

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Р. П. ДЖАВАХЯН

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА И СИНТЕЗА
СИММЕТРИЧНЫХ ДВУХКРИВОШИПНЫХ МЕХАНИЗМОВ

При оптимальном синтезе механизмов обычно ставится задача минимизации максимальных значений отдельных их параметров, т. е. решается минимаксная задача. Определение положений механизма, в которых исследуемый параметр z имеет экстремальные значения, для большинства механизмов сводится к решению сложных уравнений [4—9], разрешаемых только с применением ЭВМ. Так, определение положений плоского четырехзвенного [5, 6, 8, 9], плоского зубчато-рычажного [4] и четырехзвенного сферического [7] механизмов, соответствующих экстремальным значениям скорости ведомого звена, сводится к решению алгебраических полиномов, соответственно, 6-й, 8-й и 10-й степеней. Это приводит к тому, что не представляется возможным получить в явном виде функцию $z_{\max} = f(a, b, \dots)$, связывающую максимальное значение z_{\max} исследуемого параметра с размерами a, b, \dots механизма, так как z_{\max} определяется из $z = z(\varphi)$ при $\varphi = \varphi_*$ (рис. 1, а), а последнее является одним из действительных корней вышеуказанного алгебраического полинома высокой степени. Для упрощения задач анализа и особенно синтеза механизмов практический интерес представляет отыскание простых формул, достаточно точно отображающих функциональную связь между исследуемым параметром z_{\max} (максимальное значение скорости, ускорения, динамической мощности или соответствующих безразмерных коэффициентов, усилий в кинематических парах и т. д.) и постоянными параметрами механизма. Наличие таких формул $z_{\max} = f(a, b, \dots)$, непосредственно связывающих размеры механизма с экстремальными значениями его исследуемого параметра, позволит с одной стороны найти значения последних без определения соответствующих положений механизма по сложным уравнениям, решаемым на ЭВМ, а с другой стороны — достаточно просто решить задачу оптимального синтеза механизма сразу по нескольким критериям оптимальности. Эти формулы могут быть получены методом регрессионного анализа механизмов, сущность которого заключается в следующем (рис. 1). Экстремальное значение исследуемого параметра z механизма всегда является результирующим признаком или признаком-функцией от его размеров, называемых факторными признаками или признаками-аргументами. Путем многократного реше-

ния на ЭВМ сложных уравнений составляется корреляционная таблица функциональной связи между признаком-функцией и одним из признаков-аргументов при неизменных других, или строится график этой связи, называемый ломаной регрессии. Затем выясняется характер искомой связи (прямой или обратный), выбирается уравнение регрессии для отображения исследуемой связи и по методу наименьших квадратов определяются постоянные параметры уравнения (парная корреляция). Сила и теснота связи оценивается коэффициентом корреляции r или коэффициентом детерминации r^2 . Далее, составляется корреляционная таблица или ломаная регрессии, связи между постоянными полученными уравнений и признаками-аргументами, принятыми ранее за неизменные, выясняется характер связи, выбирается уравнение регрессии и методом наименьших квадратов определяются постоянные параметры уравнения, независимые от размеров механизма (множественная корреляция). Показателем тесноты корреляционной связи при множественной корреляции является совокупный коэффициент корреляции.

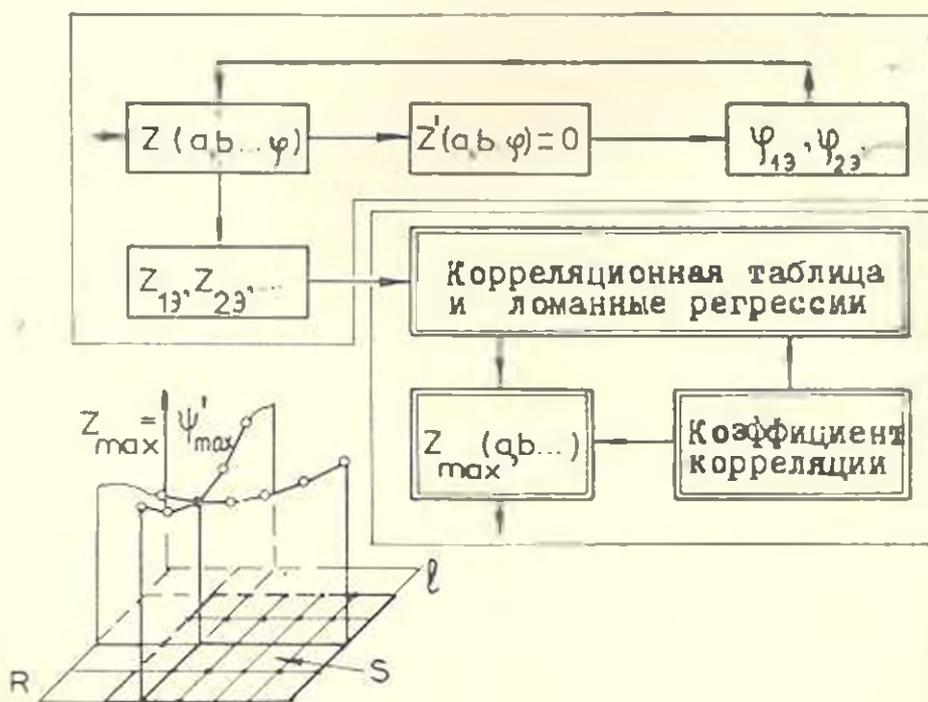


Рис. 1.

В работах [8—10] исследованы экстремальные значения скорости ведомого звена четырехшарнирного механизма. При синтезе последнего пользуются графическим методом [11], основанным на формуле Шадвилла [12].

В данной работе изложенная методика регрессионного анализа механизмов применена для получения формул, связывающих экстремальные значения ψ_{\max} и ψ_{\min} аналога скорости ведомого кривошипа симметричных двухкривошипных механизмов с относительными длинами их звеньев. На рис. 1, б $z_{\max} = \psi_{\max}'(R, l)$ — максимальное значение аналога скорости ведомого кривошипа; R и l — относительные длины, соответственно, кривошипов и шатуна; s — область существования симметричных двухкривошипных механизмов. Следует отметить, что вариация неизменного параметра (скажем R) вызывает лишь количественное изменение функциональной связи $z_{\max}(l)$, сохраняя характер последней (рис. 4), что намного упрощает процесс корреляции.

Функцию положения и аналога скорости ведомого кривошипа ВС для указанных механизмов при принятом отсчете углов φ и ψ , координирующих положения ведущего и ведомого кривошипов, можно найти по формулам [3]

$$\psi = 180^\circ + \arcsin \frac{R \cdot \sin \varphi}{m} - \arccos \frac{R^2 - l^2 + m^2}{2Rm} \quad (1)$$

и

$$\psi' = \frac{R \cdot \sin(\psi - \varphi) + \sin \varphi}{R \cdot \sin(\psi - \varphi) - \sin \psi} \quad (2)$$

полученным из рассмотрения рис. 2, в которых R и l — относительные длины кривошипов и шатуна (при $OC=1$), а значение переменного параметра $m=AC$ механизма определяется по формуле

$$m^2 = 1 + R^2 - 2R \cdot \cos \varphi \quad (3)$$

полученной из $\triangle OAC$.

В положениях $OABC$ и OA_1B_1C механизма ось коллинеации располагается перпендикулярно к оси шатуна ($PQ \perp AB$, $P_1Q_1 \perp A_1B_1$) и аналог ψ' экстремален. Для симметричных двухкривошипных механизмов эти положения симметричны ($CQ_1 = OQ = q$), следовательно

$$\psi'_{\min} = \frac{q-1}{q} \quad \text{и} \quad \psi'_{\max} = \frac{q}{q-1} \quad (4)$$

Из выражений (4) следует свойство симметричных двухкривошипных механизмов

$$\psi'_{\min} \cdot \psi'_{\max} = 1 \quad \text{или} \quad \varphi_{\min} \cdot \varphi_{\max} = \varphi_0^2, \quad (5)$$

отмеченное в работе [2], а для коэффициента неравномерности вращения ведомого кривошипа с учетом (5) получим

$$\psi = \psi'_{\max} - (\psi'_{\max})^{-1}. \quad (6)$$

В положениях OA_0B_0C и OA_2B_2C (рис. 3) механизма: $\psi' = 1$. Медленному повороту ведомого кривошипа ($\psi' < 1$) на угол ψ^* соответствует поворот ведущего кривошипа на угол φ^0 . Из рис. 3 имеем

$$\varphi^* = \pi + \theta \quad \text{и} \quad \psi^* = \pi - \theta. \quad (7)$$

Для угла перекрытия $\theta = \alpha - \beta$ после подстановки значений α и β , найденных, соответственно, из $\triangle OTA_0$ и $\triangle ONA_2$, имеем

$$\theta = \arccos \frac{l-1}{2R} - \arccos \frac{l+1}{2R}. \quad (8)$$

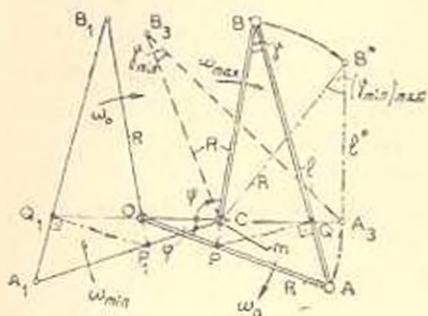


Рис. 2.

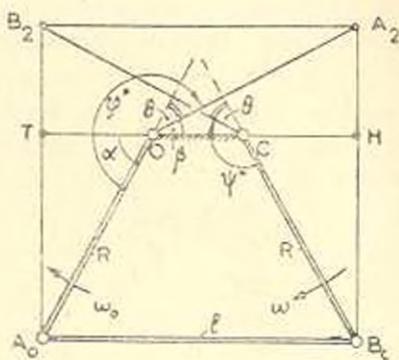


Рис. 3.

Для экстремальных значений δ_{\min} и δ_{\max} коэффициента угловой скорости ведомого кривошипа, соответствующих положениям OA_1B_1C и $OABC$ механизма (рис. 2), из формулы [1] $\delta = \psi' \cdot \varphi' / \psi^*$ с учетом (7) имеем

$$\delta_{\min} = \psi'_{\min} \frac{\pi + \theta}{\pi - \theta} \quad \text{и} \quad \delta_{\max} = \psi'_{\max} \frac{\pi - \theta}{\pi + \theta}. \quad (9)$$

Следовательно, для симметричных двухкривошипных механизмов справедливо условие $\delta_{\min} \cdot \delta_{\max} = 1$.

Для определения значений ψ'_{\max} симметричных двухкривошипных механизмов при $2 \leq R \leq 4$ и $1 < l < 2R - 1$ на ЭВМ HP-25 совместно были решены полученное из (2) условие экстремума ψ'

$$f(R, \varphi, \psi) = 0 \quad (10)$$

и уравнения (1—3). По полученным результатам составлена корреляционная таблица и построены графики функций $\psi'_{\max}(l)$ (рис. 4).

Анализ полученных результатов показал, что при заданном R наименьшее значение $(\psi'_{\max})_{\min}$ максимального аналога скорости получается у механизма, для которого $\psi' = \psi'_{\max}$ при $\varphi = 0$, т. е. в случае, когда при расположении ведущего кривошипа OA на линии стойки OC шатун A_2B^* располагается перпендикулярно к нему (рис. 2). Для таких симметричных механизмов, обеспечивающих минимальное значение коэффициента неравномерности ведомого кривошипа, длина шатуна определяется по формуле

$$l^* = \sqrt{2R - 1}, \quad (11)$$

полученной из $\triangle CA_2B^*$ (рис. 2), а максимальный аналог скорости — по очевидной формуле

$$(\psi'_{\max})_{\min} = \frac{R}{R-1}. \quad (12)$$

Из (11) и (12) находим:

$$(\psi'_{\max})_{\min} = [(l^*)^2 + 1] / [(l^*)^2 - 1].$$

График 1 этой функции, показанный на рис. 4 пунктиром, есть геометрическое место вершин кривых $\psi'_{\max}(l)$.

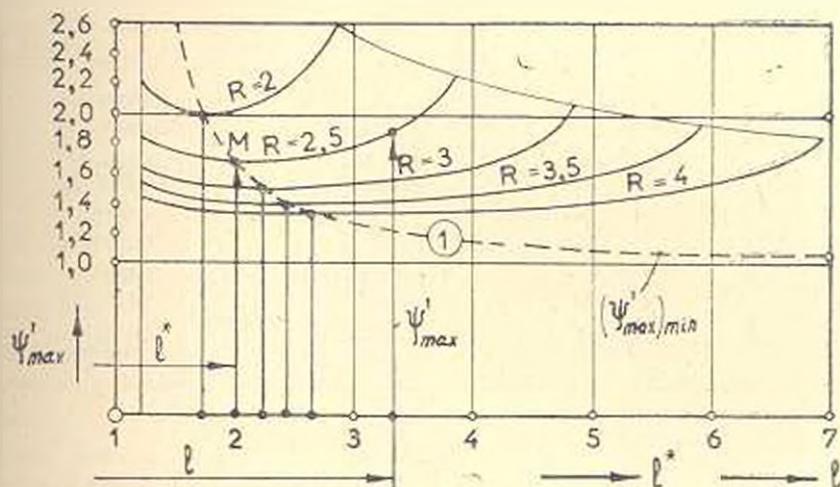


Рис. 4.

Легко можно показать, что при соблюдении условия (11) минимальный угол передачи γ_{\min} имеет наибольшее значение, определяемое по формуле

$$\sin(\gamma_{\min})_{\max} = \frac{R-1}{R}. \quad (13)$$

В самом деле, исследование на экстремум функции

$$\cos \gamma_{\min} = \frac{l^2 + 2R - 1}{2Rl},$$

полученной из $\triangle ABC$, приводит к условию (11).

Анализ полученных на ЭВМ результатов показал, что при заданном R связь между ψ'_{\max} и l близка к степенной. Это позволило методами криволинейной корреляции получить уравнение регрессии

$$\psi'_{\max} - (\psi'_{\max})_{\min} = p_R \cdot (l - l^*)^{n_R}, \quad (14)$$

где p_R и n_R — постоянные параметры, зависящие от относительной длины R кривошипов. В табл. 1 приведены значения параметров p_R ,

n_R и коэффициента корреляции k , найденные для различных значений R . Из таблицы видно, что значения коэффициентов корреляции k практически не отличаются от 1, что показывает на большую тесноту степенной связи (14). Верхние строчки в таблице соответствуют случаю $l > l^*$, т. е. правым ветвям кривых $\psi'_{\max}(l)$, а нижние — случаю $l < l^*$ или левым ветвям (рис. 4). Другими словами, на участках $l < l^*$ и $l > l^*$ кривые $\psi'_{\max}(l)$ описываются степенной функцией с различными коэффициентами.

Таблица 1

R	p_R	n_R	k
2	0,365539958	2,075647984	0,998408634
	0,666787857	2,32239719	0,998755439
2,5	0,108619698	2,143026235	0,996264085
	0,220425483	2,437847413	0,997395136
3	0,045112314	2,10832804	0,995815101
	0,081262581	2,206587721	0,997074611
3,5	0,022885978	2,093005111	0,99532489
	0,045590965	2,256969779	0,996487543
4	0,012670814	1,984352441	0,999049141
	0,02718789	2,26405129	0,995920949
Выравнивание для участков $l > l^*$		$p_R = \frac{h}{R - 1,8} - g$	k
$h = 0,077143970$		$g = 0,017165545$	0,998198868

Для устранения указанного недостатка заметим, что как отношения коэффициентов p_R (при заданном R), так и степени n_R близки к 2. Это обстоятельство позволяет описать функцию $\psi'_{\max}(l)$ одним и тем же уравнением. Выравнивание коэффициента $p_R = f(R)$ по гиперболической функции приведено в табл. 1. Наибольшее значение коэффициента корреляции k получается при коэффициенте 1,8 в знаменателе.

Окончательно, приближенная формула (14) для определения ψ'_{\max} по относительным размерам R и l симметричного двухкривошипного механизма с учетом (11, 12) и табл. 1 принимает вид

$$\psi'_{\max} = \frac{R}{R-1} + \mu \left(\frac{h}{R-1,8} - g \right) \cdot (l - \sqrt{2R-1})^2, \quad (15)$$

где значения постоянных параметров h и g приведены в табл. 1, а $\mu = 1$ при $l > \sqrt{2R-1}$ и $\mu = 2$ при $l < \sqrt{2R-1}$. Формула (15) применима для двухкривошипных механизмов с $R \geq 2$. Это ограничение получено из (13) и условия $(\gamma_{\min})_{\max} > 30^\circ$ получения работоспособного механизма. О точности приближенной формулы (15) можно судить по данным, приведенным в табл. 2.

Таблица 2

$l=2,8$	R	2	2,5	3	3,5	4
Точное значение (1, 2, 10)		2,509	1,7265	1,513	1,4028	1,3337
Приближенное значение (15)		2,4203	1,7262	1,515	1,4035	1,3338
$R=3$	l	1,4	2,2	3	3,8	4,6
Точное значение (1, 2, 10)		1,5583	1,5001	1,5233	1,6018	1,6272
Приближенное значение (15)		1,5329	1,5001	1,5275	1,6153	1,7633

Примечание: в скобках указаны номера соответствующих формул.

Следует отметить, что для механизмов с $1,6 \leq l \leq R$ можно ограничиться лишь первым членом формулы (15). Тогда значения ψ'_{max} для указанных симметричных двухкривошипных механизмов могут быть вычислены с точностью до 0,03.

По известному значению ψ'_{min} , экстремальные значения коэффициента скорости ведомого кривошипа можно найти по формулам (8, 9). Следует отметить, что при заданной относительной длине кривошипов функция $\delta_{max}(l)$ тоже имеет параболический характер, а ее наименьшее значение получается при относительной длине шатуна, большей, чем длина l^0 , при которой $\psi'_{max} = (\psi'_{max})_{min}$. Связь между l_0 и R близка к линейной и может быть описана уравнением $l_0 = 0,7R + 0,6$.

Выражения (15), (5) и (6) могут быть использованы при синтезе симметричных двухкривошипных механизмов, когда в число входных параметров синтеза входит один из параметров ψ'_{max} , ψ'_{min} и γ .

Электротехнический филиал АН ССРС

Поступило 29. III. 1978

В. И. ЗУБОВ

ԱՅՄԵՏՐԻԿ ԵՐԿՇՈՒՌՏՎՈՒ ԼՆԵԱՆԵՂՄԵՆՐԻ ՎԵՐԼՈՒՄԱՆ,
ԵՎ ՍԻՄՔԵՉԻ ԿՈՌԵԼՅԱՑԻՍՅԻ ԼՆԻՐՈՒ

Ա. Վ. Փ. Ո. Փ. Ն. Ի. Վ.

Հոդվածում առաջարկվում է մեխանիզմների վերլուծման և նախագծման կոռելյացիայի մեթոդը նշված մեթոդը կիրառված է հարթ սիմետրիկ երկ-շուռավիկ մեխանիզմների նկատմամբ:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Левитский Н. И.* Кулачковые механизмы. М. «Машиностроение», 1964.
2. *Черкудинов С. А.* Об одном семействе двухкривошипных четырехзвенников. «Труды семинара по ТММ», М., изд. АН СССР, 1947, № 2, 48.
3. *Джаваян Р. П.* К синтезу плоских кулачковых механизмов с неравномерно вращающимися кулачками. «Машинноеведение», 1967, № 5.
4. *Джаваян Р. П.* Синтез зубчато-рычажных механизмов по экстремальным значениям угловой скорости и ускорения ведомого колеса. «Известия АН Арм ССР (серия Т. Н.)», т. XXX, № 4, 1977.
5. *Джаваян Э. Л.* Определение экстремальных значений скорости ползуна кривошипно-ползунного механизма. «Известия АН Арм ССР (серия Т. Н.)», т. XXVI, № 4, 1973.
6. *Акопян Э. А.* Синтез кривошипно-ползунных механизмов. «Известия АН Арм ССР (серия Т. Н.)», т. XXVIII, № 3, 1975.
7. *Пэмиди П. Р.* Экстремальные передаточные отношения для сферических четырехзвенных механизмов. «Труды Американского общества инженеров-механиков», сер. В, 1976, № 4.
8. *Sticker K.* Berechnung der Gelenkvierecks-lagen für die Extremwerte der Übersetzungsverhältnisses. Feinvertechnik, 1966, 70, 2.
9. *Willi F.* Gelenkviereck, Schubkurbeln und Kurbelschleifen. Extremwerte der Übersetzungsverhältnisses und Getriebe-lagen. Antriebslechnik, 1976, 15, 7.
10. *Freudenstein F., Primros E., Ray S., Laks B.* Velocity fluctuation in four-bar linkages and slider-crank mechanisms. Trans. ASME, 1976, B 98, 4.
11. *Strauchmann H.* Ein Konstruktionsverfahren zur Mabsynthese viergliedriger Koppelgetriebe für vorgegebene Extremwerte des Übersetzungsverhältnisses. Wiss. Z. Techn. Univ. Dresden, 1971, 20, 5.
12. *Kracke J.* Beitrag zur Synthese ebener viergliedriger Funktionsgetriebe in Sted-Tot und Parallellagen. Mechanism and machine Theory, 1974, 9, 2.