

ЭНЕРГЕТИКА

А. А. АРУТЮНЯН

ИССЛЕДОВАНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ГИБРИДНОЙ МАТРИЦЫ В РАСЧЕТАХ УСТАНОВИВШИХСЯ
РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Расчеты потерь мощности в электрических сетях 35 кВ и выше с целью определения структуры потерь энергии связаны с проблемой сходимости итерационного процесса при решении уравнений установившегося режима. Известно, что для этих целей применяются уравнения, основанные на матрицах Y или Z .

В работах [1—3] показана возможность совместного использования матриц Y и Z , названной гибридной матрицей. При этом появляется возможность использования преимуществ этой матрицы для улучшения сходимости итерационных процессов.

В данной статье приводятся методика, алгоритм и программа расчета установившегося режима электрической системы на базе гибридной матрицы (ГМ). Приведены также результаты исследования сходимости итерационного процесса при решении уравнений установившегося режима электрической системы по методу Зейделя. Рассматриваются некоторые особенности решения этих уравнений по методу Ньютона, смешанного применения методов Зейделя—Ньютона для отдельных подматриц ГМ.

Постановка задачи. Задаются:

- параметры схемы замещения в форме связей узлов и соответствующих им активных и реактивных сопротивлений ветвей схемы;
- параметры режима P , Q или P , U , а для узла баланса мощностей — U , φ .

Здесь P , Q — соответственно, активные и реактивные мощности; U , φ — модуль и фаза напряжения.

Требуется определить:

φ , U и φ , Q — соответственно, для узлов типа P , Q и P , U ; P , Q — для узла баланса мощностей.

Разделим множество N , всех узлов схемы на подмножества генераторных (Г), нагрузочных (Н) и сетевых (пассивных) (П) узлов схемы, т. е.:

$$Г \subset N; \quad Н \subset N; \quad П \subset N \quad (1)$$

Число элементов этих подмножеств обозначим, соответственно, литерой g, n, p .

Гибридные уравнения, полученные из уравнений узловых напряжений, имеют следующий вид [2].

Z — Y -форма:

$$\left[\begin{array}{c|c} Y_{ck}^{-1} & -Y_{ck}^{-1}Y_{cm} \\ \hline Y_{sk}Y_{ck}^{-1} & Y_{sm} - Y_{sk}Y_{ck}^{-1}Y_{cm} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \hat{I}_k \\ \hat{U}_m \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \hat{U}_c \\ \hat{I}_s \end{array} \right]; \quad (2)$$

Y — Z форма:

$$\left[\begin{array}{c|c} Y_{ck} - Y_{cm}Y_{sm}^{-1}Y_{sk} & Y_{cm}Y_{sm}^{-1} \\ \hline -Y_{sm}^{-1}Y_{sk} & Y_{sm}^{-1} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \hat{U}_k \\ \hat{U}_m \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \hat{I}_c \\ \hat{I}_s \end{array} \right]. \quad (3)$$

В (2) и (3) в общем случае (без эквивалентирования исходной схемы, т. е. без исключения узлов, входящих в подмножество Π):

$$c, k = \overline{1, g}; \quad s, m = \overline{g+1, n+p}.$$

В [3] приведен алгоритм формирования ГМ на ЦВМ, входящей в (2), с помощью которого без изменений в программе можно формировать также ГМ, входящую в (3), начав нумерацию узлов схемы в обратном порядке.

Учитывая, что при обратной нумерации узлов меняется обусловленность, а следовательно, и сходимость итерационного процесса. балансирующий узел следует выбирать согласно [4], где доказано, что если он предварительно выбран, то изменение нумерации узлов схемы не изменит коэффициента обусловленности системы узловых уравнений и не повлияет на скорость сходимости итерационных методов. Такой подход позволит сравнивать сходимость итерационных процессов уравнений (2) и (3).

Принимая, что ГМ сформирована, уравнение (2) запишем в следующей форме [3]:

$$\left[\begin{array}{c|c} r_{ck} + jx_{ck} & d_{cm} + jd_{cm} \\ \hline d_{sk} + jd_{sk} & g_{sm} - jb_{sm} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} P_k - jQ_k \\ \frac{U_s e^{-j\theta_s}}{U_m e^{-j\theta_m}} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \frac{U_c e^{j\theta_c}}{P_c - jQ_c} \\ \frac{U_s e^{-j\theta_s}}{U_m e^{-j\theta_m}} \end{array} \right]. \quad (4)$$

С целью отделения действительных и мнимых частей зависимых и независимых параметров, уравнение (4) запишем в форме двух следующих слагаемых:

$$\sum_{k \in \Gamma} (r_{ck} + jx_{ck}) \frac{P_k - jQ_k}{U_k e^{-j\theta_k}} + \sum_{\substack{c \in \Gamma \\ m \in \Pi}} (d_{cm} + jd_{cm}) U_m e^{j\theta_m} = U_c e^{j\theta_c}; \quad (4a)$$

$$\sum_{k \in \Gamma} (d'_{ek} + j d''_{ek}) \frac{P_k - j Q_k}{U_k e^{-j\varphi_{ek}}} + \sum_{\substack{s \in \Pi \\ s \neq e}} (g_{es} - j b_{es}) U_s e^{j\varphi_{es}} \frac{P_s - j Q_s}{U_s e^{-j\varphi_{es}}} \quad (46)$$

Из (4а) в координатах U и s [5], где $s = \sin \Psi$, напомним уравнения активных и реактивных мощностей для узлов, входящих в подмножество Γ :

$$\frac{P_e}{U_e} = \frac{1}{r_{ee}^2 + x_{ee}^2} (U_e r_{ee} - c_e A_e - s_e B_e); \quad (5)$$

$$\frac{Q_e}{U_e} = \frac{1}{r_{ee}^2 + x_{ee}^2} (U_e x_{ee} - s_e A_e + c_e B_e), \quad (6)$$

где

$$A_e = r_{ee}(\beta_{ek} + \beta_{em}) + x_{ee}(\alpha_{ek} + \alpha_{em});$$

$$B_e = r_{ee}(\alpha_{ek} + \alpha_{em}) - x_{ee}(\beta_{ek} + \beta_{em});$$

$$\alpha_{ek} = \sum_{\substack{u \in \Gamma \\ u \neq k}} \frac{1}{U_k} [(r_{ek} P_k + x_{ek} Q_k) s_k - (r_{ek} Q_k - x_{ek} P_k) c_k];$$

$$\alpha_{em} = \sum_{\substack{m \in \Pi \\ m \neq e}} U_m (d'_{em} s_m + d''_{em} c_m); \quad \beta_{em} = \sum_{\substack{m \in \Pi \\ m \neq e}} U_m (d'_{em} c_m - d''_{em} s_m);$$

$$c_m = \sqrt{1 - s_m^2}.$$

Таким же образом из (4б) получим уравнения активных и реактивных мощностей для узлов, входящих в подмножество Π :

$$\frac{P_s}{U_s} = A_s c_s + B_s s_s + U_s g_{ss}; \quad (6a)$$

$$\frac{Q_s}{U_s} = A_s s_s - B_s c_s + U_s b_{ss}, \quad (6б)$$

где

$$A_s = \sum_{\substack{k \in \Pi \\ k \neq s}} \frac{1}{U_k} (\alpha_{sk} c_k - \beta_{sk} s_k) + \sum_{\substack{s \in \Pi \\ m \neq s}} U_m (g_{sm} c_m + b_{sm} s_m);$$

$$B_s = \sum_{\substack{k \in \Pi \\ k \neq s}} \frac{1}{U_k} (\alpha_{sk} s_k + \beta_{sk} c_k) + \sum_{\substack{s \in \Pi \\ m \neq s}} U_m (g_{sm} s_m - b_{sm} c_m);$$

$$\alpha_{sk} = d'_{sk} P_s + d''_{sk} Q_k; \quad \beta_{sk} = d'_{sk} P_k - d''_{sk} Q_s.$$

Формулы приростов искоемых переменных U и s

Рассматривая каждую из величин P_e , Q_e и P_s , Q_s , соответственно, как функцию переменных s_e , U_e и s_s , U_s , можно записать следующие уравнения приростов:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_c}{\partial s_k} & \frac{\partial P_c}{\partial s_m} \\ \frac{\partial P_s}{\partial s_k} & \frac{\partial P_s}{\partial s_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta s_k}{\Delta s_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_c}{\Delta P_s} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q_c}{\partial U_k} & \frac{\partial Q_c}{\partial U_m} \\ \frac{\partial Q_s}{\partial U_k} & \frac{\partial Q_s}{\partial U_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta U_k}{\Delta U_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta Q_c}{\Delta Q_s} \end{bmatrix},$$

где $\Delta P = P - P^i$; $\Delta Q = Q - Q^i$; P, Q — заданные значения мощностей; P^i, Q^i — расчетные значения в i -ом шаге итерации;

$$\frac{\partial P_c}{\partial s_c} = \frac{1}{c_c} \left(\frac{U_c^2 x_{cc}}{z_{cc}^2} - Q_c \right); \quad (7)$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial s_k} = \frac{U_c}{c_k z_{ck}^2} (\lambda_c x_{ck} - \mu_c \beta_{ck}); \quad (7a)$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial s_m} = \frac{U_c}{c_m z_{cm}^2} (\lambda_c x_{cm} - \mu_c \beta_{cm}); \quad (7b)$$

$$\frac{\partial Q_c}{\partial U_c} = \frac{U_c x_{cc}}{z_{cc}^2} + \frac{Q_c}{U_c}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial Q_c}{\partial U_k} = \frac{U_c}{U_k z_{ck}^2} (\mu_c x_{ck} - \lambda_c \beta_{ck}); \quad (8a)$$

$$\frac{\partial Q_c}{\partial U_m} = \frac{U_c}{z_{cm}^2} (\lambda_c x_{cm} - \mu_c \beta_{cm}). \quad (8b)$$

Здесь

$$z_{cc} = \sqrt{r_{cc}^2 + x_{cc}^2}; \quad \lambda_c = r_{ck} c_k - x_{ck} s_c; \quad \mu_c = r_{cm} c_m + x_{cm} s_c;$$

$$a_{ck} = \frac{1}{U_k} (M_{ck} s_k - N_{ck} c_k); \quad \beta_{ck} = \frac{1}{U_k} (M_{ck} c_k + N_{ck} s_k);$$

$$M_{ck} = r_{ck} P_k + x_{ck} Q_k; \quad N_{ck} = r_{ck} Q_k - x_{ck} P_k;$$

$$a_{cm} = \frac{1}{U_m} (d'_{cm} s_m + d'_{cm} c_m); \quad \beta_{cm} = \frac{1}{U_m} (d'_{cm} c_m - d'_{cm} s_m).$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial s_s} = \frac{1}{c_s} (U_s^2 b_{ss} - Q_s); \quad (9)$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial s_k} = \frac{U_s}{U_k c_k} (\lambda_s s_k - \mu_s c_k); \quad (9a)$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial s_m} = \frac{U_s U_m}{c_m} (\mu_s s_s - \lambda_s c_s); \quad (9b)$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial U_s} = U_s b_{ss} + \frac{Q_s}{U_s}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial U_k} = \frac{U_s}{U_k^2} (\mu_{sk} c_k - i_{sk} s_k); \quad (10a)$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial U_m} = U_s (\mu_{sm} s_m - \lambda_{sm} c_m), \quad (10b)$$

где

$$i_{sk} = x_{sk} c_k - g_{sk} s_k; \quad \mu_{sk} = \alpha_{sk} s_k + \beta_{sk} c_k;$$

$$\mu_{sm} = g_{sm} c_m + b_{sm} s_m; \quad \lambda_{sm} = g_{sm} s_m - b_{sm} c_m;$$

$$\alpha_{sk} = d_{sk} P_k - d_{sk} Q_k; \quad \beta_{sk} = d_{sk} P_k - d_{sk} Q_k.$$

Алгоритм и программа расчета установившегося режима электрической системы по строчным уравнениям на базе ГМ основаны на формуле приростов искоемых величин, которые определяются из (5), (6):

$$\Delta s_c = \frac{1}{\frac{\partial P_c}{\partial s_c}} \left[\Delta P_c - \sum_{k=1}^n \frac{\partial P_c}{\partial s_k} \Delta s_k - \sum_{m=1}^m \frac{\partial P_c}{\partial s_m} \Delta s_m \right]; \quad (11)$$

$$\Delta U_c = \frac{1}{\frac{\partial Q_c}{\partial U_c}} \left[\Delta Q_c - \sum_{k=1}^n \frac{\partial Q_c}{\partial U_k} \Delta U_k - \sum_{m=1}^m \frac{\partial Q_c}{\partial U_m} \Delta U_m \right]; \quad (12)$$

$$\Delta s_k = \frac{1}{\frac{\partial P_k}{\partial s_k}} \left[\Delta P_k - \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_k}{\partial s_j} \Delta s_j - \sum_{m=1}^m \frac{\partial P_k}{\partial s_m} \Delta s_m \right]; \quad (13)$$

$$\Delta U_k = \frac{1}{\frac{\partial Q_k}{\partial U_k}} \left[\Delta Q_k - \sum_{j=1}^n \frac{\partial Q_k}{\partial U_j} \Delta U_j - \sum_{m=1}^m \frac{\partial Q_k}{\partial U_m} \Delta U_m \right]. \quad (14)$$

В программе реализованы расчетные уравнения для величин U и s в следующей форме (блок-схема программы представлена на рис. 1):

$$s_c^{i+1} = s_c^i + \frac{c_c^i \Delta P_c^{i+1}}{\frac{(U_c^i)^2 x_{cc}}{z_{cc}^2} - Q_c}; \quad (15)$$

$$U_c^{i+1} = U_c^i + \frac{\Delta Q_c^{i+1}}{\frac{U_c^i x_{cc}}{z_{cc}^2} + \frac{Q_c}{U_c^i}}; \quad (16)$$

$$s_s^{i+1} = s_s^i + \frac{c_s^i \Delta P_s^{i+1}}{(U_s^i)^2 b_{ss} - Q_s}; \quad (17)$$

$$U_i^{l+1} = U_i^l + \frac{\Delta Q_i^{l+1}}{U_i^l b_{ii} + \frac{Q_i}{U_i^l}}. \quad (18)$$

Для определения величины потерь электроэнергии на основе вычислений серии режимов данной сети, после обеспечения сходимости итерационного процесса, определяются потери активной и реактивной мощностей каждого режима по алгоритму, приведенному в [6].

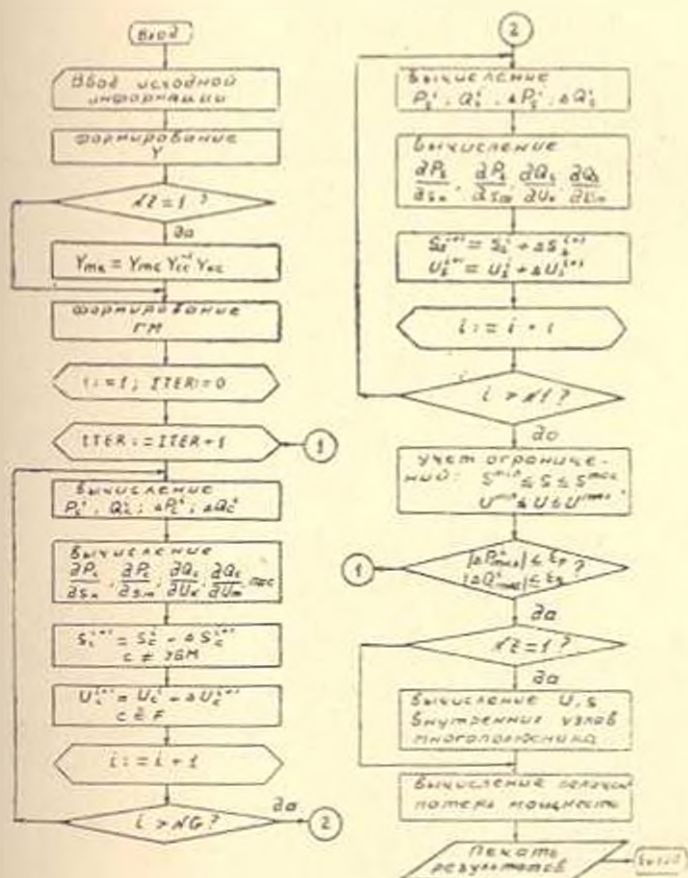


Рис. 1. Блок-схема программы расчета установившегося режима электрической системы по методу Зейделя на базе ГМ $Z-Y$ -формы: $NZ=1$ — признак эквивалентирования исходной схемы; YBM — таблица баланса мощностей; F — подмножество опорных узлов схемы; $N1$ — порядок системы; NG — порядок Z подматрицы; ϵ — точность сходимости итерации.

В случае применения ГМ $Z-Y$ -формы число шагов итерации для приведенного в [7] примера (10 узлов, 15 ветвей) по сравнению с Y сокращается на 45 шагов (рис. 2). Необходимое машинное время для решения задачи на ЦВМ, как известно, зависит также от качества составленной программы. По экспериментальной программе, составленной ав-

тором, машинное время сокращается на 25%, что, естественно, не является пределом.

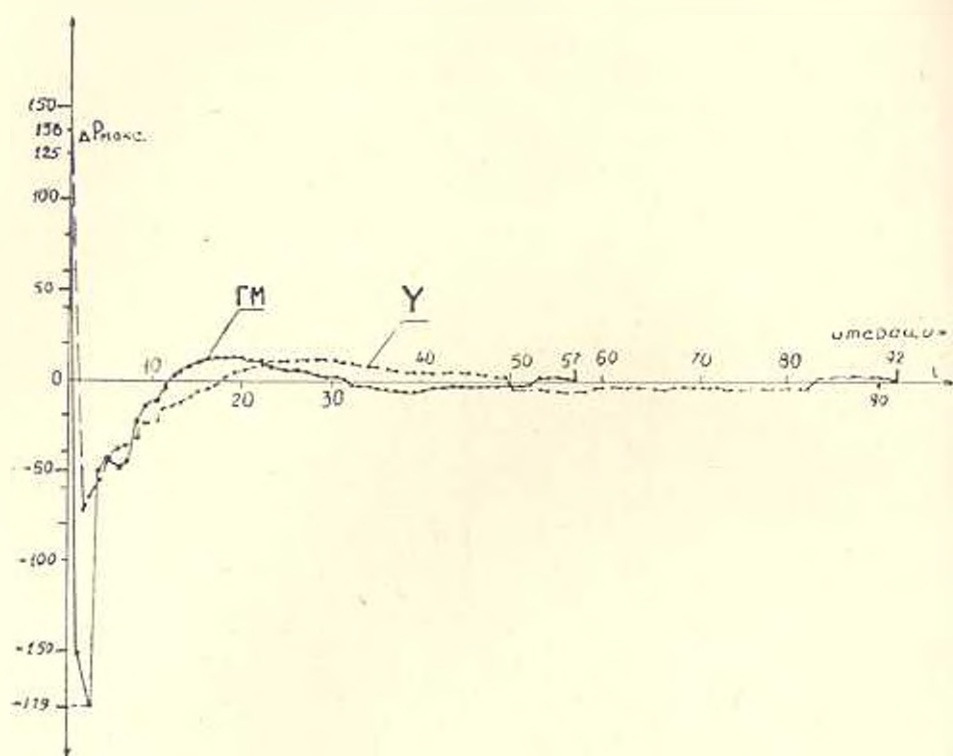


Рис. 2. Сходимость итерационного процесса при решении уравнений Y -формы и Z - Y -формы (ГМ) по методу Зейделя.

Как показывают расчеты, число шагов итерации с применением ГМ зависит от отдельных блоков подматриц, т. е. от порядка Z и Y . При Z - Y -форме ГМ для рассматриваемого примера имеет место следующее соотношение числа шагов итерации и порядка Z подматрицы (табл. 1).

Таблица 1

Порядок Z подматрицы	1	2	3	4	5	6	7
Число шагов итерации	130	118	109	90	76	65	47

Создана также экспериментальная программа расчета установившегося режима на базе ГМ по методу Ньютона и, отдельно, программа смешанного применения методов Ньютона и Зейделя. Метод Зейделя, успешно применяемый в расчетах с подматрицей Z , используется для Z подматрицы ГМ по описанному выше алгоритму и уравнениям (5), (5а), (15), (16). Метод Ньютона, успешно применяемый для уравнений на базе матрицы Y , используется относительно подматрицы Y в ГМ по следующим выражениям:

$$\left| \frac{\Delta P_s}{\Delta s_m} \right| \cdot |\Delta s_m| = |\Delta P_s| - \left| \frac{\partial P_s}{\partial s_k} \right| \cdot |\Delta s_k|; \quad (19)$$

$$\left| \frac{\partial Q_s}{\partial U_m} \right| \cdot |\Delta U_m| = |\Delta Q_s| - \left| \frac{\partial Q_s}{\partial U_k} \right| \cdot |\Delta U_k|. \quad (20)$$

Преимущества какой-либо из этих программ покажут дальнейшие исследования на примерах действующих схем.

В ы в о д ы

1. Доказана возможность формирования также второй ГМ, полученной из уравнений узловых напряжений в форме матрицы собственных и взаимных проводимостей по алгоритму, приведенному в [3].

2. Выбранный метод решения уравнений установившегося режима электрической системы, записанный в форме частных производных на базе ГМ, исключает возможность появления отрицательного дискриминанта в процессе итерации, имеющий место при решении уравнений второго порядка [1].

3. Как показывают расчеты, при решении уравнений на базе ГМ сходимость итерации значительно ускоряется без использования специальных приемов ускорения.

АрмНИИЭ

Поступило 15.III.1978

Ա. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅԱՆՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԵՐԻ ՀԱՍՏԱՏՎԱԾ ՌԵԺԻՄՆԵՐԻ
ՀԱՇՎԱՐԿՆԵՐՈՒՄ ԷԻՐԻԻՎԱՅԻՆ ՄԱՏՐԻՑԱՆԻ ԿԻՐԱՌՄԱՆ
ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ ՀԵՏԱՁՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Ա Վ Փ Ո Վ Ո Ւ Մ

Շարադրված է թՀՄ-ի վրա էլեկտրական համակարգի հաստատված ռեժիմների հաշվարկման մեթոդը, ալգորիթմն ու ծրագիրը Ֆիբրիդային մատրիցայի (ՀՄ) կիրառման հիման վրա: ՀՄ կիրառմամբ էներգահամակարգի հաստատված հաճախարումները լուծելիս, ինչպես ցույց են տալիս հաշվարկները, առանց հատուկ եղանակներ օգտագործելու խոհրացիայի զուգամիտումը պզալիորեն արագանում է:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Hale H. W., Goodrich R. W. Digital Computation of Power Flow-Some New Aspects. Trans. AIEE, vol. 78, 1958, pp. 919—924.
2. Адоку Г. Т. Уравнения электрических режимов энергосистемы, основанные на гибридных матрицах. «Доклады АН АрмССР», т. LV, 1972, № 3, с. 174—178.

3. Арутюнян А. А. Формирование гибридной матрицы на ЦВМ. «Известия АН АрмССР (серия Г II)», т. XXX, 1977, № 2, с. 32—38.
4. Латышева Т. С. Итерационные методы расчета режимов в электрических цепях и системах. Автореферат кандидатской диссертации, М., 1970, 26 с.
5. Адоц Г. Т. Метод расчета установившегося режима электрической системы. «Электричество», 1972, № 5, с. 1—6.
6. Адоц Г. Т. Многополюсник. Ереван, изд. АН АрмССР, 1965, 167 с.
7. Хачатрян В. С. Метод и алгоритмы расчета установившихся режимов больших электроэнергетических систем. «Известия АН СССР. Энергетика и транспорт», 1973, № 4, с. 45—56.