ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա   XXXII, № 3, 1979   Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

Р. Е. АКОПЯН, С. Н. МАНУКЯН

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ТЕСТОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ ПРИ ПНЕВМОТРАНСПОРТЕ В ПЛОТНОМ СЛОЕ

Несмотря на широкое распространение пневмотранспорта, в настоящее время не существует обобщающих уравнений для его расчета, что объясняется сложностью гидродинамики процесса. Предложенные уравнения [1, 2], несмотря на достаточную для практических целей точность, включили в себя частные (размерные) коэффициенты, зависящие от свойств транспортируемых материалов, вследствие чего возникла необходимость проведения экспериментов для каждого нового материала.

Исследованием [8] получен универсальный, безразмерный коэффициент трения Ω, и тем самым устранены недостатки, связанные с проведением экспериментов.

В настоящей работе приводится методика расчета упомянутого коэффициента Ω с использованием статистических тестов.

Основное расчетное соотношение было представлено в следующем виде [5, 6]:

$$\frac{dP}{\rho_{см} g\,dl} = \Omega R_e^{0,5} \left(\frac{d}{D}\right)^{1,21} \left(\frac{\rho_{см}}{\rho_т}\right)^{0,28} R_{e_s}^{x}, \tag{1}$$

где R_e, R_{e_s} — соответственно, число Рейнольдса для потока и частиц [3]; $\rho_{см}$ — плотность аэросмеси; P — давление; l, d — длина и средний диаметр частицы мелкодисперсного материала; D — диаметр трубопровода; $\rho_т$ — плотность частиц; Ω и x — безразмерные коэффициенты.

Можно показать, что значения Ω и x, удовлетворяющие (1) и определяющиеся из соотношения

$$\Omega = \frac{(3,2 + 40,7x^{-0,74})\, D^{0,21} \rho_т^{(x+0,29)} d^{(3x-1,21)} \Delta P}{\Delta l \,(18 + 3,4 \sqrt{\rho_т d^3}\,)^x\, g^{0,5} \rho_{см}^{0,78}}, \tag{2}$$

не зависят от свойств транспортируемого материала. Последнее выражение получается из (1) при переходе от дифференциальной офрмы записи к конечно-разностной, с учетом значений R_e и R_{e_s}.

Отправной точкой в исследованиях явилась подборка репрезантивной выборочной совокупности экспериментальных данных, состоящих из

312 опытов. Поскольку цель выборочного обследования заключается в том, чтобы сделать наиболее достоверными выводы о всей совокупности, то вместо простого случайного отбора использовался расслоенный отбор с произвольным размещением единиц выборки по слоям. При этом генеральная совокупность была разделена на семь подмножеств, согласно свойствам транспортируемых веществ, из которых выбирались разные количества экспериментальных точек и составлялась общая выборочная совокупность.

Характеристики испытываемых материалов и конструктивные параметры экспериментальных установок сведены в таблицу 1. Замеры проводились для варьируемых в пределах от 1 до 29 метров.

Предполагается, что выдвинута статистическая гипотеза о постоянстве безразмерных параметров Ω и x, характеризующих как всю выборку в совокупности, так и семь независимых выборок $(n_1, n_2, \ldots, n_7)$, для каждого вещества в отдельности (табл. 1).

Проверка этой нуль-гипотезы проводилась на ЭВМ с использованием статистических тестов в следующей последовательности.

Для всех экспериментальных данных по формуле (2) рассчитаны значения Ω для показателя степени x в (1), равного 0,48. Учитывая, что выборочное среднее и дисперсия являются несмещенными и состоятельными оценками генерального среднего и дисперсии, а также тот факт, что значения Ω можно рассматривать как результаты реализации некоторой случайной величины, рассчитывались: а) математические средние $\bar{\Omega}_i$ и дисперсии S_i $(i = 1, 2, \ldots, 7)$ для выборок $n_1, n_2, \ldots, n_7$; б) математическое среднее $\bar{\Omega}$ и дисперсия $\bar{S}$ для всей выборки n; в) оценка генеральной средней $\tilde{\Omega} = \left(\sum_{i=1}^{7}(\bar{\Omega}_i/S_i)\right)\left(\sum_{i=1}^{7} 1/S_i\right)$, где $\bar{\Omega}_i$ и S_i — средние значения и дисперсии каждой выборки, являющиеся оценками генерального среднего при принятии нуль-гипотезы; г) оценка генеральной дисперсии $\tilde{S} = 1/\sum_{i=1}^{7} 1/S_i$.

Соотношения для определения $\tilde{\Omega}$ и $\tilde{S}$ получены с использованием метода наименьших квадратов, из условия достижения минимума выражения $\Phi = \sum_{i=1}^{7}[(\bar{\Omega}_i - \tilde{\Omega})/S_i]^2$.

Выбор $x = 0{,}48$ основан на тщательном анализе литературных данных для аналогичной системы «жидкость—твердое» [5, 6].

Поскольку законы распределения всех вышеуказанных выборок были неизвестны, то в первую очередь проверялась гипотеза об однородности выборочных дисперсий S_i $(i = 1, 2, \ldots, 7)$, S и $\bar{S}$ по критерию Бартлета. Проверка проводилась при уровне значимости 0,05 (критическая область правосторонняя), для числа степеней свободы $K - 1 = 9 - 1 = 8$. Критическая точка: $\chi^2_{кр}$ (0,05, 8) = 15,5, в то время как

Таблица 1

№	Наименование материала	$\rho_т$, $кг/м^3$	d, $мм$	D, $мм$	Число замеров, n_i	$\overline{\Omega}_i$	S_i	n_i	$t_{расч}$ номера выборок (n_i)						
									1	2	3	4	5	6	7
1	глинозем	3470	0,08	8,8, 9, 15,5, 35, 53	118	19,45	2,16	1	—	1,74	1,89	1,97	1,76	0,51	1,17
2	цемент	2900	0,08	10, 26,5, 50	65	19,03	2,98	2	1,96	—	0,47	0,77	0,47	1,4	1,52
3	сода	2500	0,123	7, 11, 32	48	18,86	4,01	3	1,96	1,98	—	0,38	0,07	1,6	2
4	клинкерный порошок	3000	0,105	7, 32	25	18,65	8,14	4	1,96	1,98	1,98	—	0,25	1,4	1,7
5	бентонитовый порошок	2400	0,151	15,5, 17,6	24	18,82	4,18	5	1,96	1,98	1,98	2	—	1,57	1,43
6	полиэтиленовый порошок	910	0,14	7, 32	19	19,63	0,91	6	1,96	1,98	1,98	2	2,04	—	2,63
7	мука	1450	0,14	15,5	12	18,04	4,57	7	1,96	1,98	2	2,02	2,02	2,05	—

n всего	Ω	$\overline{S}$
312	19,08	3,47
312	19,13	0,37
n	$\widetilde{\Omega}$	$\widetilde{S}$

$t_{крит}$

$t_{расч}$ при проверке на значимость Ω и $\widetilde{\Omega}$ равно 0,51, в то время как $t_{крит} = 1,96$

№	Наименование материала	$\rho_т$, $кг/м^3$	d, $мм$	D, $мм$	Число замеров, n_i
1	глинозем	3470	0,08	8,8, 9, 15,5, 35, 53	118
2	цемент	2900	0,08	10, 26,5, 50	65
3	сода	2500	0,123	7, 11, 32	48
4	клинкерный порошок	3000	0,105	7, 32	25
5	бентонитовый порошок	2400	0,151	15,5, 17,6	24
6	полиэтиленовый порошок	910	0,14	7, 32	19
7	мука	1450	0,14	15,5	12

n всего
$\frac{312}{312}$
n

Таблица 1

$\bar{\Omega}_i$	S_i	n_i	$t_{расч}$						
			номера выборок (n_i)						
			1	2	3	4	5	6	7
19,45	2,16	1	—	1,74	1,89	1,97	1,76	0,51	1,17
19,03	2,98	2	1,96	—	0,47	0,77	0,47	1,4	1,52
18,86	4,01	3	1,96	1,98	—	0,38	0,07	1,6	2
18,65	8,14	4	1,96	1,98	1,98	—	0,25	1,4	1,7
18,82	4,18	5	1,96	1,98	1,98	2	—	1,57	1,43
19,63	0,91	6	1,96	1,98	1,98	2	2,04	—	2,63
18,01	4,57	7	1,96	1,98	2	2,02	2,02	2,05	—
$\bar{\Omega}$	$\bar{S}$		$t_{крит}$						
19,08	3,47		$t_{расч}$ при проверке на значимость $\bar{\Omega}$ и $\tilde{\Omega}$ равно 0,51, в то время как $t_{крит}$ = 1,96						
19,13	0,37								
$\bar{\bar{\Omega}}$	$\bar{\bar{S}}$								

наблюдаемое значение критерия $B = 11,2$. $B < \chi^2_{кр}$, следовательно гипотеза о однородности дисперсий принимается. Это позволяет статистическую проверку нуль-гипотезы о постоянстве Ω провести с использование t - критерия Стьюдента [7].

Результаты проверки для уровня значимости $\alpha < 0,05$ представлены в таблице 1. Здесь, в нижней треугольной матрице, помещенной в правой части таблицы, приведены табличные, а в верхней треугольной матрице—расчетные значения критерия Стьюдента, соответствующие всем возможным парным сравнениям между расчитанными выборочными средними. Из результатов, приведенных в таблице 1, следует, что все Ω_i ($i = 1, 2, \ldots, 7$), $\bar{\Omega}$ и $\bar{\bar{\Omega}}$ отличаются незначимо ($t_{расч} < t_{крит}$) для всех Ω. Следовательно, гипотезу $H_0 : \Omega = \mathrm{const}$ отвергать нет оснований.

К аналогичному результату приходим, если сравнение всех средних проводим с использованием метода однофакторного дисперсионного анализа [7]. Для проверки выдвинутой нулевой гипотезы сравнивалось отношение $F_{набл} = S_ф/S_{ост} = 0,57$ с критическим значением критерия Фишера для уровня значимости 0,05 и числа степеней свободы $f_1 = 305$ и $f_2 = 6$. $F_{кр} = 3,68$ (здесь $S^2_ф$ – сумма квадратов, связанная с с расстоянием между отдельными выборками; $S^2_{ост}$ —сумма квадратов, связанная с рассеянием внутри отдельных выборок). Поскольку $F_{кр} > F_{набл}$, то в этом случае выдвинутая гипотеза принимается.

После того, как гипотеза о постоянстве Ω и x была доказана, на следующем этапе проводилось уточнение значений Ω и x, чему предшествовал анализ точности проведенных измерений.

Во многих практических приложениях, если результаты измерений имеют нормальное распределение, трех-, а иногда и двухсигмовые пределы часто принимают за допустимые отклонения. Поэтому для выявления грубых измерений, в первую очередь, необходимо установить закон распределения случайной величины Ω.

Проверка гипотезы о нормальном распределении Ω проводилась по критерию согласия Пирсона. Для этого вся выборка проранжирована по возрастанию Ω; разделена на 20 интервалов; рассчитаны эмпирические и теоретические частоты попадания в эти интервалы, и предположении, что Ω распределена нормально с параметрами $\tilde{\Omega}$ и $\tilde{S}$; найдена величина критерия согласия $\chi^2_{набл} = 148,3$. По таблице критических точек распределения χ^2 по уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $K = 17$ найдена $\chi^2_{крит}$ $(0,05;\ 17) = 27,6$. $\chi^2_{набл} > \chi^2_{крит}$, следовательно имеющиеся данные не согласуются с гипотезой о нормальном распределении генеральной совокупности и правило трех сигм не может быть применено. Поэтому оценка однородности результатов измерений (или выявление грубых измерений) проводилось с использованием r - критерия [7]. Она показала, что 94% экспериментальных данных удовлетворяют условиям точности. Остальные замеры классифицировались как грубые и в дальнейших расчетах не использовались.

Для окончательного уточнения значений Ω и x, репрезентативность имеющейся выборки экспериментальных данных была улучшена результатами добавочных 200 измерений для нового вещества—аппатита. Уточнение же сводилось к численной минимизации на ЭВМ функционала вида:

$$\bar{S}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} [\Omega_i^p(x^*) - \bar{\Omega}^n(x^*)]^2}{n-1} = \min_{x \in X} \frac{\sum_{i=1}^{n} [\Omega_i^p(x) - \bar{\Omega}^n(x)]^2}{n-1},$$

где x — показатель степени в (1); x^* — его оптимальное значение; $\Omega_i^p(x)$ — расчетное значение Ω по (2) для заданного x; X — область варьирования x. Последний в расчетах был выбран практически неограниченным.

Некоторые результаты расчетов, в том числе уточненное значение Ω и оптимальное x, приведены в таблице 2.

Таблица 2

x	$\bar{\Omega}^n(x)$	$\bar{S}^2$
0,1	18,21	25,58
0,2	16,21	16,58
$x^* =$ 0,35	16,96	13,44
0,6	22,6	19,3
0,8	27,8	38,4
2	24,61	521,1
10	29,1	1385,2

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 3. II. 1979

Ռ. Ե. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Ս. Ն. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

ԽԻՏ ՇԵՐՏՈՎ ՊՆԵՎՄՈՏԵՂԱՓՈԽՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ՇՓՄԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՏԵՍՏԵՐԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՄԲ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Մեծածավալ փորձնական նյութի հիման վրա (շուրջ 600 չափում) դուրս է բերված շփման գործակցի հաշվման հավասարում։ Օգտագործված են մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդները և ցույց է տրված, որ դիտարկված փորձերի համար 95% ճշտությունը լրիվին ապահովվում է։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гаспарян А. М., Акопян Р. Е.* Авт. свид. 107815 «Камерный питатель для пневмотранспорта сыпучих материалов в плотном слое», 1957.
2. *Гаспарян А. М., Акопян Р. Е.* К расчету пневматического транспорта в плотном слое. «Хим. пром», 1965, № 7.
3. *Акопян Р. Е.* Пневмотранспорту мелкодисперсных материалов в плотном слое. Автореферат канд. диссертации. Ереван, 1965.
4. *Гаспарян А. М., Акопян Р. Е.* Усовершенствованный способ пневматического транспорта и централизованная раздача материалов. «Промышленность Армении», 1963, № 8.
5. *Гельперин А. И.* и др. Основы техники псевдоожижения. М., «Химия», 1967.
6. *Давидсон И. Харисон Д.* Псевдоожижение. М., «Химия», 1974.
7. *Кендалл М. Дас., Стьюарт А.* Статистические выводы и связи. М., «Наука», 1973.
8. *Акопян Р. Е.* К исследованию пневмотранспорта мелкодисперсных материалов в плотном слое. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXXI, № 4, 1978.