

ГИДРАВЛИКА

В. О. ТОКМАДЖЯН

О ГИДРАВЛИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ КАНАЛОВ
С КРИВОЛИНЕЙНЫМ ДНОМ

Дифференциальное уравнение неравномерного медленно изменяющегося движения жидкости в открытых руслах, имеющее вид

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i_0 - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} \left(1 - \frac{\alpha C^2 R}{g\omega} \frac{\partial \omega}{\partial l} \right)}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial \omega}{\partial h}} \quad (1)$$

(обозначения общепринятые), относится к следующим условиям:

а) уклон канала очень мал, что дает право принять $\sin \varphi = \lg \varphi = i_0$, $\cos \varphi = 1$;

б) угол наклона дна по пути не меняется;

в) глубину потока можно принять по вертикали;

г) давление меняется по гидростатическому закону.

При расчете каналов с криволинейным дном эти условия неприемлемы и необходимо вывести дифференциальное уравнение неравномерного движения жидкости в открытых руслах без указанных допущений.

Полный напор в произвольном сечении (рис. 1) будет:

$$H = z + h \cos \varphi + \frac{v^2}{2g} \pm \frac{1}{\omega v} \int_{\omega} \frac{u^2 h'}{g R'} u d\omega, \quad (2)$$

где z —вертикальное расстояние от дна канала до плоскости отсчета; h —глубина сечения потока в нормальном к движению направлении; h' —то же для произвольной точки живого сечения; φ —угол наклона дна; α —коэффициент кинетической энергии; u —скорость произвольной точки; v —средняя скорость сечения; ω —площадь живого сечения; R' —радиус кривизны для произвольной точки сечения.

В формуле (2) последний член представляет отклонение давления от гидростатического, осредненное по всему сечению. Здесь и далее верхний знак соответствует вогнутым, а нижний—выпуклым профилям.

Для точного определения последнего члена (2) необходимо иметь форму сечения, закон распределения скоростей по сечению и радиус кривизны дна. Однако, исходя из соображения, что обычно роль этого члена небольшая и в практических расчетах можно допустить некото-

рое приближенное определение его величины, что незначительно скажется на результатах расчетов, то заменив R' через радиус кривизны дна R_0 [1], можно допустить равенство:

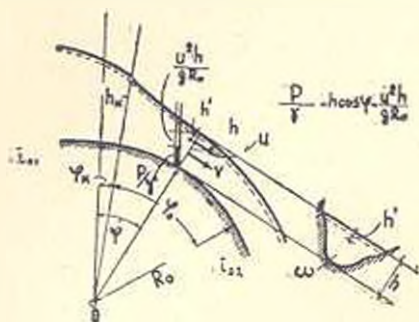


Рис. 1. Расчетная схема

$$\frac{1}{\omega^2} \int_{\omega} \frac{u^2 h'}{R_0} u d\omega = \pm k \frac{h}{R_0} \cdot \frac{v^2}{2g}, \quad (3)$$

где k — коэффициент коррекции, точное значение которого зависит от вышеуказанных факторов (при прямоугольной форме сечения и равномерном распределении скоростей легко получить $\pm k = 1,0$, а при треугольной эпюре скоростей — $\pm k = 0,8$).

Нам кажется, что не имея более подробных исследований, для практических расчетов можно принять $k = 1,0$. К такому выводу можно прийти и тогда, если h' заменить средним значением $h/2$ и принять его за постоянную в процессе интегрирования.

Таким образом, полный напор сечения можно выразить:

$$H = z + h \cos \varphi + \frac{\alpha v^2}{2g} \left(1 \pm k \frac{h}{R_0} \right). \quad (4)$$

Дифференцируя (4) по длине пути, получим:

$$\frac{dH}{dl} = \frac{dz}{dl} + \cos \varphi \frac{dh}{dl} - h \sin \varphi \frac{d\varphi}{dl} + \frac{\alpha Q^2}{2g} \frac{d}{dl} \left(\frac{1 \pm k \frac{h}{R_0}}{\omega^2} \right).$$

Учитывая, что:

$$\frac{dH}{dl} = -i = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} \quad (i - \text{гидравлический уклон})$$

$$\frac{dz}{dl} = -i_0 = \sin \varphi \quad (i_0 - \text{геометрический уклон}),$$

после некоторых преобразований получим:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{\left(1 + h \frac{d\varphi}{dl} \right) \sin \varphi - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} \left[1 - \frac{\alpha C^2 R}{g \omega} \left(1 \pm k \frac{h}{R_0} \right) \frac{\partial \omega}{\partial l} \right]}{\cos \varphi - \frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} \left[\left(1 \pm k \frac{h}{R_0} \right) \frac{\partial \omega}{\partial h} \mp \frac{k \omega}{2 R_0} \right]}. \quad (5)$$

Зависимость (5) является общим видом дифференциального уравнения неравномерного движения жидкости в открытых руслах, чем (1). В гидравлике встречается круг задач, описываемый этим уравнением.

Рассмотрим частные случаи (5) для ряда конкретных задач.

В случае, когда профиль дна канала представляет дугу окружности, то $dl = R_0 d\varphi$ и тогда (5) примет вид:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{\left(1 + \frac{h}{R_0}\right) \sin \varphi - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} \left[1 - \frac{\alpha C^2 R}{g \omega} \left(1 \pm k \frac{h}{R_0}\right) \frac{\partial \omega}{\partial l}\right]}{\cos \varphi - \frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} \left[\left(1 \pm k \frac{h}{R_0}\right) \frac{\partial \omega}{\partial h} \mp \frac{k \omega}{2 R_0}\right]}. \quad (6)$$

Для призматического русла с прямоугольным сечением принимая за переменные угол φ и глубину h и учитывая, что $\omega = bh$, $\gamma = b + 2h$,

$$R = \frac{h}{1 + 2 \frac{h}{b}}, \quad C = \frac{1}{n} R^2, \quad \frac{\partial \omega}{\partial l} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial h} = b, \quad \text{из (6) получим:}$$

$$\frac{dh}{d\varphi} = R_0 \frac{\left(1 + \frac{h}{R_0}\right) \sin \varphi - \frac{q^2 n^2}{h^{3+2y}} \left(1 + \frac{2h}{b}\right)^{1+2y}}{\cos \varphi - \frac{\alpha q^2}{g h^3} \left(1 \pm \frac{kh}{2R_0}\right)}, \quad (7)$$

где $q = Q/b$.

Определение места критического сечения φ_k и значение критической глубины h_k (рис. 1) находим из системы (8):

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} \left[\left(1 \pm \frac{kh}{R_0}\right) \frac{\partial \omega}{\partial h} \mp \frac{k \omega}{2 R_0} \right], \\ \sin \varphi = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}, \end{cases} \quad (8)$$

который для прямоугольного сечения имеет вид:

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{\alpha q^2}{g h^3} \left(1 \pm \frac{kh}{2R_0}\right), \\ \sin \varphi = \frac{q^2 n^2 \left(1 + \frac{2h}{b}\right)^{1+2y}}{h^{3+2y}}. \end{cases} \quad (8)$$

Полученные значения φ_k и h_k являются исходными координатами для построения кривой свободной поверхности в спокойном (до критического сечения) и бурном (после критического сечения) режимах движения.

Аналогичные преобразования уравнения (5) можно сделать для непрямоугольных каналов. При пренебрежительно малых значениях h/R_0 уравнение (5) превращается в дифференциальное уравнение, приведенное в [2]. Интегрирование (5) на ЭВМ производится аналогично методу, приведенному в [2].

Пример. $Q = 46,8 \text{ м}^3/\text{с}$, $b = 6,0 \text{ м}$, $R_0 = 5,0 \text{ м}$, $\varphi_0 = 0,4517$, $l_{01} = 0,004$, $l_{02} = 0,49$, $n = 0,017$, $\sigma = 1,1$, $2y = 0,391$, $k = 1,0$, призматическое русло прямоугольного сечения.

Решая систему (9), получаем координаты начального сечения для дальнейших исчислений с учетом центробежных сил $\varphi_k = 0,905$, $h_k = 1,776 \text{ м}$. При гидростатическом законе распределения давления эти величины будут $\varphi_k = 0,004$, $h_k = 1,896 \text{ м}$.

Решая на ЭВМ уравнение (7), получим координаты кривой свободной поверхности и величину давления без учета и с учетом центробежных сил, которые приводятся в таблице.

Таблица

φ	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
x , м	0,25	0,5	0,75	0,99	1,23	1,48	1,71	1,95	2,17
h , м	1,69 1,80	1,61 1,71	1,53 1,63	1,46 1,55	1,39 1,48	1,33 1,41	1,27 1,35	1,22 1,30	1,17 1,24
$h \cos \varphi$, м	1,69 1,80	1,60 1,70	1,51 1,61	1,43 1,52	1,35 1,43	1,27 1,35	1,20 1,27	1,13 1,19	1,06 1,12
p , кг/м ²	0,96 1,11	0,83 0,98	0,70 0,85	0,58 0,72	0,46 0,60	0,34 0,47	0,23 0,36	0,11 0,24	0,00 0,13

В таблице верхние строчки представляют значения при решении с учетом центробежных сил, а нижние—при гидростатическом законе распределения давления.

Выводы

1. При гидравлическом расчете каналов с криволинейным дном с небольшим радиусом кривизны за основу расчета нужно принять дифференциальное уравнение (5).

2. В уравнении (5), пренебрегая h/R_0 , получаем приближенное дифференциальное уравнение для потоков с большим радиусом кривизны.

3. Кривую свободной поверхности для призматического и непризматического участков с криволинейным дном удобно получить с помощью интегрирования (5) на ЭВМ, применяя в качестве координат центральный угол φ и глубину потока по нормали h .

4. Координаты критического сечения определяются, как корни системы (9).

Վ. Հ. ՔՈՔՄԱՋՅԱՆ

ԿՈՐ ՀԱՏԱԿՈՎ ԶՐԱՆՑՔՆԵՐԻ ՀԻԴՐԱՎԼԻԿԱԿԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո մ

Ստացված է հեղուկի դանդաղ փոփոխվող ունհավասարաչափ շարժման դիֆերենցիալ հավասարումը կոր հատակով հունների համար, հաշվի առնելով ճնշման փոփոխման շեղումը հիդրոստատիկ ճնշումից կենտրոնախույս ուժերի պատճառով:

Տրված են այդ հավասարման մասնավոր ձևափոխումները ուղղանկյուն կտրվածքի սրիզմատիկ հունների համար և էՀՄ-ի միջոցով հավասարման ինտեգրման մեթոդները: Ստացված է կորի սկզբնական կետերը որոշելու հավասարումների սխեմներ:

Հոդվածի վերջում լուծված է թվային օրինակ և բերված են նդրակացություններ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Чоу В. Т. Гидравлика открытых каналов. Стройиздат, М., 1969.
2. Токмаджян В. О. К гидравлическому расчету плавных переломов открытых русел. «Изв. АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXIX, № 3, 1976.