

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

П. Е. АЗАРЯН

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТЕМПЕРАТУРЫ И РАСПОЛОЖЕНИЯ НАИБОЛЕЕ НАГРЕТОЙ ТОЧКИ В МНОГОСЛОЙНЫХ ЦИЛИНД- РИЧЕСКИХ ОБМОТКАХ МАСЛЯНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Существуют различные методы тепловых расчетов многослойных цилиндрических обмоток силовых масляных трансформаторов, где рассматривается одномерное температурное поле с постоянным внутренним источником тепла, не зависящим от температуры обмотки [1, 2].

При помощи этих методов невозможно определить координаты наиболее нагретой точки в двухмерном пространстве слоев цилиндрических обмоток. Создание достаточно точного и сравнительно нетрудоемкого метода является актуальной проблемой, позволяющей просто и надежно проектировать обмотки масляных трансформаторов.

Слоевая цилиндрическая обмотка масляных трансформаторов (рис. 1) представляет собой совокупность проводниковых и изоляционных материалов, где теплопроводность по основным направлениям тепловых потоков различна ($\lambda_r + \lambda_y$).

Если совместить геометрические оси обмотки и температурного поля с основными направлениями теплопроводности, а также предположить, что коэффициенты теплопроводности по этим направлениям постоянны, то для температурного поля обмотки дифференциальное уравнение теплопроводности в цилиндрической системе координат

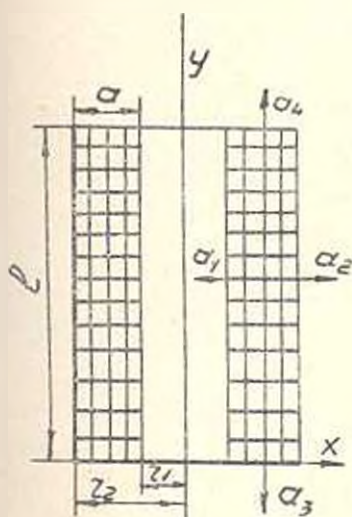


Рис. 1. Расчетная схема.

записывается:

$$\lambda_r \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \lambda_y \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + q = 0, \quad (1)$$

где q — удельная мощность потерь в рассматриваемой точке обмотки с координатами r и y ; θ — превышение температуры этой точки над температурой масла T_n ; λ_r и λ_y — эквивалентные коэффициенты теплопроводности в радиальном и осевом направлениях.

Если считать, что температурное поле в любом продольном, нормальном к слоям, сечении обмотки одинаково, то температурное поле обмотки может быть рассмотрено в прямоугольной системе координат. Принимая за определяющий размер ширину обмотки a , вводим относительные размеры $\bar{r}_1 = r_1/a$, $\bar{r}_2 = r_2/a$, $\bar{l} = l/a$. В этом случае уравнение (1) записывается в виде:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} + \frac{1}{\bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} + k \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} + \frac{q a^2}{i r} = 0, \quad (2)$$

Граничные условия при $0 \leq \bar{y} \leq 1$ —

$$\theta_1 = \frac{1}{Bi_1} \left(\partial \theta / \partial \bar{x} \right)_{\bar{x} = \bar{r}_1}, \quad (3)$$

$$\text{а при } \bar{r}_1 < \bar{x} < \bar{r}_2 \quad \theta_2 = -1/Bi_2 \left(\partial \theta / \partial \bar{x} \right)_{\bar{x} = \bar{r}_2}, \quad (4)$$

$$\theta_3 = 1/Bi_3 \left(\partial \theta / \partial \bar{y} \right)_{\bar{y} = 0}, \quad (5)$$

$$\theta_4 = -1/Bi_4 \left(\partial \theta / \partial \bar{y} \right)_{\bar{y} = 1}. \quad (6)$$

Здесь $Bi = z_1 a / i r$, $Bi_2 = z_2 a / i r$, $Bi_3 = z_3 a / i l$, $Bi_4 = a_4 z_4 / i l$ — критерии Био для боковых и торцевых поверхностей: $k = \frac{i_2}{i_1 l^2}$; $\bar{x} = \frac{x}{a}$; $\bar{y} = \frac{y}{a}$ — текущие координаты.

Точное решение уравнения (2) находится в виде рядов Фурье [3, 4], а применение таких приближенных методов, как коллокации и наименьших квадратов приводит к громоздким вычислительным операциям. Наиболее удобным методом приближенного решения (2) является принцип элементарной суперпозиции, который применим к телам с равномерно распределенными внутренними источниками тепла [5]. Для любого элементарного объема обмотки

$$q = q_x + q_y, \quad (7)$$

где q и q_x — составляющие удельной мощности потерь, рассеиваемые радиальными и продольными тепловыми потоками.

На основании (7) реальное двумерное температурное поле обмотки можно представить как совокупность двух одномерных: радиального и продольного. Для радиального температурного поля обмотки

$$\frac{d^2 \theta_r}{d \bar{x}^2} + \frac{1}{\bar{x}} \frac{d \theta_r}{d \bar{x}} + \frac{q_x a^2}{i r} = 0, \quad (8)$$

а граничные условия —

$$\theta_1 = \frac{1}{Bi_1} \left(\frac{d \theta_r}{d \bar{x}} \right)_{\bar{x} = \bar{r}_1}, \quad (9)$$

$$\theta_1 = -\frac{1}{Bi_2} \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{\bar{x}=\bar{r}_1}, \quad (4)$$

Решение уравнения (8) с граничными условиями (3') и (4') представляется в виде [6]

$$\theta_s = \frac{q_s a^2}{4k_r} (-\bar{x}^2 + A \ln \bar{x} + B), \quad (9)$$

где

$$A = \frac{N - M}{n - m}; \quad (10)$$

$$B = \frac{Mn - Nm}{n - m}; \quad (11)$$

$$m = \ln \bar{r}_1 - \frac{1}{r Bi_1}; \quad (12)$$

$$n = \ln \bar{r}_2 + \frac{1}{r Bi_2}; \quad (13)$$

$$M = \bar{r}_1^2 - \frac{2}{Bi_1} \bar{r}_1; \quad (14)$$

$$N = \bar{r}_2^2 + \frac{2}{Bi_2} \bar{r}_2. \quad (15)$$

Максимальная температура в радиальном направлении θ_m достигается при $\left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{\bar{x}=\bar{x}_0} = 0$. Дифференцируя (9) по $\bar{x}$ и решая относительно $\bar{x}_0$, получим

$$\bar{x}_0 = \{0,5 A\}, \quad (16)$$

следовательно,

$$\theta_m = \frac{q_s a^2}{4k_r} [A (\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B], \quad (17)$$

откуда

$$q_s = \frac{4k_r \theta_m}{a^2 [A (\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B]}. \quad (18)$$

Для продольного температурного поля обмоток справедливо уравнение

$$k \frac{d^2 \theta_y}{dy^2} + \frac{a^2 q_s}{l_r} = 0, \quad (19)$$

а граничные условия —

$$\theta_s = \frac{1}{Bi_3} \left(\frac{d\theta}{dy} \right)_{\bar{y}=0}, \quad (5')$$

$$\theta_s = 1/Bi_4 (d\theta/d\bar{y})_{\bar{y}=1}, \quad (6')$$

Решение уравнения (19) с граничными условиями (5') и (6') будет

$$\vartheta_y = \frac{q_y a^2}{2k_1} \left(-\bar{y}^2 + D\bar{y} + \frac{D}{Bi_3} \right), \quad (20)$$

где

$$D = \frac{1 - \frac{2}{Bi_1}}{1 + 1/Bi_3 + 1/Bi_4}. \quad (21)$$

Максимальная температура в продольном направлении определяется из условий $\vartheta_{,x} = 0$ при $\bar{x} = \bar{x}_0$ и $(d\vartheta_y/dy)_{y=\bar{y}_0} = 0$. Следовательно,

$$\bar{y}_0 = 0,5 D, \quad (22)$$

$$\vartheta_m = \frac{q_y a^2}{2k_1} \left(\frac{D^2}{4} + \frac{D}{Bi_3} \right), \quad (23)$$

откуда

$$q_y = \frac{2k_1 k \vartheta_m}{a^2 \left(\frac{D^2}{4} + \frac{D}{Bi_3} \right)}. \quad (24)$$

Выражения (18) и (24) показывают, что значения интенсивности внутренних источников тепла при одномерных радиальных и продольных температурных полях не зависят друг от друга. Подставляя (18) и (24) в (7) и решая относительно ϑ_m , получим

$$\vartheta_m = \frac{q a^2}{4k_1} \frac{[A(\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B] \left(\frac{D^2}{4} + \frac{D}{Bi_3} \right)}{0,5 k [A(\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B] : \left(\frac{D^2}{4} + \frac{D}{Bi_3} \right)}. \quad (25)$$

Таким образом:

$$\vartheta_x = \vartheta_m \frac{A \ln \bar{x} - \bar{x}^2 + B}{A(\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B}, \quad (26)$$

$$\vartheta_y = \vartheta_m \frac{D\bar{y} - \bar{y}^2 + D/Bi_3}{D^2/4 + D/Bi_3}. \quad (27)$$

На основе элементарной суперпозиции для превышения температуры в любой точке обмотки с координатами $(\bar{x}; \bar{y})$ получим

$$\vartheta(\bar{x}; \bar{y}) = \vartheta_m \frac{A \ln \bar{x} - \bar{x}^2 + B}{A(\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B} = \vartheta_m \frac{D\bar{y} - \bar{y}^2 + D/Bi_3}{D^2/4 + D/Bi_3}$$

или

$$\vartheta(\bar{x}; \bar{y}) = \vartheta_m \frac{(A \ln \bar{x} - \bar{x}^2 + B)(D\bar{y} - \bar{y}^2 + D/Bi_3)}{[A(\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B] \left(\frac{D^2}{4} + D/Bi_3 \right)}. \quad (28)$$

При этом среднеобъемное $\bar{\theta}_v$ и среднеповерхностное $\bar{\theta}_s$ превышения температуры над температурой окружающей среды, соответственно, определяются как

$$\bar{\theta}_v = \frac{1}{\pi a^2 \bar{l} (1 + 2\bar{r}_1)} \int_{\bar{r}_1}^{\bar{r}_2} \int_0^1 2\pi x^2 (\bar{x}, \bar{y}) dx dy = \bar{\theta}_s E_1 E_2, \quad (29)$$

где

$$E_1 = \frac{A \left(\frac{\bar{r}_2^2 \ln \bar{r}_2 - \bar{r}_1^2 \ln \bar{r}_1}{2\bar{r}_1 + 1} - 0,5 \right) + \frac{\bar{r}_2 - \bar{r}_1}{2} + B}{A (\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B}, \quad (30)$$

$$E_2 = \frac{0,5 D - \frac{1}{4} + D Bi_2}{\frac{D^2}{4} + D/Bi_2}, \quad (31)$$

и

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_s = & \frac{2 \pi a^2 \bar{l} [r_1 (A \ln \bar{r}_1 - \bar{r}_1 + B) + \bar{r}_2 (A \ln \bar{r}_2 - \bar{r}_2 + B)]}{[A (\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B] \left(\frac{D^2}{4} + \frac{D}{Bi_2} \right)} \times \\ & \times \frac{\int_0^1 \left(D\bar{y} - \bar{y}^2 + \frac{D}{Bi_2} \right) d\bar{y}}{\int_1^0 d\bar{y}} + \frac{\pi a^2 (1 + 2\bar{r}_1) \left(D - 1 + \frac{2}{Bi_2} \right)}{[A (\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B] \left(\frac{D^2}{4} + \frac{D}{Bi_2} \right)} \times \\ & \times \frac{\int_{\bar{r}_1}^{\bar{r}_2} \frac{(A \ln \bar{x}_0 - \bar{x}^2 + B) 2\pi \bar{x} d\bar{x}}{2\pi \bar{x} d\bar{x}}}{\int_{\bar{r}_1}^{\bar{r}_2} 2\pi \bar{x} d\bar{x}}, \quad (32) \end{aligned}$$

откуда

$$\bar{\theta}_s = \bar{\theta}_m \left(\frac{\bar{l}}{1 + \bar{l}} E_1 E_2 + \frac{1}{2(1 + \bar{l})} E_1 E_2 \right), \quad (33)$$

где

$$E_1 = \frac{D - 1 + \frac{2D}{Bi_2}}{\frac{D^2}{4} + \frac{D}{Bi_2}}, \quad (34)$$

$$E_4 = \frac{A \frac{\bar{r}_2 \ln \bar{r}_1 + \bar{r}_1 \ln \bar{r}_2}{1 + 2\bar{r}_1} - (\bar{r}_2 + \bar{r}_1) + B}{A(\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B} \quad (35)$$

Анализ решения

1. Если верхний торец обмотки теплоизолирован, то $Bi_1 = 0$ (полуограниченный цилиндр). В этом случае $D = 2$ и $y_0 = 1$ и наиболее нагретая точка находится у верхнего торца обмотки с координатами $(x_0; 1)$. Превышение температуры наиболее нагретого участка обмоток, среднееобъемное и среднеповерхностное значения, а также ее пространственное распределение в обмотках определяются по формулам (25), (29), (33), (28).

2. Если внутренняя боковая поверхность теплоизолирована, то $Bi_1 = 0$. В этом случае $A = 2\bar{r}_1$, $\bar{x}_0 = \bar{r}_1$ и $B = 2\bar{r}_1 n - N$, поэтому наиболее нагретая точка находится на внутренней поверхности обмотки с координатами $(\bar{r}_1; 0,5 D)$. Вышеуказанные превышения температуры определяются теми же формулами с учетом $\bar{x}_0 = \bar{r}_1$ и $B = 2\bar{r}_1 n - N$.

3. Если торцевые поверхности теплоизолированы (обмотка в продольном направлении неограничена), то $Bi_2 = Bi_1 = 0$. В этом случае $D = 1$ и $y_0 = 0,5$. Наиболее нагретая точка находится на середине обмотки с координатами $(x_0; 0,5)$. Если $Bi_1 = Bi_2 \rightarrow \infty$ (превышение температуры внутренних и наружных боковых поверхностей над температурой окружающей среды равно нулю), то в этом случае оно идентично решению, принятому в [1].

4. Если внутренняя боковая и верхняя торцевая поверхности теплоизолированы, то $A = 2\bar{r}_1$ и $D = 2$, при $\bar{x}_0 = \bar{r}_1$ и $y_0 = 1$. Наиболее нагретая точка в рассматриваемой части обмоток имеет координаты $(\bar{r}_1; 1)$.

5. Когда интенсивность внутренних источников тепла зависит от температуры, считаем, что в каждом конкретном интервале температур она постоянна и равна среднему значению для этого интервала. При оперировании средних значений радиальной и продольной составляющих удельной мощности потерь при любом характере зависимости $q(\theta)$ с достаточной для инженерных расчетов степени точности применимы все выражения, полученные для случая $q_{1-2} = \text{const}$. Поэтому

$$q_m = \frac{q_{1-2}}{4\pi r_0} \frac{[A(\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B](D^2/4 + D Bi_1)}{0,5 k [A \ln \bar{x}_0 - 0,5) + B] + (D^2/4 + 2 Bi_2)} \quad (25')$$

где q_m — удельная мощность потерь в наиболее нагретой точке обмотки. Если заменить в равенстве (25') $q_m = q_0(1 + \beta \theta)$, где q_0 — удельная мощность потерь в обмотке при нулевом нагреве, β — температурный коэффициент удельного электрического сопротивления материала провода, то получим

$$\theta_m = \left\{ \frac{\lambda_r}{q_0 a^2} \frac{0,5 k [A(\ln x_0 - 0,5) - B] + D^2/4 + D/Bi_2}{[A(\ln x_0 - 0,5) + B](D^2/4 + D/Bi_2)} - \beta \right\}^{-1} \quad (35)$$

Для проверки точности предлагаемого метода воспользуемся результатами решения [1] уравнения температурного поля обмотки и методом теплового расчета обмотки масляных трансформаторов, указанных в [2] со следующими параметрами:

$$\lambda_{r \text{ эф}} = 38,14 \cdot 10^{-4}; \lambda_{y \text{ эф}} = 59 \cdot 10^{-4} \text{ Вт/см. гр.};$$

$$\alpha = 3,6; l = 65; r_1 = 16,65, r_n = 21,25 \text{ см.}; q = 26,74 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/см}^2 \cdot \text{гр.}$$

$$\alpha_1 = 46,56 \cdot 10^{-4}, \alpha_2 = 58,2 \cdot 10^{-4}, \alpha_3 = 87,3 \cdot 10^{-4}, \alpha_4 = 12,51 \cdot 10^{-4} \text{ Вт/см}^2 \cdot \text{гр.}$$

Некоторое отклонение между кривыми (1) и (2) объясняется тем, что при равных условиях превышение температуры наиболее нагретой изотермы у цилиндрических обмоток больше, чем у плоских (кривые 1 и 2 на рис. 2).

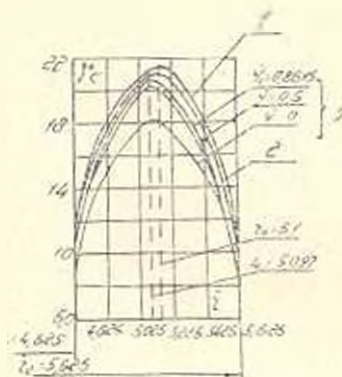


Рис. 2.



Рис. 3.

Рис. 2. Распределение температуры в радиальном направлении обмотки:

1. Расчетная по [2].

2. Расчетная по [1].

3. Рассчитанная по формулам (25) и (28).

Рис. 3. Распределение температуры в продольном направлении обмотки.

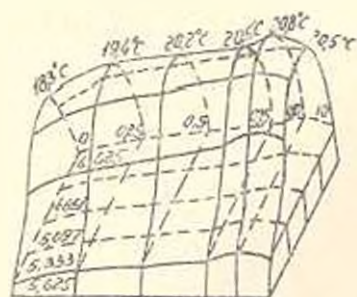


Рис. 4. Пространственное распределение температуры в обмотке.

В силовых масляных трансформаторах до 1000 кВА $Bi_1 \sim \frac{1}{7.5} Bi_2$. Для этих же трансформаторов Bi_2 в зависимости от высоты обмоток, изменяется в пределах от 0,01 до 0,5, а y_2 меняется от 0,88 до 0,86, т. е. y_2 является слабой функцией от Bi_2 . Таким образом, для трансформаторов до 1000 кВА y_2 с точностью до 1,5% можно принять равным 0,87. С другой стороны, для силовых масляных трансформаторов указанных мощностей $\bar{l}$ не может быть ниже 10, поэтому коэффициент k пренебрежимо мал. Если учитывать также, что ширина охлаждающего канала обмотки выбирается по нормам, приведенным в [2], то в этом случае $Bi_1 = Bi_2 = Bi$. При этих условиях равенства (10), (25) и уравнение (28) упрощаются и принимают вид:

$$A = \frac{r_2^2 - \bar{r}_1^2 + \frac{2}{Bi} (\bar{r}_1 + r_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{Bi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{2}{r_2} \right)}, \quad (36)$$

$$\vartheta_m = \frac{q\omega^2}{4\gamma} [A (\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B], \quad (37)$$

$$\eta = \eta_m \frac{(A \ln \bar{x} - \bar{x}^2 + B) (1,74 Bi_2 \bar{y} - Bi_2 y^2 - 1,74)}{[A (\ln \bar{x}_0 - 0,5) + B] (0,757 Bi_2 + 1,74)} \quad (38)$$

Сравнительный анализ показал, что превышение температуры наиболее нагретой точки обмотки в указанных масляных трансформаторах можно рассчитать по формуле (37), т. к. погрешность по сравнению с результатами расчета по равенству (25) для широких диапазонов изменения q составляет не более 1%.

Температурные поля, полученные экспериментально в обмотке масляного трансформатора 630 кВА с классом напряжения 6 кВ при различных тепловых режимах идентичны. Погрешность расчета по формуле (37) и (38) не превышала 5% от результатов опыта, что вполне приемливо для практических расчетов.

П. О. «Армэлектромаш»

Поступило 10.V.1978.

Պ. Ե. ԱԶԱՐՅԱՆ

ՀԱՅԴԱՅՅՈՒՆ ՏՐԱՆՍՖՈՐՄԱՏՈՐՆԵՐԻ ԴԱՆԱԶԻՆ ԲԱԶՄԱՇԵՐՏ
ՓԱՆՈՒՅԻՆԵՐՈՒՄ ԱՌԱՎԱՆ ՏԱՔԱՅԱՆ ԿԵՏԻ ԳԻՐՔԻ
ՆՈՒ ԶԵՐՄԱՍՏԻՆԱՆԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Վերլուծվում է յուղային տրանսֆորմատորների զբաղառն բազմաշերտ փաթույթների երկշափ ջերմաստիճանային դաշտը և առաջարկվում է այդպիսի փաթույթների ջերմային հաշվարկի նոր մեթոդ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Готтер Г. Нагревания и охлаждения электротехнических машин. ГЭИ, 1961.
2. Тихомиров П. М. Расчет трансформаторов. М., «Энергия», 1968.
3. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967.
4. Карслю Х. С., Егер Д. К. Теплопроводность твердых тел. М., «Наука», 1964.
5. Пехович А. И., Жидких В. М. Расчет теплового режима твердых тел. М., «Энергия», 1968.
6. Залесский А. М., Кухеко Г. А. Тепловые расчеты электрических аппаратов. М., «Энергия», 1967.