ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտություններ, հատոր XXXI, № 6, 1978 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

С. А. САЛКЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В АСИНХРОННЫХ ПОЗИЦИОННЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДАХ ПРИ ЧАСТОТНОМ УПРАВЛЕНИИ

Относительно вопросов оптимального частотного управления асинхронными позиционными электроприводами, по минимуму потерь в обмотках, существует ряд работ [1, 2], в которых задачи рассмотрены без учета электромагнитных явлений. В работе [3] установлено, что при частотном управлении асинхронными двигателями электромагнитные процессы оказывают существенное влияние на динамику электропривода. Следовательно, исследование оптимальных процессов при частотном управлении позиционными асинхронными двигателями с учетом электромагнитных процессов представляет интерес как с практической, так и с теоретической точки зрения.

Результаты этих исследований особенно важны для электропривода малых перемещений с большой частотой включения. Скорость вращения $АД$ у таких систем не достигает номинального значения, т. е. двигатель в основном работает в переходных режимах пуска и торможения. В таком режиме работы потери в обмотках достигают больших значений, поэтому частота включения, от которой зависит производительность установки, ограничивается. Минимизируя потери в обмотках двигателя, при позиционировании можно увеличить допустимую частоту включения $АД$, повышая тем самым производительность установки.

Динамика асинхронной короткозамкнутой машины при общеизвестных допущениях описывается нелинейными дифференциальными уравнениями [4], которая через вектор потокосцеплений имеет вид:

$$\begin{cases} \overline{U}_s = \alpha_s \overline{\Psi}_s - K_r \alpha_s \overline{\Psi}_r + D\overline{\Psi}_s + j\omega_k \overline{\Psi}_s; \\ 0 = \alpha_r \overline{\Psi}_r - K_s \alpha_r \overline{\Psi}_s + D\overline{\Psi}_r + j(\omega_k - \omega)\overline{\Psi}_r; \\ D\omega = z_p m K_r [\overline{\Psi}_r \times \overline{\Psi}_s]/2JL_s - M_c/J; \\ D\vartheta = \omega, \end{cases} \tag{1}$$

где $K_r = L_m/L_r$, $K_s = L_m/L_s$, $\sigma = (L_s L_r - L_m^2)/L_s L_r$, $\alpha_s = R_s/L_s\sigma$, $\alpha_r = R_r/L_r\sigma$ — параметры асинхронного двигателя; z_p — число пар полюсов; m — число фаз; J — суммарный момент инерции двигателя и механизма, приведенный к валу двигателя; M_c — момент сопротивления;

φ и ω — угол поворота и скорость вращения двигателя; ω_k — скорость вращения координатной системы; $\overline{\Psi}_s$, $\overline{\Psi}_r$ — векторы потокосцепления обмотки статора и ротора, которые связаны с током обмотки выражением:

$$\begin{aligned} \overline{\Psi}_s &= L_s \overline{I}_s + L_m \overline{I}_r; \\ \overline{\Psi}_r &= L_m \overline{I}_s + L_r \overline{I}_r; \end{aligned} \tag{2}$$

$\overline{U}_s = U_m e^{j\gamma}$ — напряжение обмотки статора, где γ — угол поворота вектора $\overline{U}_s$ относительно координатной оси d

$$\gamma = \int_0^t (\omega_s / z_p - \omega_k)\, dt. \tag{3}$$

Функционал, который необходимо минимизировать, то есть суммарные электрические потери, определяется выражением

$$W_M = m \int_0^t |R_s (\overline{I}_s \cdot \overline{I}) + R_r (\overline{I}_r \cdot \overline{I}_r)|\, dt. \tag{4}$$

где $\overline{I}_s$, $\overline{I}_r$ — сопряженные векторы токов обмотки статора и ротора.

Учитывая, что $\overline{\Psi}_r = \Psi_r \cdot e^{j\gamma_{\Psi_r}}$, где Ψ_r — модуль вектора потокосцепления обмотки ротора, γ_{Ψ_r} — угол поворота вектора $\overline{\Psi}_r$ относительно координатной оси d, из (1) имеем:

$$\begin{aligned} \overline{\Psi}_s = \Psi_r e^{j\gamma_{\Psi_r}} / K_s + \Psi_r e^{j(\gamma_{\Psi_r} + \pi/2)} / K_s x_r + j \Psi_r \beta_{\Psi_r} e^{j\gamma_{\Psi_r}} / K_s x_r + \\ + j \Psi_r (\omega_k - \omega) e^{j\gamma_{\Psi_r}} / K_s x_r. \end{aligned} \tag{5}$$

С учетом (5) уравнение моментов в (1) примет вид:

$$D\omega = z_p m K_r (\Psi_r^2 \beta_{\Psi_r} / K_s x_r + (\omega_k - \omega) \Psi_r^2 / K_s x_r) / J \omega K_s - M_c / J. \tag{6}$$

Если координатную систему выбирать так, чтобы она вращалась со скоростью вращения вектора $\overline{\Psi}_r$, а направление оси d совпало с этим вектором, то с учетом (2) и (5) уравнение движения и функционал (4) примут вид:

$$\begin{aligned} D\omega &= c \Psi_r^2 \beta_{\Psi_r} - \dots; \\ D\gamma &= \omega; \\ W_M &= \int_0^t |a \Psi_r^2 + 2p \Psi_s \Psi_r + b \Psi_r^2 + b \Psi_r^2 \beta_{\Psi_r}|\, dt. \end{aligned} \tag{7}$$

где β_{Ψ_r} — скорость вращения вектора $\overline{\Psi}_r$ относительно ротора;

$$\mu_c = M_c/J; \qquad c = z_p m/2JR_r; \qquad a = mR_r/2L_m^2;$$

$$p = mR_sL_r/2R_rL_m^2; \qquad b = m(R_sL_r/L_m^2R_r^2 + 1/R_r)/2.$$

Имея оптимальные законы изменения $\Psi_r(t)$, $\beta_{\Psi_r}(t)$ и $\omega(t)$ с учетом (1), (3) и (5), можно определить любые легко контролируемые независимые переменные.

Таким образом, задача оптимального частотного управления с граничными условиями $\omega(0)=0$, $\varphi(0)=0$, $\omega(T)=0$, $\varphi(T)=\varphi_k$ (T—время позиционирования) сводится к задаче оптимального управления с управляющими параметрами Ψ_r и β_{Ψ_r}. Неизвестные параметры в (7) определяются из функций Лагранжа

$$F = a\Psi_r^2 + 2p\Psi_r\dot{\Psi} + b\dot{\Psi}_r^2 + b\Psi_r^2\beta_{\Psi_r} + \lambda_1(\dot{\varphi} - \omega) +$$

$$+ \lambda_2(\dot{\omega} - c\Psi_r^2\beta_{\Psi_r} + \mu_c) \tag{8}$$

(λ_1 и λ_2 — множители Лагранжа) уравнениями Эйлера:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial\dot{\varphi}} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial\omega} - \frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial\dot{\omega}} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial\beta_{\Psi_r}} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial\Psi_r} - \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial F}{\partial\dot{\Psi}} = 0. \tag{9}$$

Из (9) после соответствующих преобразований для параметра β_{Ψ_r} имеем:

$$\beta_{\Psi_r} = \lambda_2 c/2b. \tag{10}$$

Обычно приведенный момент сопротивления (M_c) является функцией скорости вращения двигателя, поэтому в общем случае для множителя Лагранжа λ_2 имеем дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами

$$\frac{d\lambda_2}{dt} - \lambda_2\frac{d\mu_c}{d\omega} + \lambda_1 = 0, \tag{11}$$

где λ_1 определяется из условия $\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial\dot{\varphi}} = 0$, откуда $\lambda_1 = \text{const}$.

Решение уравнения (11) имеет вид [5]:

$$\lambda_2 = e^{\int_0^t \frac{d\mu_c}{d\omega}dt}\cdot\left[\lambda_2(0) - \int_0^t \lambda_1 e^{-\int_0^t \frac{d\mu_c}{d\omega}dt}\,dt\right], \tag{12}$$

где $\lambda_2(0)$ — постоянная величина.

Относительно параметра Ψ_r из (9) получается линейное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами

$$\Psi_r'' + (i_{2c}^2/4b^2 - a/b)\,\Psi_r = 0, \qquad (13)$$

которое аналитически не решается [5].

Для решения уравнения (13) необходимо иметь два граничных условия. Так как двигатель запускается с неподвижного состояния, то $\Psi_r(0) = 0$. В качестве второго можно использовать условие трансверсальности в конце траектории, которое с учетом (8) примет вид:

$$p\Psi_r(T) + b\Psi_r'(T) = 0. \qquad (14)$$

Таким образом, задача оптимального частотного управления асинхронными позиционными электроприводами сводится к решению краевой задачи для дифференциальных уравнений (7) и (13), в которых неизвестные постоянные параметры $\Psi_r(0)$, i_1 и $i_{2c}(0)$ определяются из граничных условий с учетом (14).

Решение краевой задачи не представляет трудности и можно легко осуществить на ЦВМ одним из градиентных методов, в частности, методом Эйлера. При $M_c = 2{,}25$ *Нм*, $J = 0{,}25$ *кг·м²*, $\gamma_k = 125$, $T = 3{,}7$ *сек* для двигателя АИ-62, имеющего параметры: $L_m = 1{,}593 \cdot 10^{-2}$ *гн*, $L_2 = 1{,}668 \cdot 10^{-2}$ *гн*, $L_r = 1{,}66 \cdot 10^{-2}$ *гн*, $R_s = 0{,}054$ *ом*, $R_r = 0{,}072$ *ом*. Результаты решения задачи представлены на рис. 1

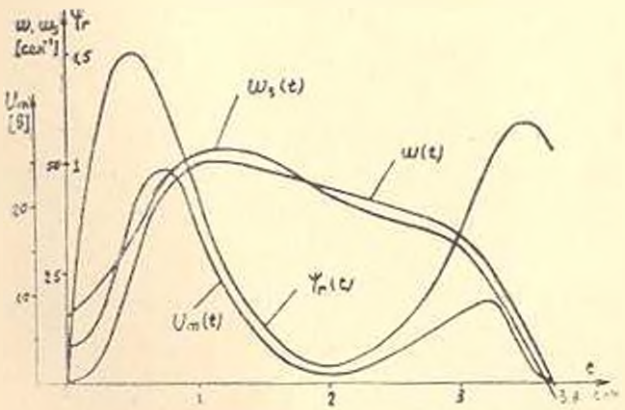

Рис. 1.

Нетрудно убедиться, что задача оптимального частного управления пуском *АД*, по минимуму активных потерь, является частным случаем позиционной задачи. Если на угол поворота ротора двигателя в конце процесса не поставить ограничения, то из условия трансверсальности $\frac{\partial F}{\partial \varphi}(T) = 0$ имеем $i_1 = 0$. При $M_c = \text{const}$ из (12) получим $i_{2c} = \text{const}$ и (13) превратится в известное уравнение [6]: $\Psi_r'' + A^2\Psi_r = 0$, где A — постоянная величина.

Если в (4) принять $R_3 = 0$, что равносильно условию $a = 0$, $p = 0$ в (7), получается задача оптимального частотного управления позиционным АД по минимуму потерь в обмотках ротора. При этом выражение (14) примет вид: $\Psi_r(T) = 0$, то есть, в конце процесса модуль вектора потокосцепления обмотки ротора достигает своего экстремального значения. Если учесть, что решение уравнения (13) имеет колебательный характер, а Ψ_r во время позиционирования должен быть положительным, то оказывается, что этот экстремум является точкой максимума. На рис. 2 приведены результаты решения этой задачи для двигателя А11-62 при $M_c = 0$, $\varphi_z = 30$, $T = 3{,}7$ *сек*.

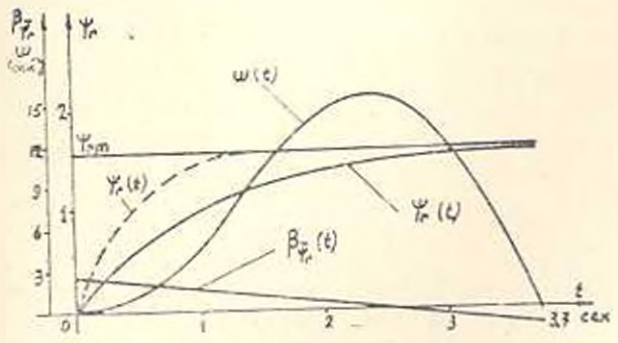

Рис. 2.

Из уравнения (7) и (13) видно, что для заданного T при увеличении φ_z увеличивается и $\Psi_r(t)$, следовательно, начиная с некоторого значения φ_z^* на Ψ_r необходимо поставить ограничение, так как в момент $t = T$ нарушается условие $\Psi_r(t) \leqslant \Psi_{rm}$, где Ψ_{rm} — максимальное значение модуля вектора потокосцепления. При $\varphi_z > \varphi_z^*$ оптимальный процесс $\Psi_r(t)$ аналогично [7] состоит из экстремала (пунктирные линии на рис. 2) и границы допустимой области Ψ_{rm}.

Если $\varphi_z \gg \varphi_z^*$, то в течение оптимального процесса практически потокосцепление должно принимать максимальное значение, что совпадает с результатами работы [2].

Таким образом, переход от (1) к (7) дает возможность значительно облегчить решение и получить достаточно простую методику для расчета оптимальных процессов по минимуму тепловых потерь в обмотках АД при позиционировании и пуске.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 16 V.1978

Ս. Ա. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

ՀԱՃԱԽԱԿԱՆԱՅԻՆ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ԴԻՐՔԱՅԻՆ ԱՍԻՆԽՐՈՆ ԷԼԵԿՏՐԱՀԱՂՈՐԴԱԿՆԵՐՈՒՄ ՕՊՏԻՄԱԼ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում բերված է կարճ միացված փաթույթով ասինխրոն շարժիչի օպտիմալ կառավարման դիրքային խնդրի լուծումը ցանկացած բեռի դեպքում լատ փաթույթներում նվազագույն ջերմային կորուստների, հաշվի առնելով էլեկտրամագնիսական պրոցեսները։ Ցույց է տրված, որ լատ օպտիմալության նույն չափանիշի բազարկման խնդիրը ուսումնասիրվող խնդրի մասնավոր դեպքն է։ Ճարտարված է նույն խնդրի լուծումը հագեցած շարժիչի համար, լատ ռոտորի փաթույթներում նվազագույն ջերմային կորուստների։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Саакян С. А.* Задача оптимального частотного управления асинхронными двигателями с фиксированным временем и закрепленным концом траектории. Межвуз. сб. науч. тр. «Автоматика и вычислительная техника», сер. XV, вып. II., Ереван, изд. ЕрПИ, 1976.
2. *Поляков Л. П., Шкловский Б. П., Кудринский П. А.* Оптимальное уравнение асинхронными позиционными электроприводами. «Электромеханика», 1976, № 3
3. *Листенгартен Б. А., Курдюков Ю. П., Зейналов Г. Б.* Вопросы оптимизации системы частотно-управляемого асинхронного электропривода в переходных режимах. Сб. «Асинхронный тиристорный электропривод». Свердловск, изд. УПИ, 1971.
4. *Старков С. В.* Переходные процессы в электрических цепях, содержащие машины переменного тока. М.—Л., Госэнергоиздат. 1960.
5. *Трикоми Ф.* Дифференциальные уравнения. М., «Наука», 1962.
6. *Шреинер Р. Т., Кривицкий М. Я.* Оптимальное по минимум потерь частотное управление асинхронным электроприводом в электромеханическом переходном процессе. «Электромеханика», 1975, № 1.
7. *Саакян С. А.* Оптимальное частотное управление асинхронным электроприводом с учетом электромагнитных переходных процессов и ограничений. Межвуз. сб. науч. тр. «Автоматика и вычислительная техника», сер. XV, вып. III. Ереван, изд. ЕрПИ, 1977.