, \quad l_y P = M_x. \end{cases} \quad (22)$$

Тогда

$$\begin{cases} l_x = \frac{G_{пзл} x_{0a} + G_{пзл} x_{0a} - \sum_{j=1}^m Q_j x_{0j}}{G_{ст} + G_{пзл} - \sum_{j=1}^m Q_j}, \\ l_y = \frac{G_{ст} y_{0c} + G_{пзл} y_{0a} - \sum_{j=1}^m Q_j y_{0j}}{G_{ст} + G_{пзл} - \sum_{j=1}^m Q_j}. \end{cases} \quad (23)$$

Подставляя значения  $l_x$  и  $l_y$  в (20), находим искомое выражение для распределения давлений на направляющих.

Положение центра тяжести изделия, устанавливаемого на стол станка, может изменяться. Так как данная конструкция разгрузки не предусматривает регулировку усилий разгружающих пробок при изменении веса детали или ее расположения на столе, то для уменьшения угла наклона стола в вертикальной плоскости и равномерного распределения давлений целесообразно принять:

$$\begin{cases} G_{ст} x_{0c} - \sum_{j=1}^m Q_j x_{0j} = 0; \\ G_{ст} y_{0c} - \sum_{j=1}^m Q_j y_{0j} = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Это соответствует совпадению центров тяжести стола и сил разгрузки направляющих. При этом будем иметь:

$$\begin{cases} l_x = \frac{G_{пзл} x_{0a}}{G_{ст} + G_{пзл} - \sum_{j=1}^m Q_j} = \frac{G_{пзл} x_{0a}}{P}, \\ l_y = \frac{G_{пзл} y_{0a}}{G_{ст} + G_{пзл} - \sum_{j=1}^m Q_j} = \frac{G_{пзл} y_{0a}}{P}. \end{cases} \quad (25)$$

Подставим  $l_x$  и  $l_y$  в выражение (20):

$$z = \frac{P}{F} \left[ 1 + \frac{G_{01} x_{01}}{P f_y^2} x + \frac{G_{02} y_{02}}{P f_x^2} y \right],$$

$$z = \frac{1}{F} \left[ G_{ct} - \sum_{j=1}^m Q_j + G_{нз} \left( 1 + \frac{x G_u}{f_y^2} x + \frac{y G_u}{f_x^2} y \right) \right]. \quad (26)$$

Эта формула определяет распределение удельных давлений на направляющих стола, когда центр сил разгрузки от пробок совпадает с центром тяжести стола.

Полагая  $\sigma=0$  и  $x=x_k, y=y_k$ , можно из (26) получить граничные кривые, определяющие положения центра тяжести изделия, при которых  $z_{min}=0$ . При положении центра тяжести изделия внутри кривой имеем  $z_{min} > 0$ .

При  $\sum_{j=1}^m Q_j = 0$ , выражение (26) будет определять распределение давлений при отсутствии разгрузки. Если известны предельные положения центра тяжести изделия  $x_{01}^{пре1}$  и  $y_{02}^{пре1}$ , то из (26), полагая  $\sigma=0, x=x_k, y=y_k$ , можно определить величину усилия по суммарной разгрузке направляющих

$$Q_p = \sum_{j=1}^m Q_j.$$

При этом из (26) имеем

$$Q_p = \sum_{j=1}^m Q_j = G_{ct} + G_{нз} \left( 1 + \frac{x_{01}^{пре1}}{f_y^2} x_k + \frac{y_{02}^{пре1}}{f_x^2} y_k \right).$$

Наименьшее значение  $Q_p$ , полученное из этого выражения при различных значениях  $x_{01}^{пре1}, y_{02}^{пре1}, x_k, y_k$ , принимается в качестве искомого.

По найденному значению  $Q_p$  выбираются усилия каждой из разгружающих пробок и их геометрические размеры с учетом допустимых удельных давлений на пробки.

Ливанский в-д «Станкопром.м»

Поступило 1.VII 1978

Խ. Ա. ԽԱՏԻՆՈՅԱՆ

ՏԵԽՆԱԳՈՐԸՔ ԶՆՆՄԱՆ ԲԱՇՆՈՒՄԸ ԲԵՌՆԱԹՎԱԾ ՈՐԿՈՐԿՆԵՐԻ ՎՐԱ

Ա. Վ Փ Ո Փ Ո Վ

Գանդաղ (սահուն) սեղաշարժերի մասնակի շարժման կաշտնության ապահովումը հաստոցներով ներկայումս ձեռք է բերել հատուկ նշանակու-

թյուն, որը պայմանավորված է դետալների մշակման որակի նկատմամբ աճող պահանջներով:

Տեղաշարժման կայունության ապահովման ներկայումս հայտնի ձևերից առավել հեռանկարային է հանդիսանում ուղղորդների բեռնաթափման ձևը որը իրականացվում է հատուկ բեռնաթափման խցանների միջոցով: Իրանց շնորհիվ տեսակարար ճնշումները վերարաշխվում են այնպես, որ նշանակալիսրեն բարելավվում են շիփման րնութագրերը և քչանում ուղղորդների մաշվածության չափը: Բեռնաթափվող ուժի մեծությունը և խցանների երկրաչափական չափերի հաշվարկը կատարվում է ըստ տեսակարար ճնշման:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Մարտիրոսյան Ք. Շ., Փրոկոն Ե. Ա. Повышение плавности перемещений столов горизонтально-расточных станков малых габаритов. «Промышленность Армении», 1972, № 1.
2. Մարտիրոսյան Ք. Շ. Улучшение характеристик трения направляющих столов горизонтально-расточных станков малых габаритов. «Промышленность Армении», 1973, № 1.