

ЭНЕРГЕТИКА

С. Г. АКОПЯН, Л. А. ХЗМАЛЯН

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ
ПАРАМЕТРОВ СЛОЖНЫХ ГАЗОТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ
НА АНАЛОГО-ЦИФРОВОМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОМ КОМПЛЕКСЕ

При эксплуатации сложных газотранспортных систем (ГТС) весьма важным является выбор режимных параметров газопроводов, компрессорных станций (КС) и других элементов, входящих в системы.

Для задач оптимизации сложных закольцованных ГТС представляется целесообразным совместное использование средств аналоговой и цифровой вычислительной техники, позволяющих полнее использовать потенциальные возможности обоих видов машин и рационально организовать вычислительный процесс.

В настоящей работе приводится математическая модель задачи оптимизации параметров сложной ГТС на аналого-цифровом вычислительном комплексе (АЦК). Рассматривается задача оптимального управления режимами ГТС, включающей магистральный газопровод, несколько КС, месторождения-регуляторы (МР) и подземные хранилища газа (ПХГ), потребители с переменным и постоянным потреблением газа в тоннах условного топлива. Для крупных потребителей задается характеристика эффективного газопотребления, построенная по шкале эффективности. Недостающее количество топлива покрывается вторым видом топлива. Работа КС задается в виде энерго-экономических характеристик (ЭЭХ). Поток с месторождений задается постоянными, т. е. предполагается, что они оптимальны и получены в результате оптимизационной задачи на уровне единой газоснабжающей системы. Что же касается МР и ПХГ, то для них рассматривается возможность обратной закачки газа при его излишках в газоснабжающей системе. Математически задача формулируется следующим образом.

Задана структура системы, постоянные потоки газа в систему, выраженные в тоннах условного топлива (т. у. т.), потребность в топливе у потребителей, энерго-экономические характеристики КС, технико-экономические характеристики и коэффициенты, характеризующие данную систему.

Требуется найти потоки Q_i -ого участка ГТС и потоки Θ_j крупных потребителей, подключенных к j -ому узлу, а также давления P_{ij} , которые минимизируют целевую функцию

$$\Phi = \sum_{i=1}^n 3_i (P_{i_{\text{вх}}} \cdot P_{i_{\text{вых}}} \cdot Q_i) - \sum_{j=1}^s \mathcal{E}_j (\Theta_j) + \sum_{j=1}^m G_j (T_j - \Theta_j) \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} Q_i = q_j + \Theta_j + p_j, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} P_j^2 = K_i Q_i |Q_i|, \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, s, s+1, \dots, m,$$

$$P_j \leq 56 \text{ кг/см}^2, \quad \text{если } j \text{ номер выхода КС}$$

$$P_i \geq \underline{P}_i, \quad j = 1, 2, \dots, s, \quad (4)$$

$$\underline{Q}_i \leq Q_i \leq \bar{Q}_i, \quad i = 1, 2, \dots, s,$$

$$\underline{\Theta}_j \leq \Theta_j \leq \bar{\Theta}_j, \quad j = 1, 2, \dots, s$$

Здесь $P_{i_{\text{вх}}}$, $P_{i_{\text{вых}}}$ — входные и выходные давления участков i ГТС с КС (кг/см^2);

$$P_i = \begin{cases} P_{i_{\text{вх}}} & \text{если } j \text{ номер входного узла участка } i \text{ с КС;} \\ P_{i_{\text{вых}}} & \text{если } j \text{ номер выходного узла участка } i \text{ с КС;} \\ P_j & \text{по всем остальным узлам;} \end{cases}$$

n — число участков, на которые разбита ГТС, при этом

$i = 1, 2, \dots, s$ — участки с КС;

$i = s+1, \dots, n$ — участки газопровода без КС;

m — общее количество узловых точек (узловой является точка постоянного и переменного потребления, подключения ГИГ, подачи газа в систему, вход и выход КС, точка разветвления газопроводов);

$\underline{Q}_i$, $\bar{Q}_i$ — минимальное и максимальное значения допустимого потока газа через i -ый участок ($\text{тыс. т. у. т./сут.}$);

$\underline{\Theta}_j$, $\bar{\Theta}_j$ — минимальное и максимальное значения переменного потока газа крупного потребителя, подключенного к j -ому узлу ($\text{тыс. т. у. т./сут.}$);

q_j — постоянный приток или отбор газа в систему через j -ый узел, при этом q_j берется со знаком плюс, если это постоянный приток, и со знаком минус, если это отбор ($\text{тыс. т. у. т./сут.}$);

T_j — задаваемая величина общего топливопотребления крупного потребителя j -го узла ($\text{тыс. т. у. т./сут.}$);

p_i — задаваемая величина потока газа с ПХГ, берется со знаком плюс, если производится отбор с ПХГ, и со знаком минус, если производится закачка в ПХГ;

a_{ij} — элементы матрицы инцидентий;

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{— поток газа по участку } i \text{ течет из узла } j; \\ -1 & \text{— поток газа по участку } i \text{ течет в узел } j; \\ 0 & \text{— потока газа по участку } i \text{ из узла } j \text{ нет.} \end{cases}$$

Строки этой матрицы соответствуют узлам схемы, а столбцы — ее участкам. Каждая строка показывает, какие участки соединены с данным узлом и какими пунктами — начальными (+1) или конечными (-1). Каждый столбец показывает, между какими узлами включен данный участок. Положительная единица является началом участка, отрицательная — его концом. Отсюда следует, что в каждом столбце может быть только две единицы — отрицательная и положительная, остальные элементы являются нулями.

Если матрицу инцидентий a_{ij} , составленную относительно всех узлов ГТС, транспонировать, заменить положительные единицы тех столбцов (узлов), в которых подключены КС, соответствующими эквивалентными параметрами a_i ($i=1, 2, \dots, s$) КС, то получим матрицу a'_{ij} .

$$K_i = \begin{cases} b_i & \text{для участков } i = 1, 2, \dots, s; \\ C_i & \text{для участков } i = s+1, \dots, n. \end{cases}$$

a_i , b_i — эквивалентные параметры КС, зависящие от относительного числа оборотов нагнетателей; C_i — постоянный для данной системы коэффициент, зависящий от конструктивных параметров газопроводов, физических свойств газа и единицы измерения потока газа;

$\sum_{i=1}^s Z_i(P_{\text{вх}}, P_{\text{вых}}, Q_i)$ — суммарные энергетические затраты в частях магистрального газопровода с КС в зависимости от потока газа и входного и выходного давлений.

Каждое слагаемое этой суммы можно аппроксимировать [1] полиномом второй степени вида

$$Z = a_0 + a_1 P_{\text{вх}} + a_2 P_{\text{вых}} + a_3 Q + a_4 P_{\text{вх}} P_{\text{вых}} + a_5 P_{\text{вх}} Q + a_6 P_{\text{вых}} Q + \\ + a_7 P_{\text{вх}} P_{\text{вых}} Q + a_8 P_{\text{вх}}^2 + a_9 P_{\text{вых}}^2 + a_{10} Q^2. \quad (5)$$

Для участков с газомоторкомпрессором расчет энергетических затрат осуществляется формулой:

$$Z = \left[A_N Q_N \left| Q \left(\frac{P_{\text{вх}}}{P_{\text{н}}} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right| + N_0 \right] T_z, \quad (6)$$

где A_N , a_N , h , N_0 , T_z — постоянные величины.

В целевую функцию входит также $\mathcal{E}_j(\theta_j)$ — характеристика эффективности от использования газа потребителями взамен заменяющего вида топлива. Она также является оптимальной и получается в результате решения задачи нижнего уровня иерархии, т. е. оптимального распределения газа по процессам использования промышленными предприятиями в рамках одного потребителя с применением шкалы эффективности [2]. Для j -го потребителя ее можно аппроксимировать полиномом второй степени

$$\mathcal{E}_j(\theta_j) = -A_j\theta_j^2 + B_j\theta_j + D_j, \quad j = 1, 2, \dots, \tau,$$

$\sum_{j=1}^{\tau} G_j(T, -\theta_j)$ — затраты на второй вид топлива; G_j — стоимость тонны второго топлива у j -ого потребителя.

Уравнение баланса потоков газа (2) составляется для m узлов.

Целевая функция выражает энергетические затраты на КС, затраты на второй вид топлива и эффективное газораспределение между потребителями.

Решение задачи (1) — (4) на АЦК проводится в следующей последовательности.

Задаются начальные значения относительного числа оборотов и предварительная схема работы нагнетателей, по которым рассчитываются эквивалентные значения a_i и b_i , а также строятся энерго-экономические характеристики КС. В результате решения оптимизационной задачи оперативного управления находятся оптимальные (в первом приближении) значения Q_i , θ_j и P_j , по которым уточняются значения управляющих векторов по КС (схема работы, относительное число оборотов). При необходимости изменения схемы работы нагнетателей строится новая ЭЭХ КС и решается оптимизационная задача по уточненным значениям векторов управления КС. Задача считается решенной, оптимальные значения Q_i , θ_j и P_j найденными, когда разность между двумя значениями a_i и b_i получается в пределах заданной точности расчета. Так как относительное число оборотов нагнетателей меняется в малых пределах, то количество шагов уточнения будет небольшим. При таком подходе ЭЭХ не имеют разрывов первого рода и многоэкстремальность задачи исключается.

Для решения рассмотренной задачи в качестве начальных условий используется исходный нормальный режим, который получается в результате решения задачи гидравлического расчета РГС. Решение оптимизационной задачи предполагается осуществить на специализированном аналого-цифровом вычислительном комплексе (АЦК).

Трудность решения задачи (1) — (4) заключается в целевой функции, которая имеет сложную нелинейную структуру со многими переменными. Это можно в известной мере преодолеть, используя релаксационный метод расчета [3] на АЦК, при котором появляется возможность осуществить оптимизацию по отдельным независимым перемен-

ным векторам состояния P_j и Q_j , Θ_j . При этом нелинейная задача математического программирования разбивается на две задачи выпуклого математического программирования. Их можно реализовать известными математическими методами [3].

Релаксационный метод в применении к рассматриваемой задаче состоит в том, что фиксируется вектор давлений P_j узловых точек ГТС начального режима и отыскиваются те значения Q_j и Θ_j , которые при фиксированных значениях P_j дают минимальное значение целевой функции. Затем фиксируются полученные значения Q_j и Θ_j , и отыскиваются те значения P_j , которые при фиксированных значениях Q_j и Θ_j дают минимальное значение целевой функции. При фиксации набора вектора давлений целевая функция становится квадратичной выпуклой, как видно из (5) и (6) и т. к. ограничения (2) являются линейными, то решение этой задачи становится возможным на аналоговом оптимизаторе (АО) [4], входящем в АЦК. При фиксации набора вектора потоков целевая функция также становится квадратичной выпуклой и т. к. ограничения (3) являются также квадратичными выпуклыми, то решение можно осуществить на ЦВМ, также входящей в состав АЦК. Обмен и преобразование информации между АО и ЦВМ осуществляется аналого-цифровыми и цифро-аналоговыми преобразователями (АЦП и ЦАП).

Решение описанных задач на АЦК осуществляется следующим образом.

Значения P_j^0 , полученные после гидравлического расчета, являются начальным шагом для решения задачи в аналоговой части АЦК. На ЦВМ рассчитываются коэффициенты передачи, соответствующие давлению P_j^0 , и через ЦАП устанавливаются на усилителях АО и определяются с учетом двусторонних ограничений на потоки, экстремальные для P_j^0 , потоки Q_j^0 и Θ_j^0 .

Полученные значения Q_j^0 и Θ_j^0 передаются через АЦП в ЦВМ, где с фиксацией соответствующих значений Q_j^0 и Θ_j^0 решается задача оптимизации давлений с учетом ограничений на давления. По полученным экстремальным значениям пересчитываются соответствующие значения коэффициентов передачи и через ЦАП передаются в АО и т. д. Релаксационная процедура расчета считается законченной, когда

$$|P_j^{(r+1)} - P_j^{(r)}| \leq \epsilon, |Q_j^{(r+1)} - Q_j^{(r)}| \leq \epsilon, |\Theta_j^{(r+1)} - \Theta_j^{(r)}| \leq \epsilon, \quad (7)$$

где ϵ — заданная точность расчета; ϵ — шаг релаксационной итерации.

По полученным экстремальным значениям переменных в ЦВМ рассчитывается оптимальное значение целевой функции Φ . Так как оптимизационная задача является фактически коррекцией нормального режима ГТС, то количество релаксационных шагов итераций будет небольшим.

Ввиду того, что каждая из задач, решаемых на аналоговой и цифровой частях АЦК, является задачей выпуклого математического программирования, то они сходимы. Следовательно, релаксационная процедура также будет сходимой и полученный результат будет оптимальным [3].

Отметим, что задачу (1) — (4) можно также решить только на ЦВМ, однако использование АЦК значительно сокращает время решения.

Приведенная и ряд других решенных задач [4] показали, что применение АЦК сокращает время решения задачи почти вдвое.

С целью сокращения машинного времени решения задачи и уменьшения объема используемой памяти ЦВМ можно пойти на некоторое упрощение задачи (1) — (4), без существенного изменения результатов решения задачи. Задачу (1) — (4) можно решить, оптимизируя только потоки. При этом в каждом релаксационном шаге давления уточняются на ЦВМ, используя уравнение (3), приведенное к виду

$$P^{(r+1)} = \frac{EP^{(r)} + EQ^{(r)}}{E + F},$$

где P , P_k — m -мерные вектора давлений узловых точек ГТС, отличающиеся друг от друга расположением компонентов; E , F — коэффициенты, характеризующие участок ГТС с КС или без КС.

По найденным значениям $P^{(r+1)}$ в каждом шаге релаксации определяются коэффициенты полинома (5) и (6), которые через ЦАП передаются в АЦК для нахождения оптимальных потоков данного релаксационного шага. Процесс считается законченным и решение получено, если выполняется одно из условий (7).

Таким образом, рассмотренная математическая модель позволяет оптимизировать потоки и давления (или только потоки) в сложной ГТС, а применение АЦК значительно сокращает общее время решения задачи, что особенно важно для задач оперативного управления.

Ереванский комплексный
отдел ВНИИЭГазпрома

Поступило 24.III.1978

И. 2. ՀԱՊԱՐԱՅՈՒՄ, Ը. Ա. ԿՈՄԻՏԵ

ԲՈՐԻ ԴԱԶԻՏՐԱՆՈՊՈՐՏԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ
ՕՊՏԻՄԱԼԻՑՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԸ
ԱՆԱԼՈՒԹՎԱՅԻՆ ՀԱՇՎԻՉ ՀԱՄԱԼԻՐԻ ՕԴԵՆՈՒԹՅԱՄԲ

Ա. Մ. ՓԻՆՓՈՒՄ

Դիտարկվում է բարդ դադատրանսպորտային համակարգի օպտիմալ կառավարման խնդրի մաթեմատիկական մոդելը, որը պարունակում է մաթեմատիկային դադատար խողովակ, մի քանի կոմպրեսորային կայան, ատորիերկրյա գազամբար, կարգավորող դադահանքավայր և սպառիչներ: Ընդ որում հաշվի է առնվում խողոր սպառիչների միջև գազի բաշխման էֆեկտիվությունը և երկրորդային վառելիքը:

Խնդրի լուծումը կատարվում է անալոգա-թվային հաշվիչ համալիրի օգնությամբ, ուղակապցիոն մեթոդով, որը հնարավորություն է տալիս սաքիոնալ կազմակերպել հաշվման պրոցեսը, կրճատել հաշվիչ մեքենայի հիշողությունը և խնդրի լուծման ժամանակը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Унанян Л. А. Способ оптимизации развития газотранспортных систем РГС, РЖ «Трубопроводный транспорт», № 9. 45. 94. Деп., М., 1977, с. 18.
2. Рыле Г. С., Клокова Т. И., Крутикова И. П., Курносов И. П., Маркова Г. С., Райхер Э. А., Стрелец С. С. Методические указания по определению оптимальной структуры распределения газа в районных газоснабжающих системах. М., ВНИИЭГазпром, 1975, с. 81.
3. Раскин Л. Г. Анализ сложных систем и элементы теории оптимального управления. М., «Советское радио», 1976, с. 343.
4. Аюлян С. Г., Аветикова Е. Г., Маргарян А. Н. Совершенствование метода Цайна для применения при решении задач оптимизации потоков газотранспортной системы на аналоговой вычислительной машине. Тр. ВНИИЭГазпром, «Экономика газовой промышленности», вып. 1/3, М., 1974, с. 77—88.