

Р. Л. АПРИКЯН, К. А. МНДЖОЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОФИЛЯ АБРАЗИВНОЙ ЛЕНТЫ В РАБОЧЕМ СОСТОЯНИИ

В настоящее время влияние режимов и условий ленточного шлифования на шероховатость устанавливают путем длительных и дорогостоящих экспериментов. Поэтому актуальной является задача создания аналитической модели прогнозирования шероховатости, применение которой сократит затраты на их проведение. Кроме того, модель позволит выявить пути уменьшения шероховатости и возможности управления ею. Отправным пунктом при разработке модели является определение статистических характеристик режущего абразивного профиля. Попытка решения такой задачи предпринималась в [1]. Авторами были построены гистограммы распределения высот точек профилей лент различной зернистости и выявлено, что оно близко к нормальному. Кроме того, с учетом кинематики резания определены активные режущие кромки. Однако профиль ленты исследовался без учета упругого отжатия зерен, которое, как мы покажем ниже, существенно изменяет его параметры.

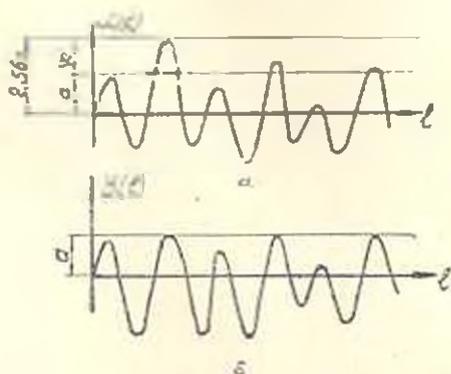


Рис. 1. Изменение профиля ленты вследствие отжатия зерен (а — профиль в свободном состоянии, б — профиль в рабочем состоянии).

Профиль абразивной ленты в любом нормальном к плоскости ее основания сечении представляет собой реализацию стационарного случайного процесса. Вследствие упругих свойств основания зерен под действием сил шлифования оно изменяется (рис. 1б) и отличается от профиля в свободном состоянии (рис. 1а). При этом переход от профиля $X(t)$ к профилю $Y(t)$ нелинейный, который заключается в том, что часть

абразивных зерен, находящаяся выше уровня a , отжимается, т. е. изменяет свои координаты, а остальные остаются в своем прежнем положении. Уровень a определяет момент начала резания зернами после их упругого отжатия. Считая, что отжатие равно W , а касание металла и зерен происходит на уровне 2.5σ (σ — среднеквадратическое отклонение высот), определим уровень a как

$$a = 2,5\sigma_x - W. \tag{1}$$

Такая схема несколько упрощает истинную физическую картину, так как большинство зерен имеет возможность в процессе шлифования перемещаться, причем, на разную величину под действием силовых и тепловых факторов, однако эта схема наиболее приемлема для аналитических выводов. Определим статистические характеристики процесса $Y(t)$, считая его выходом, а $X(t)$ — входом некоторой нелинейной системы. Выделим в нашей нелинейной системе линейную и нелинейную части, и при этом структурная схема будет иметь вид, представленный на рис. 2. Системы такого вида в теории случайных функций называют при-

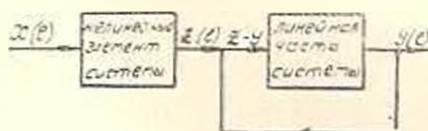


Рис. 2. Структурная схема.

водимыми нелинейными системами [2]. Формально анализ исходной нелинейной системы можно свести к решению двух задач: определению вероятностных характеристик функции $Z(t)$, связанной с заданной функцией $X(t)$ нелинейным соотношением

$$Z(t) = F[X(t), \dot{X}(t), \dots, X^{(n)}(t), t], \tag{2}$$

и анализу линейной системы

$$LY(t) = Z(t), \tag{3}$$

где L — оператор линейной части системы; F — нелинейная функция (функционал) своих аргументов. По нашей схеме расчета зерна высотой $X(t) \leq a$ не претерпевают отжатия, зерна же высотой $X(t) > a$ отжимаются на величину W . Допустим, что все зерна с $X(t) > a$ после отжатия имеют высоту $Y(t) = a$, а остальные — $Y(t) = X(t)$. Считаем также, что процесс нормальный и стационарный, с математическим ожиданием \bar{X} и корреляционной функцией $K_x(\tau)$ [3]. Исходя из приведенных допущений, уравнение нелинейного звена $Z(t)$, которое аналитически описывает отжатие зерен, может быть представлено в виде

$$Z(t) = \frac{1}{2} [a + X(t)] + \frac{1}{2} [a - X(t)] \text{sign} [X(t) - a], \tag{4}$$

здесь

$$\text{sign}[X(t) - a] = \begin{cases} 1, & X(t) - a > 0; \\ 0, & X(t) - a = 0; \\ -1, & X(t) - a < 0. \end{cases}$$

Дельта-функцию $\text{sign}[X(t) - a]$ можно представить в виде интеграла Дирихле [2], в связи с чем уравнение примет вид

$$Z(t) = \frac{1}{2} |a + X(t)| + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(uX(t) - a)u} |a - X(t)| \frac{du}{u}. \quad (5)$$

где $E(u)$ — характеристическая функция. Выберем центр закона распределения $X(t)$ за начало координат (тогда $\bar{X} = 0$) и найдем математическое ожидание выражения (5). Пропуская математические выкладки и приемы, изложенные в [2], запишем, что математическое ожидание $\bar{Z}(t)$ равно

$$\bar{Z}(t) = \frac{a}{2} \left| 1 - \Phi\left(\frac{a}{\sigma_x}\right) \right| - \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma_x} e^{-\frac{a^2}{2\sigma_x^2}}, \quad (6)$$

где $\Phi\left(\frac{a}{\sigma_x}\right)$ — интегральная функция Лапласа.

Математическое ожидание $\bar{Z}(t)$ случайного процесса, реализацией которого является профиль абразивной ленты в рабочем состоянии, как видно из (6), постоянная величина и отличается от математического ожидания входного процесса (т. е. от математического ожидания профиля в свободном состоянии). Для определения корреляционной функции $K_z(\tau_1, \tau_2)$ можно применить обычный прием, т. е. перемножить ординаты $Z(\tau_1)$ и $Z(\tau_2)$, определяемые равенством (5), и найти математическое ожидание полученного произведения. Однако формула для $K_z(\tau_1, \tau_2)$ получается весьма громоздкой, поэтому приводить ее не будем. Воспользуемся табличными данными из работы [4]. Если обозначить

$$\lambda = \frac{a}{\sigma_x}, \quad \rho_p = \frac{K_p(\tau)}{\sigma_x^2}, \quad (7)$$

где ρ_p — коэффициент корреляции, а $K_p(\tau)$ — корреляционная функция профиля ленты в рабочем состоянии, то по таблице из [4] можно определить значения $\frac{K_p(\tau)}{\sigma_x^2}$ в зависимости от λ и ρ_p . Данные в [4] даны для двухстороннего ограничителя, т. е. для случая, когда

$$Y(t) = \begin{cases} -a, & \text{при } X(t) < -a; \\ X(t), & \text{при } |X(t)| < a; \\ +a, & \text{при } |X(t)| > a. \end{cases}$$

Наша же задача удовлетворяет условиям одностороннего ограничителя, поэтому таблица пересчитана следующим образом. Если, например, для $r = 0,95$ и $x = 2,0$, значение $\frac{K_p(z)}{\sigma_z^2} = 0,873$, то при пересчете:

$$\frac{K_p(z)}{\sigma_z^2} = 0,873 \div \frac{0,950 - 0,873}{0} = 0,911.$$

Рассмотрим конкретный пример. Обработка профилограммы режущего профиля абразивной ленты зернистостью ЭБ25 позволила аппроксимировать его корреляционную функцию выражением

$$K_p(z) = 1675 \text{ мкм}^2 e^{-z^2/0,6}.$$

Величина отжатия, рассчитанная по методике [5], составила $W = 80 \text{ мкм}$. По формуле (1) определяем, что $a = 23 \text{ мкм}$ (учитывая $\sigma_x = \sqrt{1675} = 41 \text{ мкм}$), а из (7) находим $x = 0,6$. По таблице [4] с учетом пересчета определяем $r_p(z) = 0,6245$, тогда среднеквадратическое отклонение высот профиля ленты в рабочем состоянии будет $K_p(0) = 0,6245 \cdot 1675 = 1046 \text{ мкм}^2$. На графике рис. 3 показаны корреляционные функции профиля ленты ЭБ25 в нерабочем состоянии и при отжати на $W = 80 \text{ мкм}$ (соответственно, кривые 1 и 2). Уменьшение

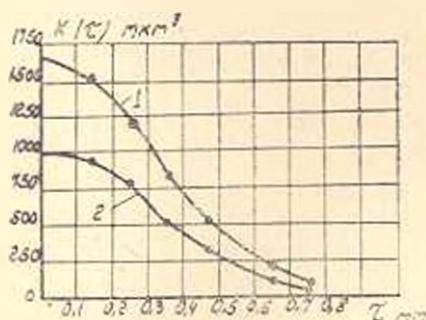


Рис. 3. Корреляционная функция профиля ленты зернистостью ЭБ25 в нерабочем состоянии (кривая 1) и с учетом уругич отжати зерен (кривая 2).

среднеквадратического отклонения режущего профиля объясняет известный факт получения меньшей шероховатости при ленточном шлифовании, чем при шлифовании кругами при одинаковой зернистости. Чем больше отжатие, тем этот эффект больше: так, при $x = 0,4$, $K_p(0) = 0,5630 \cdot \sigma_z^2$, а при увеличении жесткости контактного ролика и основания ленты это уменьшение шероховатости становится незначительным, например, уже при $x = 1,6$ — $K_p(0) = 0,906 \sigma_z^2$.

Թ. Ը. ՀԱՅՐԻԿՅԱՆ, Գ. Ա. ՄԱՋՈՅԱՆ

ՀԿԿԱԺԱՊԱՎՆՆԻ ՊՐՈՑԵՍԻ ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐՆԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՎԻՃԱԿՈՒՄ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. լ. մ.

Գիտարկվում է հղկածապագվների կտրող պրոֆիլի լիճակաչրական բնութագրերի որոշման խնդիրը: Պրոֆիլը ներկայացված է որպես ստացիոնար պատահական պրոցեսի իրականացում և հաշվի առնելով հղկահատիկների առաձգական ներսեղմումը, որոշված են նրա մաթեմատիկական սպասումն ու կոռելյացիայի ֆունկցիան:

Ստացված արդյունքները օգտագործվում են ժապավենահղկման գնդաձև անհարթությունների մոդել սահեղծելու համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Friedman M. Y., Wu S. M., Suruthar P. T. Determination of geometric properties of coated abrasive cutting edges. Trans ASME, 1974, № 4.
2. Савшников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1968.
3. Шмугер С. Լ., Кочарян Բ. Ա., Արիկյան Ք. Լ. Корреляционная функция шероховатости, как характеристика свойства обработанной поверхности. «Известия АН АрмССР (серия Г. II.)», т. XXVII, № 1, 1974.
4. Лэнинг Дж. Х., Вэглин Р. Г. Случайные процессы в задачах автоматического управления. М., изд. ИЛ, 1956.
5. Արիկյան Ք. Լ. Аналитическое определение количества активных режущих зерен при ленточном шлифовании. Сб. тр. Зак. фил. ЭННМС. Ереван, «Айзстан», 1977.