ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտություններ, հատոր XXXI, № 5, 1978 Серия технических наук

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Р. С. РАФАЕЛЯН, Г. Л. КАНТАРДЖЯН, А. М. МИРЗОЯН, С. П. ЧЕРЕМИСИНОВА

ШАГОВАЯ САМОНАСТРАИВАЮЩАЯСЯ ПРОЦЕДУРА ОПТИМИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ С КОЛЕБАТЕЛЬНЫМ ЗВЕНОМ НА ВЫХОДЕ

Выводится сходящийся самонастраивающийся быстродействующий алгоритм управления инерционными объектами второго порядка, модель которого (рис. 1) представляется последовательным соединением статического звена с характеристикой $y=f(x)$, про которую известно, что она унимодальна и может обладать разрывами непрерывности II рода, и динамического звена с передаточной функцией

$$W(p)=\frac{k_y}{T^2p^2+2dTp+1}. \qquad (1)$$

На рис. 1 приняты обозначения: x—управляемое входное воздействие; $y_д$, $y_и$—соответственно, динамический и измеряемый выходы объекта.

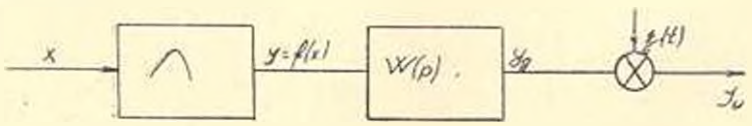

Рис. 1.

Актуальность решения поставленной задачи обусловлена следующими предпосылками.

1. Существующие алгоритмы поиска экстремума, базирующиеся на различных модификациях метода стохастической аппроксимации, для рассматриваемого типа объектов оказываются слишком «медленными», что связано с необходимостью установления переходных процессов при осуществлении пробных шагов, так как использование рабочей информации по неустановившимся выходным параметрам нарушает необходимые условия сходимости поиска к экстремуму [1].

2. Быстродействующие алгоритмы, основанные на прогнозировании значений статической характеристики [2], не обладают сходимостью в вероятностном смысле.

3. И те и другие алгоритмы не обладают свойством самонастройки к меняющейся неизвестным образом интенсивности аддитивной помехи.

При реализации процедур стохастической аппроксимации совершаются 2 пробных шага $\pm c$, определяются соответствующие им значения $f(x_k \pm c)$ статической характеристики (x_k — значение x в k-м рабочем шаге), определяется средний угловой коэффициент $z_k = \dfrac{f(x_k + c) - f(x_k - c)}{2c}$ и совершается следующий рабочий шаг $\Delta x_k = z_k \cdot a_l$, где a_l — последовательность положительных чисел (обычно гармонического типа).

Выводимый алгоритм в своей части, относящейся к совершению пробных и рабочих шагов, идентичен процедуре стохастической аппроксимации. В ней для определения $f(x_k \pm c)$ необходимо после совершения пробных шагов дожидаться установления переходных процессов, вызванных ими, что необходимо для удовлетворения условий, обеспечивающих сходимость поиска к экстремуму.

В выводимом алгоритме оценки $f(x_k \pm c)$ прогнозируются по рабочей информации, извлекаемой путем измерений, осуществляемых на начальных участках переходных процессов, что существенно увеличивает быстродействие поиска. Кроме того, алгоритм самонастраивается к интенсивности помехи $\xi(t)$ в смысле определения необходимого объема выборки рабочей информации, обеспечивающей заданную точность оценки $f(x_k \pm c)$, а следовательно, и z_k. Ниже описана методика, с помощью которой достигнуты вышеизложенные достоинства.

Пусть в момент $t = 0$ состояние объекта характеризуется начальными условиями

$$x = x_0, \quad y' = y'_0, \quad y = y_0 = f(x_0) \tag{2}$$

и осуществляется мгновенное изменение входного воздействия до значения x_1, в результате чего на вход объекта поступает ступенчатое воздействие $\Delta x = x_1 - x_0$. Тогда на входе динамического звена формируется сигнал

$$\Delta f = f(x_1) - \frac{y_0}{k_y}. \tag{3}$$

Переходной процесс в объекте в системе координат $y_1 = y - y_0$, t определяется выражением

$$y_1(t) = \left| f(x_1) - \frac{y_0}{k_y} \right| k_y A + y'_0 B, \tag{4}$$

где

$$\left.\begin{aligned} A &= 1 - e^{-\lambda t}\left(\cos \omega t + \frac{\lambda}{\omega} \sin \omega t\right); \\ B &= e^{-\lambda t}\left(\cos \omega t - \frac{\lambda}{\omega} \sin \omega t\right); \\ \lambda &= \frac{d}{T}; \quad \omega^2 = \frac{1}{T^2}(1 - d^2). \end{aligned}\right| \tag{5}$$

Для второго, третьего и произвольного k-го шага в системе координат $y_k = y - \left[y_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \Delta y_i \right]$, $t_k = t - (k-1)\Delta t$ имеем:

а) начальные условия

$$\left.\begin{array}{llll} t = t_1, & x = x_1, & y = y_1 \neq k_y f(x_1), & y' = y'_1, \\ t = t_2, & x = x_2, & y = y_2 \neq k_y f(x_2), & y' = y'_2, \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t = t_{k-1}, & x = x_{k-1}, & y = y_{k-1} \neq k_y f(x_{k-1}), & y' = y'_{k-1}, \end{array}\right| \quad (6)$$

б) переходные процессы

$$\left.\begin{array}{l} y_2(t) = \left[f(x_2) - \dfrac{y_1}{k_y} \right] k_y A(t) + y'_1 B(t), \\ y_3(t) = \left[f(x_3) - \dfrac{y_2}{k_y} \right] k_y A(t) + y'_2 B(t), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_k(t) = \left[f(x_k) - \dfrac{y_{k-1}}{k_y} \right] k_y A(t) + y'_{k-1} B(t). \end{array}\right| \quad (7)$$

За время Δt до очередного (второго) шага приращение Δy_1 составит:

$$\Delta y_1 = \left[f(x_1) - \frac{y_0}{k_y} \right] k_y A(\Delta t) + y'_0 B(\Delta t), \quad (8)$$

где

$$\left.\begin{array}{l} A(\Delta t) = 1 - e^{-\lambda \Delta t} \left(\cos \omega \Delta t + \dfrac{\lambda}{\omega} \sin \omega \Delta t \right); \\ B(\Delta t) = e^{-\lambda \Delta t} \left(\cos \omega \Delta t - \dfrac{\lambda}{\omega} \sin \omega \Delta t \right). \end{array}\right| \quad (9)$$

На втором, третьем и к-ом шагах для приращения динамического выхода объекта имеем, соответственно:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta y_2 = \left[f(x_2) - \dfrac{y_1}{k_y} \right] k_y A(\Delta t) + y'_1 B(\Delta t); \\ \Delta y_3 = \left[f(x_3) - \dfrac{y_2}{k_y} \right] k_y A(\Delta t) + y'_2 B(\Delta t); \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \Delta y_k = \left[f(x_k) - \dfrac{y_{k-1}}{k_y} \right] k_y A(\Delta t) + y'_{k-1} B(\Delta t). \end{array}\right| \quad (10)$$

С целью исключения накопления ошибок с ростом числа шагов, определив каждое из приращений Δy_i через все предыдущие и выполнив очевидные преобразования, запишем выражение для переходного процесса в k-ом шаге в виде.

$$y_k(t) = y_0(1-A)^k + B(1-A)^{k-1}\sum_{i=0}^{k-1} y_i(1-A)^{-i} +$$

$$+ k_y A(1-A)^k \sum_{i=1}^{k} f(x_k)(1-A)^{-i}. \qquad (11)$$

где A и B определяются выражениями (5).

Для прогнозирования установившегося значения динамического выхода объекта $y_{k_y} = f(x)$, что необходимо для уменьшения влияния инерционности объекта на качество процесса управления, преобразуем выражение (11) к виду:

$$\left.\begin{aligned} y_k(t) &= k_y f(x_k) A + a_k(1-A) + y'_{k-1} B; \\ a_k &= k_y f(x_{k-1}) A + a_{k-1}(1-A) - y'_{k-2} B; \\ y'_{k-1} &= k_y f(x_{k-2}) A + a_{k-2}(1-A) - y'_{k-3} B. \end{aligned}\right| \qquad (12)$$

Неизвестные параметры $f(x_k)$, a_k, y'_{k-1} оцениваются методом наименьших квадратов (МНК) на основе измерений выходной координаты объекта y_k в присутствии помехи, представляющей собой стационарный случайный процесс с $E[\xi(t)] = 0$, неизвестной $D[\xi(t)] = \sigma^2 < \infty$ и малым временем корреляции [5].

Для произвольного k-го воздействия Δx_k на основе измерений выходной координаты y_{k_y} в моменты времени $t_j = j\tau$ ($j = 0, 1, \ldots, N-1$) составили уравнение неувязок, характеризующих разброс измеренных значений относительно теоретических:

$$\varepsilon_j = y_{k_j} - k_y f(x_k) A_j - a_k(1-A_j) - y'_{k-1} B_j, \qquad (13)$$

$$j = 0, 1, \ldots, N-1.$$

где

$$\left.\begin{aligned} A_j &= 1 - e^{-\lambda j\tau}\left(\cos\omega j\tau + \frac{\lambda}{\omega}\sin\omega j\tau\right); \\ B_j &= e^{-\lambda j\tau}\left(\cos\omega j\tau - \frac{\lambda}{\omega}\sin\omega j\tau\right). \end{aligned}\right| \qquad (14)$$

Неизвестные параметры оцениваются из условия минимизации суммы

$$S = \sum_{j=0}^{N-1} \varepsilon_j^2 \qquad (15)$$

в результате решения системы линейных уравнений:

$$\frac{\partial S}{\partial |f(x_k)|} = 0; \qquad \frac{\partial S}{\partial |a_k|} = 0; \qquad \frac{\partial S}{\partial |y'_{k-1}|} = 0. \qquad (16)$$

Выполняя операцию дифференцирования и перенося вправо члены, не содержащие искомых оценок параметров, получим совместную систему нормальных уравнений:

$$(A_k^{\dagger}A_k)\hat{p}_k = A_k^{\dagger}y_k, \tag{17}$$

где

$$p_k = \begin{bmatrix} f(x_k) \\ a_k \\ \vdots \\ y_{k-1} \end{bmatrix}; \quad y_k = \begin{bmatrix} y_{k_1} \\ y_{k_2} \\ \vdots \\ y_{k_j} \end{bmatrix}; \quad A_k = \begin{bmatrix} k_y A_0 & 1-A_0 & B_0 \\ k_y A_1 & 1-A_1 & B_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_y A_j & 1-A_j & B_j \end{bmatrix} \tag{18}$$

—соответственно, матрицы оцениваемых параметров, измерений и структурная матрица.

Матрица $A_k^{\dagger}A_k$ является квадратичной, положительно определенной и невырожденной, т. к. количество измерений: $N > l+1$, где $l=3$ — число оцениваемых параметров. Существует обратная матрица $(A_k^{\dagger}A_k)^{-1}$, в связи с чем решение (17) имеет вид:

$$\hat{p}_k = (A_k^{\dagger}A_k)^{-1}A_k^{\dagger}y_k \tag{19}$$

и представляет собой вектор оценок неизвестных параметров. Искомые оценки равны:

$$f(x_k) = \frac{1}{\Delta}\left\{\left[\sum_{j=0}^{N-1}(1-A_j)^2\sum_{j=0}^{N-1}B_j^2 - \left|\sum_{j=0}^{N-1}B_j(1-A_j)\right|^2\right]\left|\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_jy_{kj}\right| + \right.$$

$$+\left[\sum_{j=1}^{N-1}B_j(1-A_j)\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_jB_j - \sum_{j=0}^{N-1}k_yA_j(1-A_j)\sum_{j=0}^{N-1}B_j^2\right]\left|\sum_{j=0}^{N-1}(1-A_j)y_{kj}\right| +$$

$$\left.+\left[\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_j(1-A_j)\sum_{j=0}^{N-1}B_j(1-A_y) - \sum_{j=0}^{N-1}(1-A_j)^2\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_jB_j\right]\left|\sum_{j=0}^{N-1}B_jy_{kj}\right|\right\};$$

$$a_k = \frac{1}{\Delta}\left\{\left[\sum_{j=0}^{N-1}k_j^2A_j^2\sum_{j=0}^{N-1}B_j^2 - \left|\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_jB_j\right|^2\right]\left|\sum_{j=0}^{N-1}(1-A_j)y_{kj}\right| + \right.$$

$$+\left|\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_jB_j\sum_{j=0}^{N-1}B_j(1-A_j) - \sum_{j=0}^{N-1}k_yA_j(1-A_j)\sum_{j=0}^{N-1}B_j^2\right|\left|\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_jy_{kj}\right| + \tag{20}$$

$$\left.+\left[\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_j(1-A_j)\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_jB_j - \sum_{j=0}^{N-1}k_j^2A_j^2\sum_{j=0}^{N-1}B_j(1-A_j)\right]\left|\sum_{j=0}^{N-1}B_jy_{kj}\right|\right\};$$

$$y_{k-1} = \frac{1}{\Delta}\left\{\left|\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_j(1-A_j)\sum_{j=0}^{N-1}B_j(1-A_j) - \right.\right.$$

$$\left.\left.-\sum_{j=1}^{N-1}k_yA_jB_j\sum_{j=0}^{N-1}(1-A_j)^2\right]\sum_{j=0}^{N-1}k_jA_jy_{kj} + \left|\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_jB_j\sum_{j=0}^{N-1}k_yA_j(1-A_j) - \right.\right.$$

$$- \sum_{j=0}^{N-1} k_y^2 A_j^2 \sum_{j=0}^{N-1} B_j (1 - A_j) \Big| \sum_{j=0}^{N-1} (1 - A_j) y_{kj} +$$

$$+ \Big| \sum_{j=1}^{N-1} k_y^2 A_y^2 \sum_{j=0}^{N-1} (1 - A_j)^2 - \Big| \sum_{j=0}^{N-1} k_y A_j (1 - A_j) \Big|^2 \Big| \sum_{j=0}^{N-1} B_j y_{kj} \Big|,$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum_{j=0}^{N-1} k_y^2 A_j^2 & \sum_{j=0}^{N-1} k_y A_j (1 - A_j) & \sum_{j=0}^{N-1} k_y A_j B_j \\ \sum_{j=0}^{N-1} k_y A_j (1 - A_j) & \sum_{j=0}^{N-1} (1 - A_j)^2 & \sum_{j=0}^{N-1} B_j (1 - A_j) \\ \sum_{j=0}^{N-1} k_y A_j B_j & \sum_{j=0}^{N-1} B_j (1 - A_j) & \sum_{j=0}^{N-1} B_j^2 \end{vmatrix}. \quad (21)$$

Ковариционная матрица оценок неизвестных параметров равна [1]

$$\operatorname{cov} | p_k | = s^2 (A_k^* A_k)^{-1}. \quad (22)$$

В качестве множителя в выражение (22) входит неизвестная дисперсия ошибок s^2, несмещенная оценка которой определяется использованием остаточной суммы квадратов:

$$s^2 = \frac{\sum_{j=0}^{N-1} | y_{kj} - | k_y f(x_k) A_j + a_k (1 - A_j) + y_{k-1} B_j |^2}{N - 3}. \quad (23)$$

Использование (22) и (23) в процессе реализации процедуры оптимизации приводит к самонастройке поисковой процедуры к аддитивной помехе $\xi(t)$ в смысле определения необходимого объема рабочей информации при совершении пробных шагов [3]. Выбор необходимого количества измерений осуществляется в каждом шаге поиска из условия удовлетворения соотношения:

$$D \{ f(x_k) \} \leq D_{\text{доп}}. \quad (24)$$

Если условие (24) не удовлетворяется, то количество измерений увеличивается на единицу и вычисляются более точные оценки $f(x_k)$ $D | f(x_k) |$. Циклическим повторением данной процедуры достигают удовлетворения (24), после чего совершается следующий шаг.

Поступила 1.III.1978.

Ռ. Ս. ՌԱՖԱԵԼՅԱՆ, Գ. Լ. ՂԱՆԹԱՐՋՅԱՆ, Ա. Մ. ՄԻՐԶՈՅԱՆ,
Ա. Ն. ՉԵՐՆՈՄՈՐԴԻԿՈՎԱ

ՕՊՏԻՄԻԶԱՑԻԱՅԻ ՔԱՅԼԱՅԻՆ ԻՆՔՆԱՀԱՐՄԱՐՎՈՂ ՊՐՈՑԵԴՈՒՐԱ ԽԼՔՈՒՄ ՏԱՏԱՆՎՈՂ ՕՂԱԿ ՈՒՆԵՑՈՂ ՈՉ-ԳԾԱՅԻՆ ՕԲՅԵԿՏՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դուրս է բերվում արագաշարժ ղեկավարման ալգորիթմ երկրորդ կարգի իներցիոն օբյեկտի համար, որի մոդելը ներկայացվում է ստատիկ և դինամիկ օղակների հաջորդական կապով։

Ալգորիթմը ինքնահարմարվում է խանգարումների ինտենսիվությանը, որոշելով ծառայող ինֆորմացիայի անհրաժեշտ ծավալը, որն ապահովում է բնութագրերի գնահատման տրված ճշտությունը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kesten H.*, Accelerated stochastics approximation. "The annals of mathimatical statistics", vol. 29, № 1, 1958.
2. *Казакевич В. В., Рафаелян Р. С.* Исследование системы экстремального регулирования шагового типа с предвычислением установившегося значения при наличии помех. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XX, № 4, 1967.
3. *Кантарджян Г. Л., Рафаелян Р. С., Мирзоян А. М.* К вопросу оптимизации нелинейных инерционных объектов первого порядка. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)» т. XXIX, № 5, 1976.
4. *Худсон Д.* Статистика для физиков. М., «Мир», 1970.
5. *Закс Ш.* Теория статистических выводов. М., «Мир», 1975.