

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Ս. Տ. ԴԱՐՅՈՒՆԻԱՆ, Ա. Ե. ՏԱՐԵՍՅԱՆ

К РАСЧЕТУ СООРУЖЕНИЙ НА СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ
 С УЧЕТОМ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ
 И ПОДАТЛИВОСТИ СЛОИСТОГО ОСНОВАНИЯ

Рассмотрим колебание системы с конечным числом степеней свободы в виде невесомого стержня с сосредоточенными массами по высоте и заделанным нижним концом, упруго-пластические свойства которой характеризуются по диаграмме линейного упрочнения (рис. 1). Предположим, что фундамент сооружения расположен на поверхности двухслойного основания. Так как вертикальные колебания для такой системы не имеют практического значения, а основную энергию землетрясения несут за собой поперечные волны, то рассмотрим распространение сейсмических поперечных волн нормально к границе слоев, залегающих на упругом полупространстве (рис. 2).

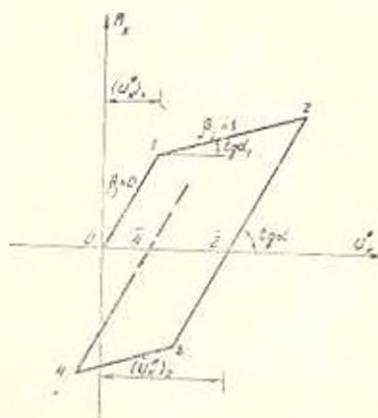


Рис. 1

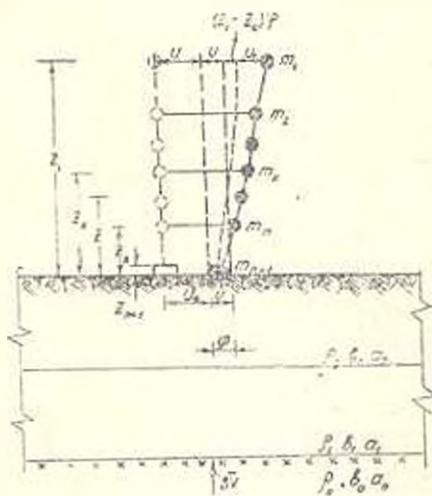


Рис. 2

Параметры колебания верхнего слоя на свободной поверхности. Полупространства и вышележащие слои характеризуются параметрами ρ_j , b_j , H_j (ρ_j — плотность, b_j — скорость распространения поперечных волн, H_j — мощность, $j = 0, 1, 2$ относится к нижнему и верхнему

слоем полупространства, соответственно). Поместим начало координат на границе полупространства, ось z направим вверх, по направлению распространения падающей волны. Тогда распространение поперечных волн опишется следующим волновым уравнением:

$$\frac{\partial^2 U'_{jk}}{\partial t^2} - b_j^2 \frac{\partial^2 U'_{jk}}{\partial z^2} \quad (1)$$

В силу линейности волновых уравнений и граничных условий (1) можно рассматривать распространение гармонических волн с последующим обобщением на случай волны произвольной формы. Решение уравнения (1) представим в виде:

$$U_{jk} = A_{jk} e^{i\omega \left(t - \frac{z}{b_j} \right)}$$

Тогда будем иметь следующую систему волн:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{001} = A_{001} e^{i\omega \left(t - \frac{z}{b_0} \right)} ; U_{002} = A_{002} e^{i\omega \left(t - \frac{z}{b_0} \right)} ; U_{11} = A_{211} e^{i\omega \left(t - \frac{z}{b_1} \right)} ; \\ U_{12} = A_{12} e^{i\omega \left(t - \frac{z}{b_1} \right)} ; U_{21} = A_{21} e^{i\omega \left(t - \frac{H_1}{b_1} - \frac{z - H_1}{b_1} \right)} ; \\ U_{22} = A_{22} e^{i\omega \left(t - \frac{H_2}{b_1} - \frac{z - H_2}{b_1} \right)} \end{array} \right. \quad (2)$$

В силу (2) и граничных условий, получим систему линейных уравнений для определения амплитуд волн:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{001} - A_{11} - A_{12} - A_{01} ; \\ \rho_0 b_0 A_{001} + \rho_1 b_1 A_{11} - \rho_1 b_1 A_{12} = \rho_0 b_0 A_{01} ; \\ e^{-i\omega \frac{H_1}{b_1}} A_{11} + e^{i\omega \frac{H_1}{b_1}} A_{12} - e^{-i\omega \frac{H_1}{b_1}} A_{21} - e^{i\omega \frac{H_1}{b_1}} A_{22} = 0 ; \\ e^{i\omega \left(\frac{H_1}{b_1} - \frac{H_2}{b_1} \right)} A_{11} - e^{i\omega \left(\frac{H_2}{b_1} - \frac{H_1}{b_1} \right)} A_{22} = 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

Колебания частот в верхнем слое согласно (2) определяются выражением:

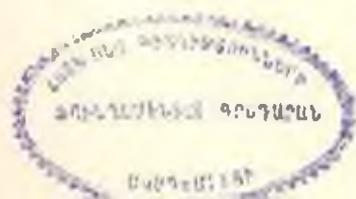
$$U(z, t)|_{z=H_1} = A_{21} e^{i\omega \left(t - \frac{H_1}{b_1} - \frac{z - H_1}{b_1} \right)} + A_{22} e^{i\omega \left(t - \frac{H_2}{b_1} - \frac{z - H_2}{b_1} \right)}. \quad (4)$$

Определяя значение A_{21} и A_{22} из (2) и подставляя в (4), после некоторых преобразований окончательно получим:

$$U(z, t) \Big|_{z > H_1} = \frac{4 \rho_0 b_0 \rho_1 b_1}{\Delta} \cos \omega \left(\frac{H_1 + H_2 - z}{b_1} \right) A_{01} e^{i\omega t}, \quad (5)$$

где

$$\Delta = \rho_0 b_0 (A \cos mk + B \cos mn) + i \rho_1 b_1 (A \sin mk + B \sin mn);$$



$$k = \frac{H_1}{b_1} + \frac{H_2}{b_2}; \quad n_1 = -\frac{H_2}{b_2} + \frac{H_1}{b_1}; \quad A = \gamma_1 b_1 + \gamma_2 b_2; \quad B = \gamma_1 b_1 - \gamma_2 b_2.$$

На свободной поверхности $z = H_1 + H_2$ выражение (5) принимает вид:

$$U(z, t) \Big|_{z=H_1+H_2} = \frac{1 \times 2 \times \gamma_1 \gamma_2 b_1 b_2}{\Delta} A_{01} e^{i \omega t}. \quad (6)$$

Принимая $H_1 = H_2 = 0$, из (5) получим значение смещения на свободной поверхности полупространства:

$$U(z, t)_{z=0} = 2A_{01} \cdot e^{i \omega t}. \quad (7)$$

Уравнение движения сооружения. Обозначая через $U_1(t)$ результирующие перемещения фундамента сооружения на поверхности верхнего слоя, $U(t)$ — относительное перемещение фундамента сооружения как жесткого тела к грунту и принимая обозначение $U_1(t) = U(H_1 + H_2, t)$, получим:

$$U_1(t) = U_0(t) + U(t). \quad (8)$$

Общее перемещение k -ой массы будет:

$$U_k^{os}(t) = U_k(t) + U_1(t) + (z_k - z_c) \varphi(t), \quad (9)$$

где $U_k(t)$ — упругое перемещение системы в точке K ; $\varphi(t)$ — угол поворота системы в виде жесткого тела относительно центра тяжести; z_k — высота k -ой массы; z_c — расстояние центра тяжести системы от свободной поверхности основания.

Пользуясь методом сечений, составим дифференциальные уравнения движения всех сосредоточенных масс системы [1]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^k m_i [\ddot{U}_i(t) + \ddot{U}(t) + (z_i - z_c) \ddot{\varphi}(t)] + C_k [U_k(t) - U_{k+1}(t)] = \\ = -\ddot{U}_0(t) \sum_{i=1}^k m_i. \end{aligned} \quad (10)$$

Вычитая из уравнения k -ого этажа уравнение $k+1$ этажа, получим:

$$\begin{aligned} m_k [U_k(t) + U(t) + (z_k - z_c) \varphi(t)] + C_k [U_k(t) - \\ - U_{k+1}(t)] - C_{k+1} [U_{k+1}(t) - U_k(t)] = -m_k \ddot{U}_0(t), \end{aligned} \quad (11)$$

где $k = 1, 2, \dots, n$; $U_{k+1}(t) = 0$.

Теперь проводя сечение через подошву фундамента сооружения, получим следующее уравнение:

$$\sum_{i=1}^{n+1} m_i [\ddot{U}_i(t) + \ddot{U}(t) + (z_i - z_c) \ddot{\varphi}(t) - \ddot{U}_0(t)] = R_n(t). \quad (12)$$

В (10) принимая $k=n$, запишем:

$$-\sum_{i=1}^n m_i [\ddot{U}_i(t) + \ddot{U}(t) + (z_i - z_c) \ddot{\varphi}(t) + \ddot{U}_0(t)] = C_n \cdot U_n(t). \quad (13)$$

С учетом (13), уравнение (12) принимает вид:

$$m_{n+1} [\dot{U}(t) + (z_{n+1} - z_c) \ddot{\varphi}(t)] - C_n U_n(t) - R_x(t) = -m_{n+1} \dot{U}_0(t). \quad (14)$$

Составляя момент относительно центра тяжести сооружения от внешних сил и реакции основания, получаем:

$$\sum_{i=1}^{n+1} m_i [\dot{U}_i(t) + \dot{U}(t) + (z_i - z_c) \ddot{\varphi}(t)] (z_i - z_c) + \\ + R_x(t) \cdot z_c - \sum_{i=1}^{n+1} m_i g (z_i - z_c) \ddot{\varphi}(t) - R_z(t) = - \sum_{i=1}^{n+1} m_i U_n(t) (z_i - z_c). \quad (15)$$

С учетом затухания энергии эта система записывается в виде:

$$U_n(t), U(t), \varphi(t)$$

С учетом затухания энергии эта система записывается в виде:

$$\left. \begin{aligned} m_k [\dot{U}_k(t) + \dot{U}(t) + (z_k - z_c) \ddot{\varphi}(t)] + C_k [U_k(t) - U_{k+1}(t)] - \\ - C_{k-1} [U_{k-1}(t) - U_k(t)] + \frac{\delta_k}{\pi} \omega_k m_k [U_k(t) - \dot{U}_{k+1}(t)] - \\ - \frac{\delta_{k-1}}{\pi} \omega_{k-1} m_{k-1} [\dot{U}_k(t) + \dot{U}_{k+1}(t)] = -m_k \dot{U}_0(t); \\ m_{n+1} [\dot{U}_{n+1}(t) + \dot{U}(t) + (z_{n+1} - z_c) \ddot{\varphi}(t)] - C_n U(t) - \frac{\delta_n}{\pi} \omega_n m_n \dot{U}_n(t) = \\ = -m_{n+1} \dot{U}_0(t); \\ \sum_{i=1}^{n+1} m_i [\dot{U}_i(t) + \dot{U}(t) + (z_i - z_c) \ddot{\varphi}(t)] (z_i - z_c) - \ddot{\varphi}(t) \sum_{i=1}^{n+1} m_i g (z_i - z_c) + \\ + R_x(t) z_c - R_z(t) = - \dot{U}_0(t) \sum_{i=1}^{n+1} m_i (z_i - z_c), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $\omega_k^2 = \frac{C_k}{m_k}$; δ_k — логарифмический декремент.

Результирующие реакции грунта, возникающие при взаимодействии сооружения с основанием по оси x и от угла поворота φ , определяются из решения контактной задачи сооружения и основания при действии сейсмических волн [2]:

$$R_x(t) = -\gamma_2 b_2^2 f^2 \frac{dU(t)}{dt} - \gamma_1 b_1^2 L B^* U(t) - \\ - \gamma_2 b_1^2 L (D_2 - B^*) \frac{1}{2 \left(\frac{\gamma_2 f}{1 - b_2} \right)^2} \int_0^t U(t - \tau) \tau^2 e^{-\frac{\gamma_2 \tau}{1 - b_2}} d\tau; \\ R_\varphi(t) = -\gamma_2 a_2^2 J_F \frac{d\ddot{\varphi}(t)}{dt} - \gamma_2 a_1^2 J_L A^* \ddot{\varphi}(t) - \quad (17)$$

$$- \beta_2 a_2^2 J_L (D_2 - A^*) \frac{1}{2 \left(\frac{J_F}{J_L a_2} \right)^2} \int_0^t \varphi(t-\tau) \tau^2 e^{-\frac{J_L a_2}{2 J_F} \tau} d\tau,$$

где a_2 — скорость распространения продольных волн в верхнем слое

$$D_2 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{b_2}{a_2} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{b_2}{a_2} \right)^2 \right]; \quad D_3 = \frac{4}{\pi} \left[1 - \left(\frac{b_3}{a_2} \right)^2 \right];$$

L, F — периметр и площадь подошвы; J_L, J_F — моменты инерции периметра и подошвы сооружения.

Коэффициенты A^*, B^*, α определяются из табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты	Значения β_2/a_2						
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
A^*	-0,309	-0,179	-0,046	0,072	0,162	0,212	0,238
B^*	1,15	1,1	1,04	0,94	0,823	0,703	0,555
α	0,92	1,01	1,14	1,32	1,26	1,28	1,3

В (16) принимаем обозначения $R_k(t) = C_k \dot{U}_k^*(t)$, $U_k^*(t) = U_k(t) - U_{k-1}(t)^*$. Тогда связь между восстанавливающей силой и перемещением (рис. 1) для всех зон нагружения и разгрузки можем представить следующим образом [1]:

$$R_k(t) = C_k [(1 - \beta_{k,2k}) \dot{U}_k^*(t) + \beta_{k,2k} \dot{U}_k^*(t)] - (1 - \beta_{k,2k}) (\bar{U}_k^*)_j + \beta_{k,2k} (\bar{U}_k^*)_{j-1}, \quad (18)$$

где $\beta_{k,2k}$ — постоянный параметр, принимающий значения 0 или 1 в зависимости от того, в какой стадии находится колебательный процесс:

$$\beta_{k,2k} = 0; \quad \beta_{k,2k-1} = 1; \quad \beta_k = 1 - C_{k+1}/C_k = 1 - \operatorname{tg} \alpha_{k+1} / \operatorname{tg} \alpha.$$

Здесь $(\bar{U}_k^*)_j$ представляет собой величину деформации в нечетных точках диаграммы «сила-перемещение» и определяется формулой:

$$(\bar{U}_k^*)_j = (-1)^{\frac{j-1}{2}} (\bar{U}_k^*)_1 + (\bar{U}_k^*)_{j-1}, \quad j=1, 3, 5, \dots \quad (19)$$

Значение остаточной деформации после $j/2$ полупериода колебания имеет вид:

$$(\bar{U}_k^*)_j = \beta_k \sum_{p=1}^{j/2} [(U_k^*)_{2p} - (U_k^*)_{2p-1}], \quad j=2, 4, 6, \dots \quad (20)$$

Ս. Ս. ԳԱՐԲԻՅԱՆ, Հ. Խ. ՍԱՐԳՅԱՆ

ԿԱՌՈՒՑՎԱՆՔՆԵՐԻ ՄԵՅՍՄԱՌԱՏՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՐԳԻ ՄԱՍԻՆ
ՍԱՌԱՋԻՆՈՒԹՅԱՆ ԳՆԱՀԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԵՎ ՇԵՐՏԱՎՈՐ ԶԻՄՔԻ
ԳՅՈՒՐԱՓՈՓՈՍԵԼԻՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

Ա մ փ ո փ ու մ

Գիտարկվում է մի քանի ազատության առաժճան ունեցող համակարգի տատանումները սեյսմիկ ուժերի ազդեցություն տակ, երբ հաշվի է առնվում համակարգի առաձգա-ուլտասոնիկական դեֆորմացիաները և նրա տակ գտնվող շերտավոր հիմքի դյուրամիտոսիսելիսթությունը:

Հաշվի առնելով երկրաշարժի ալիքային ազդեցությունը, դուրս է բերված հիմքի տատանման դիֆերենցիալ հավասարումները, երբ այն բաղկացած է երկու շերտից: Ստացված հավասարումներին միացնելով համակարգի տատանման հավասարումները, ջրայց է արվում, որ խնդիրը լուծվում է անալիտիկ տեսքով միևնույն վերջ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Дарбинян С. С. Расчет сооружений на сейсмостойкость с учетом упруго-пластических деформаций. Геологические и сейсмологические исследования строения Земной коры территории Армянской ССР. Ереван, Изд. АН АрмССР, 1975.
2. Под ред. Лютчера В. М. и Яковлева Ю. Динамика сплошных сред. М., «Энергия», 1976.