

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

В. Г. АЛЕКСАНДРЯН

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ
 ИНДУКТОРНОГО ГЕНЕРАТОРА КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

При использовании индукторных генераторов в импульсных режимах и особенно в системах управления, встает вопрос об исследовании их динамических характеристик. С этой точки зрения, определение устойчивости их работы при различных видах внешней нагрузки становится весьма актуальным.

Система дифференциальных уравнений индукторного генератора с пульсирующим потоком получается с периодическими коэффициентами, поэтому не всегда удастся чисто аналитически определить устойчивость ее решения, что имеет место для случая активно-индуктивной внешней нагрузки [1]. Но в случае активно-емкостной внешней нагрузки это представляет определенные математические трудности. Эту задачу можно решить с использованием численных методов на ЭВМ.

Система уравнений, описывающая электромагнитные процессы в индукторном генераторе с активно-емкостной нагрузкой в матричном виде, имеет вид:

$$\frac{d\Psi}{dz} - RI = U, \quad (1)$$

где

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_g \end{bmatrix}; \quad R = \begin{bmatrix} r_b & 0 & 0 \\ 0 & r_c & 0 \\ 0 & 0 & r_g \end{bmatrix}; \quad I = \begin{bmatrix} i_b \\ i_c \\ i_g \end{bmatrix}; \quad U = \begin{bmatrix} u_b \\ u_c \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (2)$$

I — матрица токов в обмотках возбуждения (ОВ), статора (ОС) и демфера (ОД); R — матрица активных сопротивлений ОВ (r_b), ОС (r_c) и ОД (r_g); Ψ , U — матрицы потокосцепления и напряжений.

Учитывая, что $\Psi = LI$, систему (1) можно представить в виде:

$$\frac{d\Psi}{dz} - RL^{-1}\Psi = U, \quad (3)$$

где $L = \begin{bmatrix} L_{bb} & L_{bc} & L_{bg} \\ L_{cb} & L_{cc} & L_{cg} \\ L_{gb} & L_{gc} & L_{gg} \end{bmatrix}$ — матрица индуктивностей; $L_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = b, c, g$) —

индуктивности обмоток, которые в общем случае являются функциями времени: $L_{22} = L_{22}^0(1 + m \cos \tau)$; m — глубина модуляции.

При активно-емкостной внешней нагрузке:

$$-u_c = r_u i_c + \frac{1}{c} \int i_c d\tau. \quad (4)$$

После подстановки (4) в (3) и некоторых преобразований получим систему дифференциальных уравнений возмущенного состояния в виде:

$$\frac{d\psi}{d\tau} = P\psi, \quad (5)$$

где P представляет собой периодическую квадратную матрицу вида:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ 0 & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{42} & p_{43} & p_{44} \end{pmatrix}.$$

Все элементы p_i матрицы P являются периодическими функциями времени и зависят от глубины модуляции m , активного (r_u) и емкостного (x_u) сопротивлений внешней нагрузки.

В тех случаях, когда известно общее решение дифференциальных уравнений (5), можно непосредственно определить значение переменных $\psi_i(\tau)$ в возмущенном состоянии, составить вариации $\Delta\psi_i(\tau) = \psi_i(\tau) - \psi_{i0}(\tau)$ и, исследуя их, решить вопрос устойчивости невозмущенного состояния $\psi_{i0}(\tau)$.

Однако в подавляющем большинстве случаев общее решение дифференциальных уравнений (5) неизвестно, поэтому этот метод практически редко может быть использован. Даже в тех случаях, когда можно построить общее решение дифференциальных уравнений (5), ответ на вопрос — устойчиво ли состояние, целесообразно искать не из анализа общего решения, а с помощью методов, специально разработанных в общей теории устойчивости движения. Эти методы основаны на качественном анализе дифференциальных уравнений возмущенного движения, которым удовлетворяют отклонения (вариации) $\Delta\psi_i$.

Исследование устойчивости систем с периодическими коэффициентами возможно произвести двумя путями:

а) преобразовать систему уравнений с периодическими коэффициентами в систему с постоянными коэффициентами [2] и далее исследовать устойчивость по хорошо разработанным критериям устойчивости движения [3];

б) исследовать устойчивость, пользуясь теорией линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами, принадлежащей Флоке [4].

Исследование устойчивости в данной задаче производится методом [4], потому что нахождение матрицы преобразования представляет определенные математические трудности.

В теории устойчивости линейных систем с периодическими параметрами [4] доказано, что имея одну фундаментальную матрицу решений в конце периода, можно составить характеристическое уравнение и определить устойчивость невозмущенного состояния. Задача облегчается тем, что критерии устойчивости носят характер неравенств, поэтому можно использовать различные приближенные методы, один из которых состоит в следующем. Задав начальные условия $\Psi(0) = E$, где E — единичная матрица, численным интегрированием уравнения (5) определяют значения линейно независимых решений в конце периода 2π :

$$\psi_1 = \begin{pmatrix} \psi_{11} \\ \psi_{21} \\ \psi_{31} \\ \psi_{41} \end{pmatrix}, \dots, \psi_4 = \begin{pmatrix} \psi_{14} \\ \psi_{24} \\ \psi_{34} \\ \psi_{44} \end{pmatrix}.$$

На основании этих решений составляется матрица $\Psi(2\pi) = A$. Так как интегрирование нужно производить только в промежутке $(0, 2\pi)$, то можно получить достаточно высокую точность. По найденной матрице $A = \Psi(2\pi)$ составляется характеристическое уравнение, определяются корни $\lambda_1, \dots, \lambda_4$ и по их анализу делают окончательное заключение об устойчивости или неустойчивости невозмущенного состояния (при $|\rho| < 1$ невозмущенное состояние устойчиво, а при $|\rho| > 1$ — неустойчиво).

Выпускаемые Армэлектрозаводом им. В. И. Ленина индукторные генераторы с пульсирующим потоком имеют достаточно широкий разброс параметров индуктивностей обмоток. Значения этих параметров входят в коэффициенты системы дифференциальных уравнений (5), поэтому для определения устойчивости решений необходимо данную задачу решать для каждой конкретной машины. Чтобы упростить эту трудоемкую задачу, составлена инженерная методика расчета устойчивости, сущность которой заключается в следующем: имея конкретную матрицу индуктивностей, вводим ее в ЭВМ и на основании составленной программы получаем значения корней характеристического уравнения.

Расчеты производятся для широкого диапазона изменения активного (r_n), емкостного (x_n) сопротивлений и глубины модуляции (m). Результаты расчета для одного значения $m = 0,8$ приведены в таблице. Такие расчеты проводились для значений $0,6 \leq m \leq 1,0$.

Таблица

$\cos \alpha$	β_1	β_2	β_3	β_4
0	$0,981 + 0,161$	$0,981 - 0,161$	$0,618 + 0,753$	$0,618 + 0,753$
0,1	$0,619 + 0,753$	$0,619 - 0,753$	$0,773 + 0,112$	$0,773 - 0,112$
0,2	$0,62 + 0,754$	$0,62 - 0,754$	$0,612 + 0,037$	$0,612 - 0,037$
0,3	$0,62 + 0,755$	$0,62 - 0,755$	$0,527 + 0,04$	$0,527 - 0,04$
0,4	$0,62 + 0,756$	$0,62 - 0,756$	$0,375 + 0,048$	$0,375 - 0,048$
0,5	$0,62 - 0,756$	$0,62 - 0,756$	$0,278 + 0,106$	$0,278 - 0,106$
0,6	$0,619 - 0,7565$	$0,619 - 0,7565$	$0,184 + 0,141$	$0,184 - 0,141$
0,7	$0,619 + 0,7564$	$0,619 - 0,7564$	$0,088 + 0,161$	$0,088 - 0,161$
0,8	$0,618 + 0,756$	$0,618 - 0,756$	$-0,011 + 0,144$	$-0,011 - 0,144$
0,9	$0,617 + 0,755$	$0,617 - 0,755$	$-0,097 + 0,059$	$-0,097 - 0,059$
1,0	$0,615 - 0,757$	$0,615 - 0,757$	1,000	0,008

Исследования показали, что для широкого диапазона изменения вышеуказанных параметров решения системы дифференциальных уравнений (5) остаются устойчивыми. На основании этих заключений приходим к выводу, что индукторные генераторы с пульсирующим потоком с большой надежностью можно использовать в системах автоматического управления.

ЕрIII им. К. Маркса

Поступило 14.IX.1978

Վ. Գ. ԱԼԵՔՍԱՆԴՐԻԱՆ

ԻՆԴՈՒԿՏՈՐԱԿԱՆ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐԻ ՈՐԴԵՍ ՂԵՎԱՎԱՐՄԱՆ ՕՐՅԵԿՏԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇՈՒՄԱՆ ՄԵԹՈԴԸ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. ո. ո.

Հետազոտվում է ինդուկտորային գեներատորի աշխատանքի կայունությանը ակտիվ-ունակային արտաբին բնույթի դեպքում:

Կախված ինդուկտորային գեներատորի կառուցվածքային առանձնահատկություններից, ղեկավարման օբյեկտի դիֆերենցիալ համասարումները ստացվում են պարբերական դործուկիցներով: Պարբերական գործակիցներով դժային չորրորդ կարգի դիֆերենցիալ համասարումների համակարգի կայունության որոշումը կատարվում է Ֆլոկիի մեթոդով: Բնութագրական համասարման արժատների անալիզը, որոնք ստացվում են էՀՄ-ի վրա համակարգի թվային լուծումից մեկ պարբերության վերջում, պատասխանում են զրոյի վրա հարցին:

Բերվում է ինժեներական մեթոդիկա, կազմելու խոսքային ալգորիթներ, որի միջոցով որոշվում է կոնկրետ ինդուկտորային գեներատորի կայունությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арешян Г. Л., Александрян В. Г. Определение устойчивости решения дифференциальных уравнений индукторного генератора с пульсирующим током. Науч. тр. ЕрПИ, т. 36, вып. IV, Ереван, изд. ЕрПИ, 1972.
2. Еручин Н. Н. Приводимые системы. Минск, «Наука и техника», 1966.
3. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М., «Наука», 1967.
4. Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения. М., «Наука», 1971.