ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXI, № 4, 1978 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

А. А. ОГАНЕСЯН, К. Х. ШАХБАЗЯН

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА (ВВСС) ПО НАПРАВЛЕНИЯМ НОРМАЛИ ШАТУННОЙ ПЛОСКОСТИ

Положение плоской фигуры в пространстве определяется координатами трех ее точек. Однако положение этой фигуры возможно определить лишь координатами одной точки и углами нормали плоскости к координатным осям, если нормаль ориентирует направления плоскости, а данная точка фиксирует ее положение.

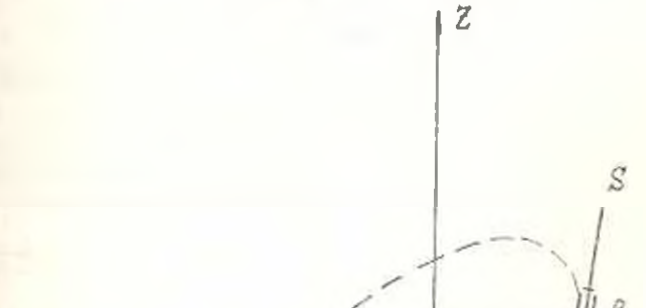

Рис. 1.

В литературе [1] известно аналитическое решение синтеза данного механизма максимум по трем положениям шатунной плоскости. В работе [2] эти положения не фиксируются, а задаются лишь направления нормали плоскости. При такой постановке становится возможным решить задачу синтеза по четырем и пяти направлениям нормали шатунной плоскости.

В статье рассматривается общая задача синтеза пространственного четырехзвенника O_1ABCD (рис. 1) по шести и семи направлениям нормали шатунной плоскости, проходящей через ось второй вращательной пары (SS) и продольную ось шатуна BC, которые взаимно перпендикулярны. При $OB = r = 1$ (радиус вращения точки B) механизм определяется семью относительными параметрами h, β^S, l, X_D, Y_D, Z_D, R и углом поворота кривошипа φ (звено O_1A).

Синтез по шести направлениям. При синтезе вышеуказанного пространственного четырехзвенника по шести направлениям нормали шатунной плоскости определим следующие параметры механизма: l, X_D, Y_D, Z_D, R и h. Развивая предложенный метод проектирования пространственного четырехзвенника [2], в рассматриваемом случае составим пять уравнений, аналогичных уравнениям (6) в статье [2]:

$$(A_j + lB_j)X + lD_jY + (E_j + lF_j)Z + lN_j = 0, \tag{1}$$

$$j = 1, 2, \cdots, (n-1).$$

Заметим, что число уравнений на единицу меньше заданных направлений нормали шатунной плоскости. Здесь X, Y, Z — координаты центра вращения коромысла (X_D, Y_D, Z_D), а l — длина шатуна BC. Коэффициенты A_j, E_j, N_j являются функциями искомого параметра h:

$$A_j = a_jh \pm b_j\sqrt{1-h^2}; \quad E_j = -b_jh \pm a_j\sqrt{1-h^2};$$

$$N_j = c_jh \pm d_j\sqrt{1-h^2},$$

а коэффициенты B_j, D_j, F_j и a_j, b_j, c_j, d_j определяются по исходным данным:

$$B_j = \cos\alpha_{j-1} - \cos\alpha_j; \quad D_j = \cos\beta_{j-1} - \cos\beta_j; \quad F_j = \cos\gamma_{j-1} - \cos\gamma_j;$$

$$a_j = \frac{1}{\sin\beta^S}(\cos\gamma^S_{j-1} - \cos\gamma^S_j); \quad b_j = \frac{1}{\sin\beta^S}(\cos\alpha^S_{j-1} - \cos\alpha^S_j);$$

$$c_j = \frac{1}{\sin\beta^S}(\cos\gamma^S_j\cos\alpha_j - \cos\gamma^S_{j-1}\cos\alpha_{j-1} - \cos\alpha^S_j\cos\gamma_j + \cos\alpha^S_{j-1}\cos\gamma_{j-1});$$

$$d_j = \frac{1}{\sin\beta^S}(\cos\alpha^S_j\cos\alpha_j - \cos\alpha^S_{j-1}\cos\alpha_{j-1} + \cos\gamma^S_j\cos\gamma_j - \cos\gamma^S_{j-1}\cos\gamma_{j-1});$$

где $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ и $\cos\alpha^S$, $\cos\beta^S$, $\cos\gamma^S$ — соответственно, направляющие косинусы осей шатуна и SS.

Итак, имеем пять уравнений с пятью неизвестными (h, l, X_D, Y_D, Z_D). Остановимся на решении системы уравнений (1) при $n = 6$. Условия совместности данной системы, линейной относительно X, Y и Z, имеют вид:

$$\begin{vmatrix} A_1 + lB_1 & lD_1 & E_1 + lF_1 & lN_1 \\ A_2 + lB_2 & lD_2 & E_2 + lF_2 & lN_2 \\ A_3 + lB_3 & lD_3 & E_3 + lF_3 & lN_3 \\ A_n + lB_n & lD_n & E_n + lF_n & lN_n \end{vmatrix} = 0, \quad n = 4,5. \tag{2}$$

Уравнение (2) приводится к квадратному относительно параметра l:

$$\left.\begin{aligned} k_1 l^2 + m_1 l + n_1 = 0; \\ k_2 l^2 + m_2 l + n_2 = 0; \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где k_1, k_2, m_1, m_2, n_1, n_2 являются функциями искомого параметра h.

Попробуем получить условие, при котором квадратные уравнения (3) имеют по крайней мере одно общее решение. Решая систему (3) по правилу Крамера, получаем:

$$l = \frac{n_2 k_1 - n_1 k_2}{m_1 k_2 - m_2 k_1}. \tag{4}$$

Подстановка выражения (4) в любое из равенств в системе (3) тождественно приводит к искомому условию:

$$(n_2 k_1 - n_1 k_2)^2 + (n_1 m_2 - n_2 m_1)(m_2 k_1 - m_1 k_2) = 0. \tag{5}$$

Остановимся на решении уравнения (5). Для этого сгруппируем члены относительно искомого параметра h:

$$k_1 = \Delta_1 \sqrt{1 - h^2} + \Delta_2 h; \quad m_1 = \Delta_3 h^2 + \Delta_4 h \sqrt{1 - h^2} + \Delta_5;$$

$$n_1 = \Delta_6 h + \Delta_7 \sqrt{1 - h^2},$$

где Δ_i ($i = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \dots, \mathrm{VIII}$) — определители 4-го порядка, элементы которых являются известными функциями от параметров, задающих первые пять направлений нормали шатунной плоскости (Ввиду громоздкости эти выражения здесь не приводятся).

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \\ F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \end{vmatrix}, \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \\ F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_3 = \Delta_{\mathrm{I}} + \Delta_{\mathrm{II}} + \Delta_{\mathrm{III}} + \Delta_{\mathrm{IV}}, \quad \Delta_4 = \Delta_{\mathrm{V}} + \Delta_{\mathrm{VI}} + \Delta_{\mathrm{VII}} + \Delta_{\mathrm{VIII}},$$

$$\Delta_5 = -(\Delta_{\mathrm{II}} + \Delta_{\mathrm{IV}}),$$

$$\Delta_6 = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{vmatrix}, \qquad \Delta_7 = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{vmatrix}.$$

Подставляя в вышеуказанные определители параметры шестого положения вместо пятого, с помощью аналогичных переобразований получим коэффициенты k_2, m_2 и n_2. Вводя в уравнение (5) формулы для коэффициентов m_j, n_j, k_j ($j = 1, 2$), его после ряда алгебраических преобразований можно привести к виду:

$$Ah^{12} + Bh^{10} + Ch^{8} + Dh^{6} + Eh^{4} + Fh^{2} + G = 0$$

или при обозначении $h^2 = H$

$$AH^6 + BH^5 + CH^4 + DH^3 + EH^2 + FH + G = 0,$$

где выражения коэффициентов A, B, C, $\cdots$, G, представляют собой суммы известных детерминантов, ввиду громоздкости здесь не приводятся.

Далее определяем величину параметра l по формуле (4). После нахождения h и l из любых трех уравнений системы (1) вычисляем координаты X_D, Y_D, Z_D. Имея длину шатуна l и координаты центра вращения (X_D, Y_D, Z_D), определяем длину коромысла:

$$R = \sqrt{(X_D - C_{xj})^2 + (Y_D - C_{yj})^2 + (Z_D - C_{zj})^2}\,.$$

где C_{xj}, C_{yj}, C_{zj} — текущие координаты точки C.

Синтез по семи направлениям. С увеличением числа заданных направлений нормали шатунной плоскости до семи рассматриваемая задача значительно усложняется. В этом случае в качестве дополнительного неизвестного, подлежащего определению, может быть величина β^S — угол скрещивания осей OY и SS. Для решения поставленной задачи имеем три уравнения вида (3):

$$\left.\begin{aligned} k_1 l^2 + m_1 l + n_1 &= 0; \\ k_2 l^2 + m_2 l + n_2 &= 0; \\ k_3 l^2 + m_3 l + n_3 &= 0; \end{aligned}\right| \qquad (6)$$

где

$$k_i = f_i(h_1, \beta^S); \quad m_i = \varphi_i(h_1, \beta^S); \quad n_i = \varphi_i(h_1, \beta^S).$$

Если в заданном множестве из 7 положений выбрать 2 подмножества из 6 и приложить к ним вышеуказанную схему решения задачи в шести направлениях, в конце концов придем к двум нелинейным уравнениям относительно h и β^S. После решения этой системы из любого квадратного уравнения (6) можно вычислить l, а параметры X_D, Y_D, Z_D определить по формулам предыдущего параграфа.

Однако задача о проектировании схемы пространственного четырехзвенника по заданным направлениям нормали шатунной плоскости практически целесообразно решать по четырем, пяти и шести направлениям, поскольку отсутствие свободного (варьируемого) параметра при $n = 7$ резко ограничивает возможность получения конструктивно приемлемого варианта механизма.

Ленинаканский филиал
ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 22.II.1978.

Հ. Ա. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Կ. Խ. ՇԱՀԲԱԶՅԱՆ

ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՔԱՌՕՂԱԿԻ (ՊՊԳԳ) ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ԸՍՏ ՇԱՐԺԱԹԵՎԱՅԻՆ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՆՈՐՄԱԼԻ ՈՒՂՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ

Ամփոփում

Հոդվածում տրված է տարածական քառօղակ մեխանիզմի (պտտման-պտտման-գնդային-գնդային) սինթեզը ըստ շարժաթևային հարթության նորմալի տրված վեց և յոթ ուղղությունների։ Հարթությունն անցնում է երկրորդ պտտման զույգի և շարժաթևի առանցքներով, որոնք փոխուղղահայաց են։

Խնդիրը լուծված է հաջորդաբար սինթեզման մեթոդով։ Արտածված են բանաձևեր մեխանիզմի անհայտ պարամետրերը որոշելու համար։ Ցույց է տրված, որ մեխանիզմի պարամետրերը որոշող բանաձևերը բերվում են շարժաթևի երկարության նկատմամբ երկու քառակուսի հավասարումների սիստեմի։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Уилсон.* Аналитический кинематический синтез механизмов посредством конечных перемещений. Тр. америк. общ. инж.-мех., серия B, 1965, № 2.
2. *Оганесян А. А., Шахбазян К. Х.* Синтез пространственного четырехзвенника по заданным направлениям нормали шатунной плоскости. «Изв. АН АрмССР. Механика», т. XXIV, № 1, 1971.